

高温下 TC4 合金的黏塑性本构模型研究

何宇鑫, 马玉娥

(西北工业大学 航空学院, 陕西 西安 710072)

摘 要:TC4 合金广泛应用于高温环境下,基于 TC4 合金的单轴蠕变试验和高温拉伸试验研究了其高温下的黏塑性本构模型。提出一种不统一的考虑损伤的黏塑性本构模型,将非弹性应变分解为蠕变应变和塑性应变两部分,蠕变应变采用多轴延性耗竭模型计算,塑性应变通过考虑损伤和随动硬化的屈服函数计算,并推导了该模型的有限元隐式积分算法和一致切向模量。使用遗传算法确定了该模型所需的材料参数,通过 Abaqus 有限元软件的 UMAT 子程序将该模型进行编程并采用三维八节点等参单元进行计算。由计算结果可知,该模型可以有效地预测 TC4 合金蠕变曲线的 3 个阶段以及高温拉伸过程中的软化阶段。

关 键 词:TC4 合金;蠕变;高温拉伸;黏塑性本构模型;隐式积分算法

中图分类号:V252

文献标志码:A

文章编号:1000-2758(2023)01-0065-08

TC4 钛合金是由美国在 1954 年研制成功的 α - β 型钛合金,含有 6%的 α 稳定元素 Al 和 4%的 β 稳定元素 V。由于具有优异的综合性能、良好的高温强度和蠕变抗力,TC4 钛合金适合制造从-196℃到 450℃温度范围内工作的各种零件。TC4 钛合金主要用于制造飞机结构中的各种梁、框架、滑轨、起落架梁、航天火箭的壳体及压力容器、海洋工程中的近海石油钻井平台、电力工业中的燃气轮机叶片、造船工业中的船舶推进器等。研究表明,在高温服役条件下,蠕变断裂和拉伸断裂是金属构件的主要失效形式。因此,研究 TC4 合金的黏塑性本构模型具有重要意义。

国内外诸多学者对 TC4 合金的本构模型进行了不同层面的研究和探讨。Jorge 等^[1]使用 Johnson Cook、修正的 Johnson Cook、Field Backofen、和修正的 Arrhenius 模型预测了 TC4 合金在高温下的拉伸行为,研究表明修正的 Arrhenius 模型预测结果最好。Cheng 等^[2]提出了一种考虑损伤、塑性和应变率相关性的本构模型,用于描述 TC4 合金拉伸行为。Paul 等^[3]发展了一个考虑初始晶粒尺寸的本构模型,并通过该模型准确模拟了 TC4 合金在拉伸过程

中的硬化和软化阶段。Wojciech 等^[4]使用 Rusinek Klepaczko 模型预测了 TC4 合金的准静态和动态的拉伸行为,并发现该模型可以同时准确地预测 TC4 合金不同应变率下的拉伸行为。一些学者推导了本构模型的有限元数值实现方法,并模拟了 TC4 合金的塑性成形过程^[5-8]。此外,损伤模型也被大量用在模拟金属材料的延性断裂问题中。Cao 等^[9]使用改进的 Lemaitre 损伤模型计算金属的塑性行为和低应力三轴度下的延性断裂问题。Soyarslan 等^[10]对 Lemaitre 损伤模型进行了修正,并使用该模型模拟了金属材料的加工和断裂过程。

一些学者针对蠕变模型进行了深入地研究,Michele 等^[11]提出了一种基于多轴延性耗竭的连续损伤模型,并对应力强度因子、 C^* 积分等断裂参数进行了评价。周广磊等^[12]建立了温度-应力耦合下的蠕变损伤模型,并通过试验验证了该模型的准确性。还有学者^[13-15]采用蠕变损伤本构模型研究了蠕变条件下裂纹的扩展行为,并采用数值模拟的方法进行了预测。

目前针对 TC4 合金在高温下的本构模型研究主要集中在高温拉伸方面,而可以将蠕变和高温拉

收稿日期:2022-05-18

基金项目:国家自然科学基金(91860128)资助

作者简介:何宇鑫(1992—),西北工业大学博士研究生,主要从事高温疲劳和蠕变断裂研究。

通信作者:马玉娥(1975—),西北工业大学教授,主要从事疲劳与断裂研究。e-mail:ma.yu.e@nwpu.edu.cn

伸同时计算的模型仍然较少,因此本文提出一种不统一的考虑损伤的黏塑性本构模型用于计算 TC4 合金在高温下的拉伸和蠕变行为。

1 TC4 试样蠕变及高温拉伸试验

1.1 TC4 单轴蠕变试验

采用锻造 TC4 合金进行单轴蠕变试验,TC4 钛合金的化学成分如表 1 所示,试验件几何尺寸如图 1 所示。选取 450℃ 下 500 和 600 MPa 2 种应力状态进行单轴蠕变试验。

表 1 TC4 钛合金各元素的质量分数							%
Ti	Al	V	Fe	C	H	O	
rest	5.5~6.75	3.5~4.5	≤0.30	≤0.08	≤0.015	≤0.20	

