

压电梯度板壳结构热电弹耦合建模与仿真

王雄¹, 陈倩², 黄钟童², 薛婷³, 张顺琦²

(1. 榆林学院 能源工程学院, 陕西 榆林 719000; 2. 上海大学 机电工程与自动化学院, 上海 200444;)
(3. 西北工业大学 机电学院, 陕西 西安 710072

摘 要:相比于复材层合结构,功能梯度材料不但能提供良好的比刚度,而且降低了分层损伤风险,结构梯度化是高性能结构发展的趋势。针对热电弹耦合下压电梯度结构,基于一阶剪切变形假设,构建了非线性温度梯度耦合下的压电梯度薄壁结构板壳有限元模型,实现高效的压电梯度结构“热-电-弹”耦合数值模拟。推导了压电梯度材料的“热-电-弹”耦合本构模型;假设温度梯度沿厚度方向呈二次变化,构建了 2 种非线性温度变化物理模型;基于一阶剪切变形假设,推导了多物理场耦合下的板壳有限元方程;采用商业有限元计算结构对本模型的准确性进行了验证,对压电梯度壳体结构进行了参数化仿真。

关 键 词:梯度结构;智能结构;多物理场耦合;非线性温度场;热电弹耦合
中图分类号: O343 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-2758(2023)05-0960-09

复合材料薄壁结构广泛应用于航空航天产品。为了能够实现壁板结构的形状与振动控制,通常将压电材料集成在复合材料结构中形成智能结构。无论是复合材料还是压电材料,都是通过不同参数的材料粘结固化而成,界面容易出现应力集中,存在分层风险。压电梯度结构(FGPM)具有梯度化的弹性参量和压电参量,可有效避免分层损伤风险。压电梯度结构在热电弹耦合作用下的建模与仿真是目前的一大挑战。

在压电梯度板的电弹耦合静力学建模研究方面,针对具有任意梯度材料特性的 FGPM 梁,Zhong 和 Yu^[1]推导了其在电载荷作用下的递推控制方程,以研究 FGPM 梁在悬臂、简支和刚性夹紧等不同边界条件下的机电性能。基于混合变分原理,Wu 和 Ding^[2]考虑了 4 种机电载荷条件,对简支 FGPM 梁进行了相应的电弹性耦合分析。Zenkour 和 Alghammi^[3]利用准三维剪切和法向变形理论,探讨了结构尺寸、材料参数对简支 FGPM 板弯曲特性的影响。更有一些学者,针对 FGPM 结构,研究了新的建模

与计算方法。Meng 等^[4]为提高含孔 FGPM 板的计算精度,提出力电耦合的无网格伽辽金法,求解其力学问题。Nourmohammadi 和 Behjat^[5]采用径向点插值法研究了压电层合 FGPM 板在机械载荷和电载荷作用下的几何非线性静态响应。Zhong 和 Shang^[6]针对上下表面承载机械和电载荷作用的 FGPM 板结构,利用状态空间方法,得到了四边简支 FGPM 矩形板的精确三维解。

FGPM 动力学与振动控制研究方面,Şimşek 和 Kocatürk^[7]研究了功能梯度梁在一简谐变化集中力作用下的自由振动特性和动力特性。Pandey 和 Parashar^[8]在机电载荷下,考虑了不同材料分布对 FGPM 梁基频的影响。Aydogdu 和 Taskin^[9]为研究简支 FGPM 梁的自由振动,利用不同的高阶板壳理论和经典理论,探究了材料性能和长宽比对结构模态振型的影响。Shen 等^[10]针对不同几何形状、边界约束的 FGPM 结构,采用比例边界有限元法,提出了压电梯度板结构横向自由振动响应的精确积分解法。Mao 等^[11]以弹性基体材料模拟边界条件,探

究了其对于石墨烯纳米增强 FGPM 板振动特性的影响,并研究了不同边界条件下的线性和非线性动力行为。Sharma^[12]基于一阶剪切变形理论,对 FGPM 板的振动响应进行了研究,压电材料参数沿厚度方向按幂律分布变化,结果表明,材料比重对结构振动主动减振起着重要作用。Wang^[13]以多孔 FGPM 板为研究对象,考虑几何非线性,通过参数化研究发现非均匀 FGPM 结构的振动特性取决于电势和幂律指数等关键的物理参数。Li 等^[14]探究了 FGPM 板结构振动主动控制问题,采用速度反馈控制方法获得有效的主动阻尼,研究了压电材料的分布类型、体积分指数等对控制效果的影响。