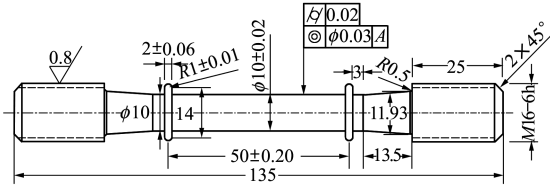


图 1 单轴蠕变试样几何尺寸

TC4 试样的蠕变曲线如图 2 所示,其在 500 和 600 MPa 下的蠕变断裂时间分别为 17.3 和 4.2 h,蠕变断裂应变分别为 24.91% 和 23.40%。2 种加载条件下试样的断裂应变相似,但 500 MPa 下 TC4 试样的蠕变断裂时间为 600 MPa 下的 4.12 倍。

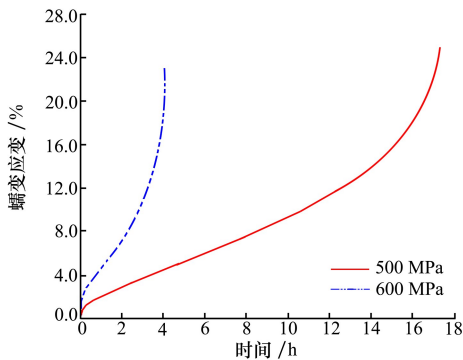


图 2 TC4 合金 450℃ 单轴蠕变曲线

1.2 TC4 高温拉伸试验

拉伸试验在 25℃、450℃ 和 600℃ 下进行,拉伸速率均为 1 mm/min,拉伸试样尺寸与蠕变试样尺寸相同。TC4 试样的应力应变曲线如图 3 所示,随着

温度的升高,试样的应变硬化阶段减少,应变软化阶段逐渐增加。对于 600℃ 下的应力应变曲线,应变软化阶段要远长于应变硬化阶段。TC4 试样的拉伸性能如表 2 所示。在 25℃ 下,TC4 试样弹性模量、屈服强度、抗拉强度和断裂应变分别为 105 073.48、846.42、924.34 MPa 和 21.14%。与 25℃ 下的拉伸性能相比,TC4 试样在 450℃ 和 600℃ 下的弹性模量分别下降 31.02% 和 59.43%;屈服强度分别下降 39.40% 和 89.11%;450℃ 下试样的延性相比 25℃ 下增加了 12.86%,而 600℃ 下试样的高温延性很高,变形量超出引伸计量程,断面收缩率约为 95%,断裂应变远大于 450℃ 下试样的断裂应变,试样的断后形貌如图 4 所示。

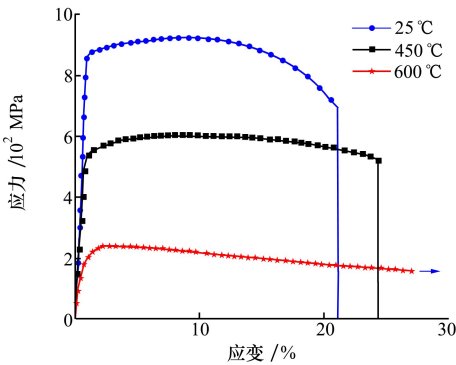


图 3 TC4 合金高温拉伸应力应变曲线

表 2 TC4 试样拉伸性能

试验温度/ ℃	弹性模量/ MPa	屈服强度/ MPa	抗拉强度/ MPa	断裂应变/ %
25	105 073.48	846.42	924.34	21.14
450	72 481.88	513.01	605.02	24.26
600	42 632.66	92.20	241.39	

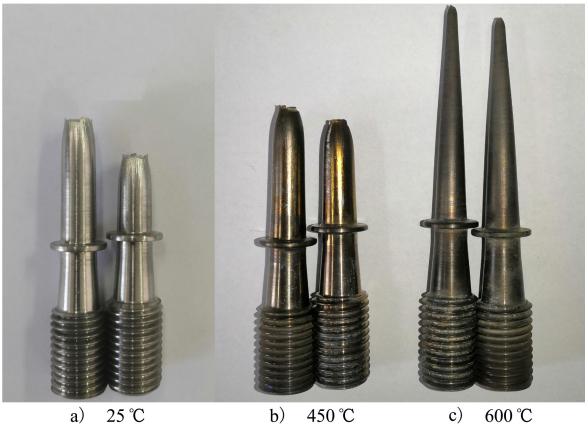


图 4 拉伸测试后 TC4 试样形貌

2 本构模型与数值实现

2.1 统一的黏塑性本构模型

对于统一的黏塑性本构模型,非弹性应变包括黏塑性应变和蠕变应变,并通过一个统一的表达式进行计算。本文将 Lemaitre 损伤模型^[16]加入到了 Chaboche 黏塑性本构模型^[17]中用于预测试样的蠕变行为以及拉伸过程中的软化阶段。本构模型总结如下

$$\dot{\epsilon}^{vp} = \frac{3}{2} \left\langle \frac{J\left(\frac{s}{1-D} - \alpha\right) - (1-D)k_0}{K} \right\rangle^n \cdot \frac{\frac{s}{1-D} - \alpha}{J\left(\frac{s}{(1-D)} - \alpha\right)} \quad (1)$$

$$J\left(\frac{s}{1-D} - \alpha\right) = \left[\frac{3}{2} \left(\frac{s}{1-D} - \alpha \right) : \left(\frac{s}{1-D} - \alpha \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