在热载荷条件下, Lee^[15]基于线性热电弹耦合原理,将分层有限元法应用到 FGPM 梁中,并研究了厚度变化对位移和应力响应的影响。基于欧拉-伯努利梁理论和非线性应变-位移关系, Kiani 等^[16]针对表面粘有压电层的功能梯度材料梁,在恒压和热载荷作用下,开展屈曲特性研究,同时考虑边界条件和幂律指数等对 FGPM 梁屈曲温度的影响。Yang 和 Xiang^[17]基于 Timoshenko 梁理论研究了 FGPM 制动器在热机电联合载荷作用下的静动态响应,利用微分求积法求解控制微分方程,明确了结构热机电特性的重要指标。Saadatfar 和 Aghaie-Khafari^[18]研究了固定于弹性地基上的 FGPM 圆柱壳在热机电载荷下的力学响应。Babaei 和 Eslami^[19]研究了表面集成压电层的功能梯度拱,探究了 FGPM 拱在均匀温度、线性温度和热传导 3 种不同类型热载荷下的非线性热致大挠度问题。Kumar 和 Harsha^[20]研究了 FGPM 板在热机电载荷下的静态和自由振动响应。

综上所述,近些年来国内外学者对 FGPM 结构的研究主要集中在材料参数、模型优化和加载方式等方面,大部分热场下的研究仅针对结构在均匀或者线性温度场下的响应结果,很少有研究能够计算非线性温度分布对结构的影响,尤其是温度沿厚度方向呈二次分布连续变化的结果。研究非线性温度梯度载荷对结构的影响,能够模拟结构在多变环境温度下产生的形变,使仿真环境更接近实际情况。本文针对非线性热场下压电梯度结构,开展了热-电-弹多物理场耦合的建模与仿真研究。

1 梯度压电的材料分布

梯度薄壁结构指的是材料参数沿着厚度方向按一定规律变化,一般可分为线性分布、指数分布、幂律分布。

1.1 线性分布

线性分布的梯度结构一般由两相材料组成,材料参数可表达为

$$M = g_M^{(i)} \left(\frac{\Theta^3}{h}, M_1, M_2 \right) \quad (1)$$

式中: h 为薄板结构的厚度, M 为结构任意厚度位置的材料参数; M_1, M_2 分别为 2 种不同相的材料参数。

1.2 指数分布

指数分布规律是以自然数 e 为底的一个函数,两相材料随厚度方向的变化规律为

$$M = M^f \exp \left(1 - \frac{2\Theta^3}{h} \right) \left(\frac{M^f}{M^m} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (2)$$

1.3 幂律分布

幂律分布的材料参数可以表示为

$$M = (M^f - M^m) \left(\frac{2\Theta^3 + h}{2h} \right)^n + M^m \quad (3)$$

从(3)式可以看出,当 $n=0$ 时,表示结构完全由增强材料构成;当 $n=1$ 时,表示材料参数沿厚度方向线性变化;当 $n=\infty$ 时,表示结构仅由基体材料组成。

2 梯度压电结构热电弹耦合模型

2.1 热电弹耦合本构模型

在小应变、弱电场假设下,热电弹耦合的 FGPM 材料本构方程描述如下:

$$\varepsilon_{ij} = s_{ijkt} \sigma_{kl} + d_{ijm} E_m + \alpha_{ij} \nabla T \quad (4)$$

$$D_m = d_{mkl} \sigma_{kl} + e_{mn} E_n + \beta_m \nabla T \quad (5)$$

式中:下标 i, j, k, l, m 和 n 取值为 1, 2 或 3;同时, ij 和 kl 的组合用来表示 11, 22, 33, 12 或 21, 13 或 31, 以及 23 或 32 的数字组合; σ, ε 和 s 分别表示应力、应变和弹性柔度系数; D, E, d 和 e 分别表示电位移量、电场强度、压电常数和介电常数; α 为热膨胀系数; β 为热电常数; ∇T 表示梯度变化的温度,结构任意点都对一个温度变化量。

2.2 热电场分布模型

假设电场沿厚度方向线性变化,电场强度定义

为电势的负梯度,表达为

$$\mathbf{E} = -\nabla \phi = \mathbf{B}_\phi \phi \quad (6)$$

式中: ϕ 表示电势; $\mathbf{B}_\phi$ 是电场矩阵。

将温度梯度的函数写成矩阵形式如下

$$\nabla T = \mathbf{B}_T \begin{Bmatrix} \Delta T_{\text{bot}} \\ \Delta T_{\text{top}} \end{Bmatrix} \quad (7)$$