$$\alpha = \sum_{k=1}^m \alpha^k \quad (3)$$

$$\alpha^k = \frac{2}{3} (1-D) C^k \dot{\epsilon}^{vp} - \gamma^k \alpha^k \dot{p} - \beta^k |J(\alpha^k)|^{u^k-1} \alpha^k \quad (4)$$

$$\dot{D} = \begin{cases} \left[\frac{\sigma_{eq}^2}{2ES(1-D)^2} \right]^c \dot{p}, & \text{if } p > p_D \text{ and } -\frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}} > -\frac{1}{3} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5)$$

$$\dot{p} = \frac{\dot{\lambda}}{1-D} = \left\langle \frac{J\left(\frac{s}{1-D} - \alpha\right) - (1-D)k_0}{K} \right\rangle^n \quad (6)$$

s 为应力偏张量, σ_{eq} 为等效应力, σ_m 为静水压力, α^k 为第 k 个背应力, $\dot{\alpha}^k$ 中的第三项用来描述时间硬化的回复作用。 k_0 为初始屈服应力, $C^k, \gamma^k, n, K, \beta, u, S, c$ 为材料参数, p 为累计塑性应变, D 为损伤变量。

2.2 不统一的黏塑性本构模型

为比较统一与不统一模型的预测精度,本文提出一种考虑蠕变损伤和随动硬化的不统一的黏塑性本构模型。将总应变率分解为两部分:弹性应变率 $\dot{\epsilon}^e$ 和非弹性应变率 $\dot{\epsilon}^{in}$

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^e + \dot{\epsilon}^{in} \quad (7)$$

将非弹性应变率 $\dot{\epsilon}^{in}$ 分解为蠕变应变率 $\dot{\epsilon}^c$ 和塑性应变率 $\dot{\epsilon}^p$ 之和

$$\dot{\epsilon}^{in} = \dot{\epsilon}^c + \dot{\epsilon}^p \quad (8)$$

采用多轴延性耗竭蠕变本构模型^[18]如(9)~(14)式计算蠕变应变率。

$$\dot{\epsilon}_{ij}^c = \frac{3}{2} \frac{s_{ij}}{\sigma_{eq}} A \sigma_{eq}^n \exp \left[\frac{2(n+1)}{\pi \sqrt{1+3/n}} \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{eq}} \right)^2 \omega^{3/2} \right] t^m \quad (9)$$

$$\dot{\omega} = \frac{\dot{\epsilon}^c}{\epsilon_f^*} \quad (10)$$

$$\frac{\epsilon_f^*}{\epsilon_f} = \frac{\exp \left[\frac{2(n-0.5)}{3(n+0.5)} \right]}{\exp \left[2 \left(\frac{n-0.5}{n+0.5} \right) \frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}} \right]} \quad (11)$$

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sigma_{kk} \quad (12)$$

$$\sigma_{eq} = \left(\frac{3}{2} s : s \right)^{\frac{1}{2}} \quad (13)$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{kk}}{3} \quad (14)$$

式中: A, n, m 为材料参数; t 为蠕变时间; ω 为蠕变损伤率; $\dot{\epsilon}^c$ 为蠕变应变率。 ϵ_f^* 和 ϵ_f 分别为多轴蠕变失效应变和单轴蠕变失效应变。

塑性应变率可以通过屈服函数和一致性条件计算,考虑损伤和随动硬化的屈服函数可以表示为

$$F = \left(\frac{3}{2} \left(\frac{s}{1-D} - \alpha \right) : \left(\frac{s}{1-D} - \alpha \right) \right)^{\frac{1}{2}} - (1-D)k_0 \quad (15)$$

$$\alpha = \Sigma \alpha^k \quad (16)$$

$$\dot{\alpha}^k = \frac{2}{3} (1-D) C^k \dot{\epsilon}^p - \gamma^k \alpha^k \dot{p} \quad (17)$$

$$\dot{\epsilon}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \sigma} \quad (18)$$

α 为背应力, k_0 为初始屈服应力, C^k 和 γ^k 为材料常数, p 为累计塑性应变, D 为损伤变量,且损伤演化可以表示为

$$\dot{D} = \begin{cases} \left[\frac{\sigma_{eq}^2}{2ES(1-D)^2} \right]^c \dot{p}, & \text{if } p > p_D \text{ and } -\frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}} > -\frac{1}{3} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (19)$$

式中: S, c 为材料参数; p_D 为临界累计塑性应变。

考虑损伤的有效应力可以通过(20)式计算

$$\sigma = (1-D) D^e : \dot{\epsilon}^e \quad (20)$$

式中, D^e 为弹性张量。

2.3 有限元实现

以不统一的模型为例推导其有限元实现方法。采用径向回退映射法更新应力和其他状态变量, 径向回退映射法是一种隐式积分方法^[19]。首先假设在增量步 $[t_n, t_{n+1}]$ 内连续体处于弹性状态, 定义此时的应变和应力分别为弹性试应变和试应力。