式中, $\mathbf{B}_T$ 是温度分布矩阵,描述热场沿厚度方向的分布规律。

对于热场沿厚度方向的分布,考虑3种情形,1种线性分布和2种非线性分布,如图1所示。

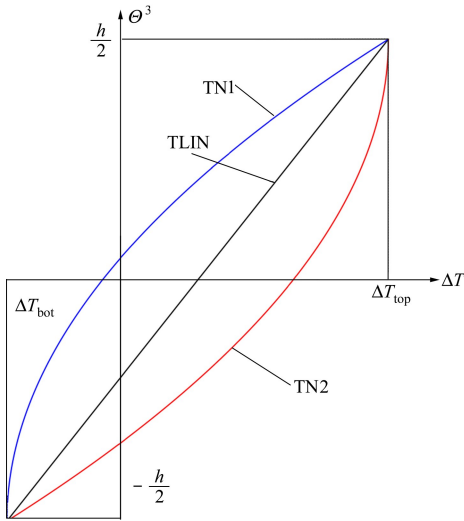


图1 沿厚度方向温度分布曲线

线性分布(TLIN)表达为

$$\nabla T = \frac{\Delta T_{\text{top}} - \Delta T_{\text{bot}}}{h} \Theta^3 + \frac{\Delta T_{\text{top}} + \Delta T_{\text{bot}}}{2} \quad (8)$$

第二种分布为下抛物线分布(TNL1),表达式为

$$\nabla T_1 = \frac{\Delta T_{\text{top}} + \Delta T_{\text{bot}}}{h^2} (\Theta^3)^2 + \frac{\Delta T_{\text{top}} - \Delta T_{\text{bot}}}{h} \Theta^3 + \frac{\Delta T_{\text{top}} + \Delta T_{\text{bot}}}{4} \quad (9)$$

第三种分布为上抛物线分布(TNL2),表达式为

$$\nabla T_2 = -\frac{\Delta T_{\text{top}} + \Delta T_{\text{bot}}}{h^2} (\Theta^3)^2 + \frac{\Delta T_{\text{top}} - \Delta T_{\text{bot}}}{h} \Theta^3 + \frac{3}{4} (\Delta T_{\text{top}} + \Delta T_{\text{bot}}) \quad (10)$$

2.3 梯度压电结构有限元模型

基于一阶剪切变形假设

$$\mathbf{v}_\alpha = \mathbf{v}_\alpha^0 + \Theta^3 \mathbf{v}_\alpha^1 \quad (11)$$

$$\mathbf{v}_3 = \mathbf{v}_3^0 \quad (12)$$

式中: $\mathbf{v}_\alpha^0$ 和 $\mathbf{v}_3^0$ 代表中性面的平动位移; $\mathbf{v}_\alpha^1$ 表示中性面的转动位移,下标 α 为1或2。考虑小应变、小位移,使用线性拉格朗日应变,可以得到一阶剪切变形假设下的应变场关系

$$\varepsilon_{\alpha\beta}^0 = \varepsilon_{\alpha\beta}^0 + \Theta^3 \varepsilon_{\alpha\beta}^1 + (\Theta^3)^2 \varepsilon_{\alpha\beta}^2 \quad (13)$$

$$\varepsilon_{\alpha 3}^0 = \varepsilon_{\alpha 3}^0 \quad (14)$$

对于薄板结构,式中应变分量表达式为

$$\varepsilon_{11}^0 = v_{1,1}^0 \quad (15)$$

$$\varepsilon_{22}^0 = v_{2,2}^0 \quad (16)$$

$$2\varepsilon_{12}^0 = v_{1,2}^0 + v_{2,1}^0 \quad (17)$$

$$\varepsilon_{11}^1 = v_{1,1}^1 \quad (18)$$

$$\varepsilon_{22}^1 = v_{2,2}^1 \quad (19)$$

$$2\varepsilon_{12}^1 = v_{1,2}^1 + v_{2,1}^1 \quad (20)$$

$$2\varepsilon_{13}^0 = v_1^1 + v_{3,1}^0 \quad (21)$$

$$2\varepsilon_{23}^0 = v_2^1 + v_{3,2}^0 \quad (22)$$

对于薄壁圆柱壳结构,应变分量表达式为

$$\varepsilon_{11}^0 = v_{1,1}^0 \quad (23)$$

$$\varepsilon_{22}^0 = v_{2,2}^0 + R v_3^0 \quad (24)$$

$$2\varepsilon_{12}^0 = v_{1,2}^0 + v_{2,1}^0 \quad (25)$$

$$\varepsilon_{11}^1 = v_{1,1}^1 \quad (26)$$

$$\varepsilon_{22}^1 = v_{2,2}^1 + \frac{1}{R} (v_{2,2}^0 + R v_3^0) \quad (27)$$

$$2\varepsilon_{12}^1 = v_{1,2}^1 + v_{2,1}^1 + \frac{1}{R} v_{2,1}^0 \quad (28)$$

$$\varepsilon_{22}^2 = \frac{1}{R} v_{2,2}^1 \quad (29)$$

$$2\varepsilon_{13}^0 = v_1^1 + v_{3,1}^0 \quad (30)$$

$$2\varepsilon_{23}^0 = v_2^1 + v_{3,2}^0 - \frac{1}{R} v_2^0 \quad (31)$$

式中: ε_{11}^0 和 ε_{22}^0 是面内正应变; ε_{12}^0 和 ε_{21}^0 表示面内剪切应变; ε_{13}^0 和 ε_{23}^0 是横向剪切应变; ε_{11}^1 和 ε_{22}^1 表示弯曲应变; ε_{12}^1 和 ε_{21}^1 表示扭转应变。

采用八节点二次型板壳单元,任意点位移用二次形函数插值获得

$$\left\{\begin{aligned}u &= \sum N_i u^{(i)} = N_1 u^{(1)} + N_2 u^{(2)} + \\&\quad N_3 u^{(3)} + \cdots + N_8 u^{(8)} \\v &= \sum N_i v^{(i)} = N_1 v^{(1)} + N_2 v^{(2)} + \\&\quad N_3 v^{(3)} + \cdots + N_8 v^{(8)} \\w &= \sum N_i w^{(i)} = N_1 w^{(1)} + N_2 w^{(2)} + \\&\quad N_3 w^{(3)} + \cdots + N_8 w^{(8)} \\ \varphi_1 &= \sum N_i \varphi_1^{(i)} = N_1 \varphi_1^{(1)} + N_2 \varphi_1^{(2)} + \\&\quad N_3 \varphi_1^{(3)} + \cdots + N_8 \varphi_1^{(8)} \\ \varphi_2 &= \sum N_i \varphi_2^{(i)} = N_1 \varphi_2^{(1)} + N_2 \varphi_2^{(2)} + \\&\quad N_3 \varphi_2^{(3)} + \cdots + N_8 \varphi_2^{(8)}\end{aligned}\right. \quad (32)$$

式中, N_i 为第 i 个节点的形函数。因此,应变写作

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{L} \boldsymbol{N} \boldsymbol{q} = \boldsymbol{B}_u \boldsymbol{q} \quad (33)$$

式中: $\boldsymbol{L}$ 是微分算子; $\boldsymbol{B}_u$ 称为应变矩阵; $\boldsymbol{q}$ 是自由度向量。

通过哈密尔顿变分原理

$$\int_t (\delta T - \delta W_{\text{int}} + \delta W_{\text{ext}}) dt = 0 \quad (34)$$

获得 FGPM 板壳结构的动力学模型

$$\boldsymbol{M}_{uu} \ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{K}_{uu} \boldsymbol{q} + \boldsymbol{K}_{u\phi} \boldsymbol{\phi} + \boldsymbol{K}_{uT} \nabla T = \boldsymbol{F}_{ue} \quad (35)$$
$$\boldsymbol{K}_{\phi u} \boldsymbol{q} + \boldsymbol{K}_{\phi\phi} \boldsymbol{\phi} + \boldsymbol{K}_{\phi T} \nabla T = \boldsymbol{G}_{\phi e} \quad (36)$$

式中

$$\boldsymbol{M}_{uu} = \int_V (\rho \boldsymbol{N}_u^T \boldsymbol{Z}_u^T \boldsymbol{Z}_u \boldsymbol{N}_u) dV$$
$$\boldsymbol{K}_{uu} = \int_V (\boldsymbol{B}_u^T \boldsymbol{c} \boldsymbol{B}_u) dV$$
$$\boldsymbol{K}_{u\phi} = - \int_V (\boldsymbol{B}_u^T \boldsymbol{e}^T \boldsymbol{B}_\phi) dV$$
$$\boldsymbol{K}_{uT} = - \int_V (\boldsymbol{B}_u^T \boldsymbol{\lambda} \boldsymbol{B}_T) dV$$
$$\boldsymbol{K}_{\phi u} = - \int_V (\boldsymbol{B}_\phi^T \boldsymbol{e} \boldsymbol{B}_u) dV$$

$$\boldsymbol{K}_{\phi\phi} = - \int_V (\boldsymbol{B}_\phi^T \boldsymbol{\chi} \boldsymbol{B}_\phi) dV$$
$$\boldsymbol{K}_{\phi T} = - \int_V (\boldsymbol{B}_\phi^T \boldsymbol{P} \boldsymbol{B}_T) dV \quad (37)$$

式中: $\boldsymbol{M}_{uu}$ 表示质量矩阵; $\boldsymbol{K}_{uu}$, $\boldsymbol{K}_{u\phi}$ 和 $\boldsymbol{K}_{uT}$ 分别表示刚度矩阵, 压电耦合刚度矩阵和热 - 机耦合刚度矩阵; $\boldsymbol{K}_{\phi u}$, $\boldsymbol{K}_{\phi\phi}$ 和 $\boldsymbol{K}_{\phi T}$ 分别表示压电耦合电容矩阵, 压电电容矩阵和热电耦合电容矩阵; $\boldsymbol{F}_{ue}$ 是外力向量; $\boldsymbol{G}_{\phi e}$ 是外电向量。