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{\text{trial}} = \boldsymbol{\varepsilon}_n^e + \Delta \boldsymbol{\varepsilon} \quad (21)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{\text{trial}} = D^e(\boldsymbol{\varepsilon}_n^e + \Delta \boldsymbol{\varepsilon}) \quad (22)$$

$$\boldsymbol{\alpha}_{n+1}^{\text{trial}} = \boldsymbol{\alpha}_n \quad (23)$$

式中: $(\cdot)^{\text{trial}}$ 表示变量的试状态; D^e 为材料的弹性矩阵。

以上变量称为连续体的试状态, 如果试状态满足屈服函数即试状态处于弹性区以内, 则试状态为增量步 $[t_n, t_{n+1}]$ 的真实解。如果试状态不满足屈服函数即

$$f^{\text{trial}} = f(\boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{\text{trial}}, \boldsymbol{\alpha}_{n+1}^{\text{trial}}) > 0 \quad (24)$$

则需要对连续体的试状态进行塑性修正如(25)~(26)式所示, 径向回退映射法的示意图如图5所示。

$$\boldsymbol{\sigma}_{n+1} = \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{\text{trial}} - D^e \Delta \lambda \frac{\partial f^{\text{trial}}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{\text{trial}}} \quad (25)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^e = \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{\text{trial}} - \Delta \lambda \frac{\partial f^{\text{trial}}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{\text{trial}}} \quad (26)$$

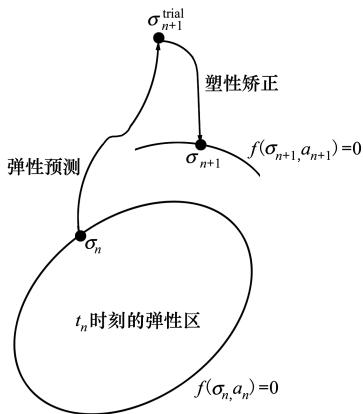


图5 径向回退映射法示意图

在完全隐式的向后欧拉方法中, 在增量步结束时需要更新每一个变量。例如从第 n 步到第 $n+1$ 步, 径向回退映射法可以写成如下形式

$$\boldsymbol{\sigma}_{n+1} = \boldsymbol{\sigma}_n + (1 - D_n) D^e : (\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} - \Delta \boldsymbol{\varepsilon}^p) \quad (27)$$

$$\boldsymbol{\alpha}_{n+1}^k = \boldsymbol{\alpha}_n^k + \frac{2}{3} C_k (1 - D_n) \Delta \boldsymbol{\varepsilon}^{vp} - \gamma_k \boldsymbol{\alpha}_{n+1}^k \Delta p \quad (28)$$

$$f_{n+1} = F\left(\frac{\boldsymbol{\sigma}_{n+1}}{1 - D}, \boldsymbol{\alpha}_{n+1}\right) \quad (29)$$

以上变量的残差可以表示为

$$\mathbf{R}_\sigma = \boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma}_n - (1 - D) D^e : (\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} - \Delta \boldsymbol{\varepsilon}^p) = 0 \quad (30)$$

$$\mathbf{R}_\alpha = \boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\alpha}_n - \frac{2}{3} C (1 - D) \Delta \boldsymbol{\varepsilon}^p + \gamma \boldsymbol{\alpha} \Delta \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = 0 \quad (31)$$

$$R_f = F\left(\frac{\boldsymbol{\sigma}_{n+1}}{1 - D}, \boldsymbol{\alpha}_{n+1}\right) - (1 - D) k_0 = 0 \quad (32)$$

使用牛顿-拉夫逊方法求解以上非线性方程组, 第 k 次的迭代可以写为

$$\mathbf{R}_\sigma^{(k)} + \dot{\boldsymbol{\sigma}}^{(k)} + \dot{D} D^e : [\Delta \boldsymbol{\varepsilon} - \Delta \lambda^{(k)} \mathbf{h}^{(k)}] + (1 - D) D^e : \left[\Delta \lambda^{(k)} \frac{\partial \mathbf{h}^{(k)}}{\partial \boldsymbol{\sigma}^{(k)}} : \dot{\boldsymbol{\sigma}}^{(k)} - \Delta \lambda^{(k)} \frac{\partial \mathbf{h}^{(k)}}{\partial \boldsymbol{\sigma}^{(k)}} : \dot{\boldsymbol{\alpha}}^{(k)} + \mathbf{h}^{(k)} \dot{\lambda}^{(k)} \right] = 0 \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_\alpha^{(k)} + \dot{\boldsymbol{\alpha}}^{(k)} + \frac{2}{3} C (1 - D) \Delta \lambda^{(k)} \frac{\partial \mathbf{h}^{(k)}}{\partial \boldsymbol{\sigma}^{(k)}} : \dot{\boldsymbol{\alpha}}^{(k)} + \\ \gamma \Delta \lambda^{(k)} \boldsymbol{\alpha}^{(k)} - \frac{2}{3} C \Delta \lambda^{(k)} \frac{\partial \mathbf{h}^{(k)}}{\partial \boldsymbol{\sigma}^{(k)}} : \dot{\boldsymbol{\sigma}}^{(k)} - \\ \frac{2}{3} C \mathbf{h}^{(k)} \dot{\lambda}^{(k)} (1 - D) + \\ \gamma \boldsymbol{\alpha}^{(k)} \dot{\lambda}^{(k)} + \frac{2}{3} C \Delta \lambda^{(k)} \mathbf{h}^{(k)} \dot{D} = 0 \end{aligned} \quad (34)$$

$$\mathbf{R}_f^{(k)} + \frac{1}{1 - D} \mathbf{h}^{(k)} : \dot{\boldsymbol{\sigma}}^{(k)} - \mathbf{h}^{(k)} : \dot{\boldsymbol{\alpha}}^{(k)} = 0 \quad (35)$$

$$\text{式中, } \mathbf{h}^{(k)} = \frac{\partial f_{n+1}^{(k)}}{\partial \left(\frac{\boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{(k)}}{(1 - D)} \right)}.$$