3 数值模拟

3.1 模型验证

为保证模型的准确性, 计算文献[15]中性温度梯度下结构的响应结果。模型几何结构如图 2 所示, 压电功能梯度悬臂梁长 l_1 、宽 l_2 、高 h_1 分别为 80、10 和 0.22 mm。

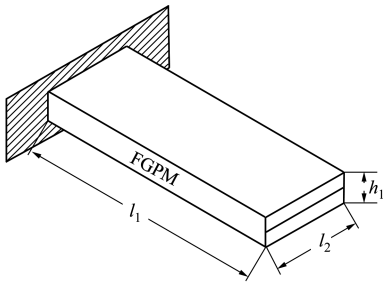


图 2 压电功能梯度悬臂梁

结构中顶层和底层的材料属性相反, 其余各层材料属性沿厚度方向呈梯度分布。为了更全面地研究梯度分布的材料参数对结构的影响, 采用 4 种分布情况并命名为 Case1~Case4。材料参数如表 1~2 所示, 其中 Y 为弹性模量, G 为剪切模量, α 为热膨胀系数, P 为热释电常数。

表 1 Case1~Case2 FGPM 梁各层材料参数^[15]

层数	Y/ GPa	G/ GPa	Case1		Case 2	
			$\alpha/10^{-6} (^{\circ}\text{C})^{-1}$	$P/10^{-6} (\text{m}^{-2} (^{\circ}\text{C})^{-1})$	$\alpha/10^{-6} (^{\circ}\text{C})^{-1}$	$P/10^{-6} (\text{m}^{-2} (^{\circ}\text{C})^{-1})$
1	0.4	0.16	12	2.5	120	25.0
2	0.8	0.32	24	5.0	108	22.5
3	1.2	0.48	36	7.5	96	20.0
4	1.6	0.64	48	10.0	84	17.5
5	2.0	0.80	60	12.5	72	15.0
6	2.0	0.80	72	15.0	60	12.5
7	1.6	0.64	84	17.5	48	10.0
8	1.2	0.48	96	20.0	36	7.5
9	0.8	0.32	108	22.5	24	5.0
10	0.4	0.16	120	25.0	12	2.5

表 2 Case3~Case4 FGPM 梁各层材料参数^[15]

层数	Y/ GPa	G/ GPa	Case3		Case 4	
			$\alpha/10^{-6}(\text{ }^{\circ}\text{C})^{-1}$	$P/10^{-6}(\text{m}^{-2}(\text{ }^{\circ}\text{C})^{-1})$	$\alpha/10^{-6}(\text{ }^{\circ}\text{C})^{-1}$	$P/10^{-6}(\text{m}^{-2}(\text{ }^{\circ}\text{C})^{-1})$
1	2.0	0.80	12	2.5	120	25.0
2	1.6	0.64	24	5.0	108	22.5
3	1.2	0.48	36	7.5	96	20.0
4	0.8	0.32	48	10.0	84	17.5
5	0.4	0.16	60	12.5	72	15.0
6	0.4	0.16	72	15.0	60	12.5
7	0.8	0.32	84	17.5	48	10.0
8	1.2	0.48	96	20.0	36	7.5
9	1.6	0.64	108	22.5	24	5.0
10	2.0	0.80	120	25.0	12	2.5

对结构施加 5℃ 线性温度梯度的热载荷,末端位移比较如表 3 所示,计算获得的结果与文献[14]中的结果十分接近,每组数据的偏差都在 1% 以内,说明本文构建的有限元模型具有较高的可靠性。

表 3 压电功能梯度梁末端位移

分布情况	本文位移/m	文献[14]位移/m	偏差/%
Case1	9.011×10^{-3}	8.938×10^{-3}	0.818
Case2	4.291×10^{-4}	4.334×10^{-4}	-0.992
Case3	9.098×10^{-3}	9.050×10^{-3}	0.536
Case4	4.332×10^{-4}	4.334×10^{-4}	-0.033

以 Case4 的材料参数为例,开展本文有限元模型的高效性和收敛性验证。对结构沿厚度方向施加 5℃ 非线性温度 TNL2 模型对应的等效力,同时采用商业软的 ABAQUS 的板壳单元 S8R 和三维单元 C3D8R,与本文八节点二次型板壳单元进行比较,计算结果如表 4 所示。从结果可以看出,本文计算结

表 4 压电功能梯度梁计算效率与收敛性验证

单元类型	网格划分	节点数	末端位移/ 10^{-4}m
ABAQUS S8R	10×5	181	3.455
	20×10	661	3.456
	40×10	1 301	3.457
	80×20	5 001	3.457
ABAQUS C3D8R	160×20×10	37 191	3.443
	200×40×10	90 651	3.470
	300×50×10	168 861	3.477
	500×50×10	281 061	3.480
	800×100×10	889 911	3.480
本文八节点二次型板壳单元	2×2	21	3.476
	5×2	45	3.476
	10×5	181	3.476
	20×10	661	3.476
	40×10	1 301	3.476

果更接近三维单元 C3D8R,并且收敛速度比 S8R 板壳单元更快。

3.2 压电层合功能梯度板结构计算

材料参数对结构有很大的影响,功能梯度材料(FGM)往往使用增强材料对基体材料进行掺杂,而其混合的比例会对制成的结构产生很大影响。采用材料参数呈一定规律分布的压电层合 FGM 悬臂梁如图 3 所示,长边 l' 和短边 w' 分别为 800 和 400 mm,压电驱动层厚度为 0.1 mm,FGM 层为 5 mm。

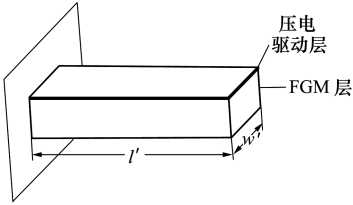


图 3 压电层合 FGM 梁

FGM 层由铝合金中掺入钛合金的材料构成,随厚度方向变化的材料参数由指数分布公式(2)和幂律分布公式(3)所得,材料参数^[21]如表 5 所示。

表 5 材料参数

材料参数	压电材料	铝合金	钛合金
Y/GPa	63.00	320.24	105.70
n	0.300 0	0.260 0	0.298 1
$r/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	7 600	3 750	4 429
$d_{31}/10^{-10}(\text{m}\cdot\text{V}^{-1})$	2.54		
$d_{32}/10^{-10}(\text{m}\cdot\text{V}^{-1})$	2.54		
$c/(\text{F}\cdot\text{m}^{-1})$	15×10^{-9}		

其中, d_{31} 、 d_{32} 为压电参数, c 为介电系数, ρ 为密度。有限元建模使用 10×10 网格,八节点单元,为

保证结果准确性将结构离散成 30 层。

为探究不同材料参数分布下压电层合 FGM 板结构的特性,对其施加 10℃ 线性温度梯度和 100 V 的电压,并改变幂律指数 n 以研究组成材料体积分数对 FGM 结构特性的影响。

对比指数分布规律和幂律分布规律下悬臂梁的末端位移如表 6 所示,中心线位移如图 4 所示。随着幂律指数的增大,悬臂梁位移也在不断增大。对

表 6 不同材料参数下悬臂梁的末端位移

材料参数分布情况	位移/mm
指数分布	-15.520
$n=0$	-3.461
$n=0.5$	-4.678
幂律分布	$n=1$ -5.439
$n=15$	-12.170
$n=1\ 000$	-13.920

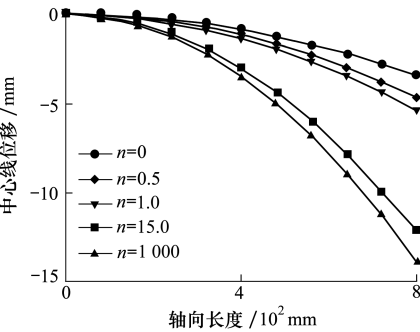


图 4 不同幂律分布指数的 FGM 悬臂梁中心线位移

比后发现指数分布情况下的压电层合 FGM 悬臂梁末端位移比所有幂律指数下的幂律分布情况的数值都大。可知材料参数的分布情况对同种载荷下结构有较大影响。

3.3 FGPM 壳结构计算

为了进一步得到非线性热场对结构产生的影响,使用四边简支压电功能梯度圆柱壳如图 5 所示。

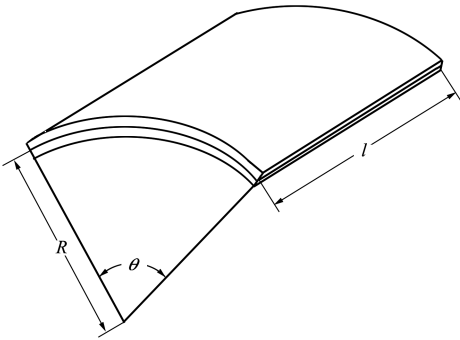


图 5 FGPM 圆柱壳几何模型

壳体直边长度 l 为 200 mm,曲边半径 R 为 2 000 mm,圆心角 $\theta=0.1$ rad,厚度 0.22 mm。各层材料参数如表 7 所示,泊松比 ν 为常值 0.25。根据 (8)~(10) 式给出的温度分布情况,依次沿 FGPM 圆柱壳厚度方向加载 10℃ 线性与 2 种非线性温度梯度,分别记作 TLIN,TN1 和 TN2,其中心点位移结果如表 8 所示。