通过(33)~(35)式可以得到各变量的增量

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}^{(k)} = -\boldsymbol{\Theta}^{-1} : \boldsymbol{\Gamma} \dot{\lambda}^{(k)} - \boldsymbol{\Theta}^{-1} : \boldsymbol{\Pi} \quad (36)$$

$$\dot{\boldsymbol{\alpha}}^{(k)} = -\mathbf{A}_1^{-1} : \mathbf{R}_\alpha^{(k)} + \mathbf{A}_2 : \dot{\boldsymbol{\sigma}}^{(k)} - \mathbf{A}_3 \dot{\lambda}^{(k)} - \mathbf{A}_4 \dot{D} \quad (37)$$

$$\dot{\lambda}^{(k)} = \frac{\mathbf{R}_f^{(k)} - \mathbf{h} : \boldsymbol{\Theta}^{-1} : \boldsymbol{\Pi} / (1 - D) + \mathbf{h} : \mathbf{A}_2 : \boldsymbol{\Theta}^{-1} : \boldsymbol{\Pi} + \mathbf{h} : (\mathbf{A}_1^{-1} : \mathbf{R}_\alpha + \mathbf{A}_1 \dot{D})}{\mathbf{h} : \boldsymbol{\Theta} : \boldsymbol{\Gamma} / (1 - D) - \mathbf{h} : \mathbf{A}_2 : \boldsymbol{\Theta}^{-1} : \boldsymbol{\Gamma} - \mathbf{h} : \mathbf{A}_3} \quad (38)$$

式中

$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{I} + \Delta\lambda^{(k)} \frac{2}{3} C(1-D) \frac{\partial \mathbf{h}^{(k)}}{\partial \boldsymbol{\sigma}^{(k)}} + \gamma \Delta\lambda^{(k)} \mathbf{I} \quad (39)$$

$$\mathbf{A}_2 = \mathbf{A}_1^{-1} : \left[\frac{2}{3} C \Delta\lambda^{(k)} \frac{\partial \mathbf{h}^{(k)}}{\partial \boldsymbol{\sigma}^{(k)}} \right] \quad (40)$$

$$\mathbf{A}_3 = \mathbf{A}_1^{-1} : \left[\gamma \boldsymbol{\alpha}^{(k)} - \frac{2}{3} C(1-D) \mathbf{h}^{(k)} \right] \quad (41)$$

$$\mathbf{A}_4 = \mathbf{A}_1^{-1} : \left[\frac{2}{3} C \Delta\lambda^{(k)} \frac{\partial \mathbf{h}^{(k)}}{\partial \boldsymbol{\sigma}^{(k)}} \right] \quad (42)$$

$$\boldsymbol{\Theta} = \mathbf{I} + \Delta\lambda^{(k)} \mathbf{D}^e : \frac{\partial \mathbf{h}^{(k)}}{\partial \boldsymbol{\sigma}^{(k)}} - \Delta\lambda^{(k)} (1-D) \mathbf{D}^e : \frac{\partial \mathbf{h}^{(k)}}{\partial \boldsymbol{\sigma}^{(k)}} : \mathbf{A}_2 \quad (43)$$

$$\boldsymbol{\Gamma} = (1-D) \mathbf{D}^e : \left[\mathbf{h}^{(k)} + \Delta\lambda^{(k)} \frac{\partial \mathbf{h}^{(k)}}{\partial \boldsymbol{\sigma}^{(k)}} : \mathbf{A}_3 \right] \quad (44)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{R}_\sigma + \dot{D} \mathbf{D}^e : [\Delta \boldsymbol{\varepsilon} - \Delta\lambda^{(k)} \mathbf{h}^{(k)}] + \Delta\lambda^{(k)} (1-D) \mathbf{D}^e : \frac{\partial \mathbf{h}^{(k)}}{\partial \boldsymbol{\sigma}^{(k)}} : [\mathbf{A}_1^{-1} \mathbf{R}_\alpha + \mathbf{A}_4 \dot{D}] \quad (45)$$

为了获得全局迭代过程中的二阶收敛速率,需要计算一致性切线模量。对 (27) ~ (29) 式进行微分得到

$$d\boldsymbol{\sigma} = (1-D) \mathbf{D}^e : (d\boldsymbol{\varepsilon} - d(\Delta\lambda \mathbf{h})) \quad (46)$$

$$d\boldsymbol{\alpha} = \frac{2}{3} C(1-D) d(\Delta\lambda \mathbf{h}) - \gamma d(\boldsymbol{\alpha} \Delta\lambda) \quad (47)$$

$$df = \frac{\mathbf{h} : d\boldsymbol{\sigma}}{(1-D)} - \mathbf{h} : d\boldsymbol{\alpha} \quad (48)$$