表 7 FGPM 壳各层材料参数

层数	Y/ GPa	G/ GPa	Case1		Case 2	
			$\alpha/10^{-6}(\text{℃})^{-1}$	$P/10^{-6}(\text{m}^{-2}(\text{℃})^{-1})$	$\alpha/10^{-6}(\text{℃})^{-1}$	$P/10^{-6}(\text{m}^{-2}(\text{℃})^{-1})$
1	0.8	0.32	12	2.5	120	25.0
2	1.6	0.64	24	5.0	108	22.5
3	2.4	0.96	36	7.5	96	20.0
4	3.2	1.28	48	10.0	84	17.5
5	4.0	1.60	60	12.5	72	15.0
6	4.0	1.60	72	15.0	60	12.5
7	3.2	1.28	84	17.5	48	10.0
8	2.4	0.96	96	20.0	36	7.5
9	1.6	0.64	108	22.5	24	5.0
10	0.8	0.32	120	25.0	12	2.50

层数	Y/ GPa	G/ GPa	Case3		Case 4	
			$\alpha/10^{-6}(\text{℃})^{-1}$	$P/10^{-6}(\text{m}^{-2}(\text{℃})^{-1})$	$\alpha/10^{-6}(\text{℃})^{-1}$	$P/10^{-6}(\text{m}^{-2}(\text{℃})^{-1})$
1	4.0	1.60	12	2.5	120	25.0
2	3.2	1.28	24	5.0	108	22.5
3	2.4	0.96	36	7.5	96	20.0
4	1.6	0.64	48	10.0	84	17.5
5	0.8	0.32	60	12.5	72	15.0
6	0.8	0.32	72	15.0	60	12.5
7	1.6	0.64	84	17.5	48	10.0
8	2.4	0.96	96	20.0	36	7.5
9	3.2	1.28	108	22.5	24	5.0
10	4	1.60	120	25.0	12	2.5

由于沿厚度方向各层材料参数的不同,温度梯度驱动下的壳体位移情况也产生很大区别。同一材料参数分布情况下,2 种非线性温度梯度分布与线性温度梯度导致的位移有着较大的差异,TN2 产生的位移较大而 TN1 较小。

表 8 FGPM 壳中心点位移 mm

温度载荷	Case1	Case2	Case3	Case4
TN1	0.335	0.377	1.047	0.343
TLIN	0.723	0.937	1.360	0.750
TN2	1.111	1.497	1.673	1.157

在考虑环境温度变化或其他热载荷作用下的 FGPM 结构时,承受复杂分布的温度载荷对结构位移产生的作用差别很大,有必要结合材料参数将温度分布纳入考虑范畴。

3.4 FGPM 壳结构参数化仿真

圆柱壳的半径 R 在模型中决定了 Θ^3 方向的形状,改变 FGPM 圆柱壳模型中的半径,保持其余参数不变。研究材料参数分布情况下,不同温度载荷对结构变形产生的影响,随曲率变化的中心点位移如图 6 所示。

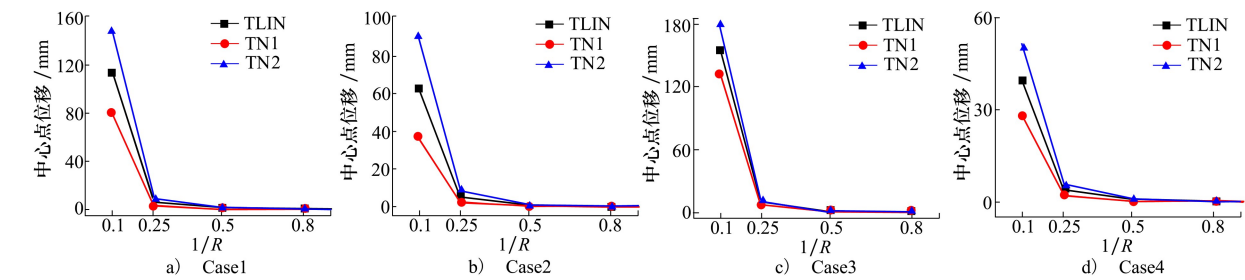


图 6 随曲率变化的中心点位移

图中横坐标使用曲率 $1/R\text{ mm}^{-1}$ 描述壳的弯曲程度,可以看到随着曲率的不断增大,4 种材料分布情况的中心点位移都在减小同时其减小的速度不断变小。曲率从 0.1 到 0.8 的过程可以较为完备地说明曲率变大的过程中,结构的刚度不断增大,中心点位移可能相差约 4 个数量级,其中曲率 0.1 与 0.25 相差 2 个数量级。随着曲率增大,4 种材料参数结构承受线性和非线性温度梯度,TN2 产生的影响最大,而 TN1 最小。

4 结 论

本文在小应变、弱电场假设下推导了非线性热场的热弹电耦合本构方程,研究了 FGPM 板壳结构同时受弹性、电和热载荷的静力学响应。

参考文献:

[1] ZHONG Z, YU T. Electroelastic analysis of functionally graded piezoelectric material beams[J]. Journal of Intelligent Material Systems & Structures, 2008, 19(6): 707-713