将 (46) ~ (48) 式重新整理可得

$$d\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{R}^{-1} : \mathbf{S} : d\boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{R}^{-1} : \mathbf{T} : d\lambda \quad (49)$$

$$d\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{H}^{-1} : \mathbf{F} : d\boldsymbol{\sigma} + \mathbf{H}^{-1} : \mathbf{G} : d\lambda \quad (50)$$

$$d\lambda = \frac{\mathbf{h} : d\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{h} : \mathbf{H}^{-1} : \mathbf{F} : d\boldsymbol{\sigma}}{\mathbf{h} : \mathbf{H}^{-1} : \mathbf{G}} \quad (51)$$

$$\frac{d\boldsymbol{\sigma}}{d\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{\chi \mathbf{R}^{-1} : \mathbf{S}}{\chi \mathbf{I} - \frac{\mathbf{R}^{-1} : \mathbf{T} \otimes (\mathbf{h} - \mathbf{h} : \mathbf{H}^{-1} : \mathbf{F})}{(1-D)}} \quad (52)$$

式中

$$\mathbf{H} = \mathbf{I} + \frac{2}{3} (1-D) \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} + \gamma \Delta\lambda \mathbf{I} \quad (53)$$

$$\mathbf{G} = \frac{2}{3} (1-D) \mathbf{h} - \gamma \boldsymbol{\alpha} \quad (54)$$

$$\mathbf{F} = \frac{2}{3} C(1-D) \Delta\lambda \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (55)$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{I} - (1-D) \Delta\lambda \mathbf{D}^e : \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : (\mathbf{H}^{-1} : \mathbf{F} - \mathbf{I}) \quad (56)$$

$$\mathbf{S} = (1-D) \mathbf{D}^e \quad (57)$$

$$\mathbf{T} = (1-D) \mathbf{D}^e : \left(\Delta\lambda \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \mathbf{H}^{-1} : \mathbf{G} - \mathbf{h} \right) \quad (58)$$

$$\chi = \mathbf{h} : \mathbf{H}^{-1} : \mathbf{G} \quad (59)$$

将通过以上过程计算得到的应力用于计算蠕变损伤和蠕变应变,计算流程图如图 6 所示。

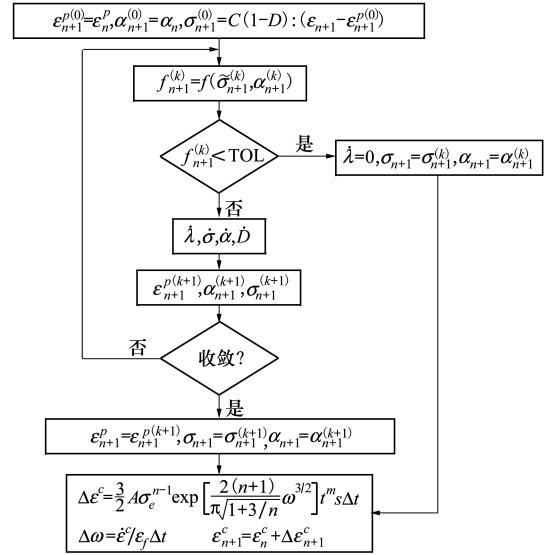


图 6 隐式积分算法的流程图

2.4 参数确定方法

本文采用遗传算法^[20]计算本构模型的材料参数。遗传算法的主要步骤分为:编码、随机产生初始种群、解码、计算适应度函数、选择、交叉、变异、收敛性判别和输出最优解,其计算流程图如图 7 所示。

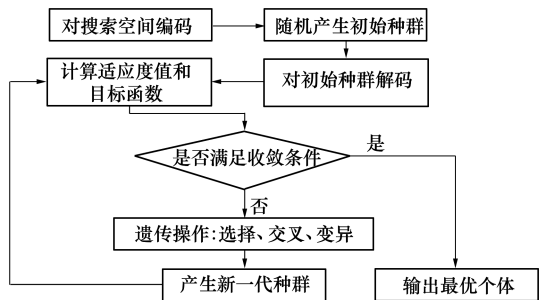


图 7 遗传算法的流程图

本文适应度函数的确定方法为将 2.1 节提出的本构方程化简为一维形式,分别对应不同温度下试样的单轴拉伸和蠕变试验,得到一组微分方程,将解码得到的材料参数初始值代入该方程并使用四阶龙格库塔方法求解,得到应力的理论值。目标函数和适应度函数选择为

$$\sum G = \sum |\sigma_{\text{exp}} - \sigma_{\text{th}}| \quad (60)$$

$$f=\frac{1}{\sum G}\tag{61}$$

式中： σ_{exp} 为实测应力值； σ_{th} 为理论应力值。适应度函数 f 的最大值对应着本构方程参数的最优解。

2.5 计算结果

本文提出的黏塑性本构模型通过有限元软件 Abaqus 的 UMAT 子程序进行实现,并使用三维八节点等参单元进行计算。统一黏塑性模型的材料参数如表 3~4 所示,不统一黏塑性模型的材料参数如表 5~6 所示。TC4 试样拉伸和蠕变曲线的计算结果如图 8 所示。由计算结果可知,统一的模型可以较为精确地预测 TC4 合金的拉伸行为,但却不能准确模拟其蠕变行为,计算结果的最大误差为 43.7%。这是由于所使用的 Lemaitre 损伤模型不能同时准确预测拉伸与蠕变过程中的损伤。不统一模型计算所得的拉伸应力应变曲线在 25℃ 和 600℃ 下与试验结果吻合良好,450℃ 下模拟曲线的屈服点比试验曲线的屈服点稍高。对于计算所得的蠕变曲线第一和第二阶段的蠕变速率与试验结果相吻合,但第三阶段的蠕变速率要高于试验结果,计算结果的最大误差为 7.7%。与统一的黏塑性本构模型相比,不统一的黏塑性本构模型虽然表达式比较复杂,将非弹性应变分解为蠕变应变和塑性应变两部分,但是可以针对蠕变应变和塑性应变采用不同的计算模型,因此相比统一的黏塑性本构模型具有更高的计算精度。总的来说,本文提出的不统一的黏塑性本构模型可以有效预测 TC4 合金蠕变曲线的 3 个阶段以及高温拉伸过程中的软化阶段。

表 3 TC4 试样统一模型材料参数

温度/ ℃	C_1	γ_1	C_2	γ_2	n	K	k_0/MPa
25	1 023.731	2.63	387.22	26.13	4.00	74.32	846.42
450	3 968.71	22.34	2 533.72	6.49	1.09	508.11	479.17
600	11 215.31	170.29	7 696.48	424.21	8.00	43.21	92.20

表 4 TC4 试样统一模型材料参数

温度/℃	β_1	u_1	β_2	u_2	S	c
25	7.24×10^{-4}	1.39	3.49×10^{-4}	1.20	9.60	3.0
450	5.17×10^{-4}	2.53	8.064×10^{-4}	2.69	1.98	3.3
600	5.51×10^{-4}	1.52	1.18×10^{-4}	1.29	8.17	1.0

表 5 TC4 试样延性耗竭模型材料参数

E/MPa	μ	$A/(\text{MPa}^{-n}\cdot\text{h}^{-1})$	n	m	$\varepsilon_f/\%$
72 481.88	0.3	1.37×10^{-19}	6.25	-0.48	23

表 6 TC4 试样不统一模型塑性参数

温度/ ℃	C_1	γ_1	C_2	γ_2	k_0/MPa	S	c
25	2 350.92	18.94	777.13	20.38	846.42	5.81	0.63
450	22 111.44	482.89	2 326.49	17.79	513.01	9.03	1.00
600	12 522.31	248.16	2 233.62	73.31	92.20	1.00	0.82

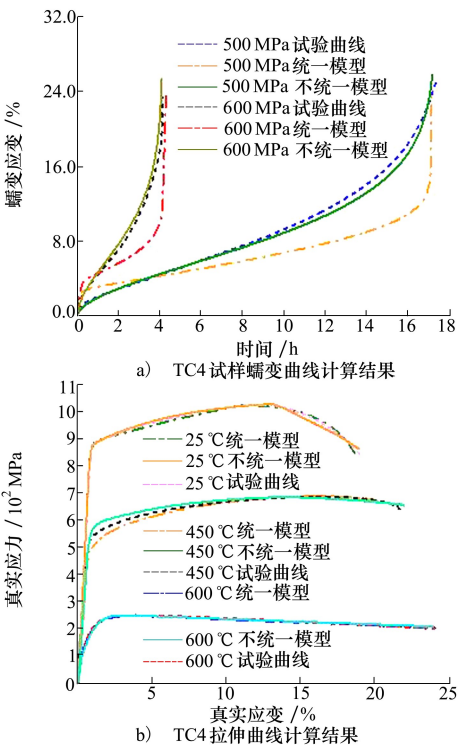


图 8 黏塑性本构模型的计算曲线

3 结 论

- 1) TC4 试样在 450℃ 和 500 MPa 的下蠕变断裂时间是 600 MPa 下的 4.12 倍。与 25℃ 下的拉伸性能相比,450℃ 和 600℃ 下 TC4 试样的弹性模量分别减低 31.02% 和 59.43%;屈服强度分别降低 39.40% 和 89.11%;450℃ 下 TC4 试样的断裂应变增加 12.86%,600℃ 下 TC4 试样的断裂应变远高于 25℃ 和 450℃ 下的断裂应变。
- 2) 不统一的黏塑性本构模型虽然表达式比较复杂,将非弹性应变分解为蠕变应变和塑性应变两

部分,但是可以针对蠕变应变和塑性应变采用不同的计算模型,因此相比统一的黏塑性本构模型具有更高的计算精度。

构模型以及推导的数值实现方法可以有效预测 TC4 合金蠕变曲线的 3 个阶段以及高温拉伸过程中的软化阶段。

3) 本文提出的不统一的考虑损伤的黏塑性本

参考文献:

- [1] JORGE Ayllón Perez, VALENTÍN Miguel Eguía, JUANA Coello Sobrino, et al. Experimental results and constitutive model of the mechanical behavior of Ti6Al4V alloy at high temperature[J]. Procedia Manufacturing, 2019, 41: 723-730
- [2] CHENG Wenyu, JOSE Outeiro, JEAN-PHILIPPE Costes, et al. A constitutive model for Ti6Al4V considering the state of stress and strain rate effects[J]. Mechanics of Materials, 2019, 137: 1-17
- [3] PAUL M Souza, JOSEBA Mendiguren, QI Chao, et al. A microstructural based constitutive approach for simulating hot deformation of Ti6Al4V alloy in the $\alpha+\beta$ phase region[J]. Materials Science & Engineering A, 2019, 748: 30-37
- [4] WOJCIECH Mocko, ADAM Brodecki. Application of optical field analysis of tensile tests for calibration of the Rusinek-Klepaczko constitutive relation of Ti6Al4V titanium alloy[J]. Materials & Design, 2015, 88: 320-330
- [5] CEN Liu, SAURAV Goel, IÑIGO Llavori, et al. Benchmarking of several material constitutive models for tribology, wear, and other mechanical deformation simulations of Ti6Al4V[J]. Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials, 2019, 97: 126-137
- [6] PAUL M Souza, HOSSEIN Beladi, RAJKUMAR Singh, et al. Constitutive analysis of hot deformation behavior of a Ti6Al4V alloy using physical based model[J]. Materials Science & Engineering A, 2015, 648: 265-273
- [7] MARIEM Yaich, ADINEL Gavras. New phenomenological material constitutive models for the description of the Ti6Al4V titanium alloy behavior under static and dynamic loadings[J]. Procedia Manufacturing, 2020, 47: 1469-1503
- [8] DUCOBU F, RIVIÈRE-LORPHEVRE E, FILIPPI E. Material constitutive model and chip separation criterion influence on the modeling of Ti6Al4V machining with experimental validation in strictly orthogonal cutting condition [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2016, 107: 136-149
- [9] CAO T S, GACHET J M, MONTMITONNET P. A Lode-dependent enhanced Lemaitre model for ductile fracture prediction at low stress triaxiality[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2014, 124: 124-125
- [10] SOYARSLAN C, RICHTER H, BARGMANN S. Variants of Lemaitre's damage model and their use in formability prediction of metallic materials[J]. Mechanics of Materials, 2016, 92: 58-79
- [11] MICHELE Pettinà, FARID Biglari. Modelling damage and creep crack growth in structural ceramics at ultra-high temperatures [J]. Journal of the European Ceramic Society, 2014 (34): 2799-2805
- [12] 周广磊, 徐涛. 基于温度-应力耦合作用的岩石时效蠕变模型[J]. 工程力学, 2017, 34(10): 1-10
ZHOU Guanglei, XU Tao. A time-dependent thermo-mechanical creep model of rock [J]. Engineering Mechanics, 2017, 34 (10): 1-10 (in Chinese)
- [13] HE J Z, WANG G Z. Characterization of 3-D creep constraint and creep crack growth rate in test specimens in ASTM-E1457 standard[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2016(168): 131-146
- [14] ZHANG Yucui, JIANG Wenchun. Creep crack growth behavior analysis of the 9Cr-1Mo steel by a modified creep-damage model [J]. Materials Science & Engineering A, 2017(708): 68-76
- [15] 何宇鑫, 马玉娥, 曹瑞. 复杂应力下 TC11 蠕变损伤及裂纹扩展研究[J]. 西北工业大学学报, 2021, 39(1): 9-16
HE Yuxin, MA Yu'e, CAO Rui. Study on creep damage and crack growth for TC11 under complex stress loading[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2021, 39(1): 9-16 (in Chinese)
- [16] LEMAITRE J, DESMORAT R. Engineering damage mechanics: ductile, creep, fatigue and brittle failures[M]. Heidelberg: Springer-Verlag, 2005
- [17] DUNNE Fionn. Introduction to computational plasticity[M]. Oxford: Oxford University Press, 2005
- [18] WEN Jianfeng, TU Shantung. A multiaxial creep-damage model for creep crack growth considering cavity growth and microcrack interaction[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2014, 123: 197-210

- [19] SIMOJ C, HUGHES T J R. Computational Inelasticity[M]. New York: Springer, 1997
- [20] HE Yuxin, MA Yu'e, ZHANG Weihong, et al. Effects of build direction on thermal exposure and creep performance of SLM Ti6Al4V titanium alloy[J]. Engineering Failure Analysis, 2022, 135: 106063

The viscoplastic constitutive model of TC4 alloy under high temperature

HE Yuxin, MA Yu'e

(School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: TC4 alloy is widely used in the high temperature environment. This paper proposed an ununified viscoplastic constitutive model according to the uniaxial creep experiment and high temperature tensile experiment of TC4 alloy. The inelastic strain rate was decomposed into two parts: creep strain rate and plastic strain rate. The creep strain was calculated by multiaxial ductility exhaustion creep damage law, and the plastic strain was get from the yield function containing the damage and the kinematic hardening effect. The implicit stress integration algorithm and the consistent tangent modulus of this model were derived. The material constants of the proposed model were determined by using genetic algorithm. The proposed constitutive model was compiled in a UMAT subroutine of finite element software Abaqus and 3D eight nodes isoparametric brick element was employed to simulate the creep and the tensile behavior of TC4 alloy. Form the result, the proposed constitutive model can predict the three stages of creep curves and the softening stage of tensile curves accurately.

Keywords: TC4 alloy; creep; high temperature tension; viscoplastic constitutive model; implicit stress integration algorithm

引用格式: 何宇鑫, 马玉娥. 高温下 TC4 合金的黏塑性本构模型研究[J]. 西北工业大学学报, 2023, 41(1): 65-72

HE Yuxin, MA Yu'e. The viscoplastic constitutive model of TC4 alloy under high temperature[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2023, 41(1): 65-72 (in Chinese)