[2] WU C P, DING S. Coupled electro-elastic analysis of functionally graded piezoelectric material plates[J]. Smart Structures and Systems, 2015, 16(5): 781-806

- 1) 考虑了不同材料参数分布下压电层合 FGPM 板结构的特性,结果表明,材料参数的分布情况对同种载荷下结构有较大影响。随着掺杂比例的增大,FGPM 结构位移也随之增大。
- 2) 在考虑环境温度变化或其他热载荷作用下的 FGPM 结构时,复杂非线性变化的温度载荷会对结构产生较大影响,有必要结合材料参数将温度分布纳入考虑范畴。
- 3) 对不同半径的 FGPM 壳体结构进行了参数化研究。结果表明:结构刚度随着曲率变大而变大,中心点位移也随之不断减小。热梯度的分布对 FGPM 板壳结构的静力学响应有重要影响。此外,证实了与几何尺寸相比,材料性能构型对结构的静态弯曲响应有更显著的影响。

- [3] ZENKOUR A M, ALGHANMI R A. Bending of functionally graded plates via a refined quasi-3D shear and normal deformation theory[J]. *Curved and Layered Structures*, 2018(5): 190-200
- [4] MENG G W, WANG H, ZHOU L M, et al. Electromechanical element-free galerkin method for functionally graded piezoelectric plate with circular hole[J]. *Journal of Central South University*, 2015, 46(11): 4015-4020
- [5] NOURMOHAMMADI H, BEHJAT B. Geometrically nonlinear analysis of functionally graded piezoelectric plate using mesh-free RPIM[J]. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 2019(99): 131-141
- [6] ZHONG Z, SHANG E T. Three-dimensional exact analysis of a simply supported functionally gradient piezoelectric plate[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2003, 40(20): 5335-5352
- [7] ŞİMŞEK M, KOCATÜRK T. Free and forced vibration of a functionally graded beam subjected to a concentrated moving harmonic load[J]. *Composite Structures*, 2009(90): 465-473
- [8] PANDEY V B, PARASHAR S K. Static bending and dynamic analysis of functionally graded piezoelectric beam subjected to electromechanical loads[J]. *Journal of Mechanical Engineering Science*, 2016, 230(19): 3457-3469
- [9] AYDOĞDU M, TASKIN V. Free vibration analysis of functionally graded beams with simply supported edges[J]. *Materials and Design*, 2006, 28(5): 1651-1656
- [10] SHEN Y, ZHANG P C, HE W, et al. Transverse vibration responses of the in-plane-wise functionally graded piezoelectric composite plates[J]. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 2023, 30(3): 592-608
- [11] MAO J J, LU H M, ZHANG W, et al. Vibrations of graphene nanoplatelet reinforced functionally gradient piezoelectric composite microplate based on nonlocal theory[J]. *Composite Structures*, 2020, 236: 111813
- [12] SHARMA A. Effect of porosity on active vibration control of smart structure using porous functionally graded piezoelectric material[J]. *Composite Structures*, 2022, 280: 114815
- [13] WANG Y Q. Electro-mechanical vibration analysis of functionally graded piezoelectric porous plates in the translation state[J]. *Acta Astronautica*, 2018, 143: 263-271
- [14] LI J, XUE Y, LI F, et al. Active vibration control of functionally graded piezoelectric material plate[J]. *Composite Structures*, 2019, 207: 509-518
- [15] LEE H J. Layerwise laminate analysis of functionally graded piezoelectric bimorph beams[J]. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2005(16): 365-371
- [16] KIANI Y, TAHERI S, ESLAMI M R. Thermal buckling of piezoelectric functionally graded material beams[J]. *Journal of Thermal Stresses*, 2011, 34(7/8/9): 835-850
- [17] YANG J, XIANG H J. Thermo-electro-mechanical characteristics of functionally graded piezoelectric actuators[J]. *Smart Materials and Structures*, 2007(16): 784-797
- [18] SAADATFAR M, AGHAIE-KHAFRI M. Thermoelastic analysis of a rotating functionally graded cylindrical shell with functionally graded sensor and actuator layers on an elastic foundation placed in a constant magnetic field[J]. *Journal of Intelligent Material Systems & Structures*, 2015, 27(4): 512-527
- [19] BABAEI H, ESLAMI M R. Thermally induced large deflection of FGM shallow micro-arches with integrated surface piezoelectric layers based on modified couple stress theory[J]. *Acta Mechanica*, 2019, 230(7): 2363-2384
- [20] KUMAR P, HARSHA S P. Response analysis of hybrid functionally graded material plate subjected to thermo-electro-mechanical loading[J]. *Journal of Materials Design and Applications*, 2020, 235(4): 813-827
- [21] HE X Q, NG T Y, SIVASHANKER S, et al. Active control of FGM plates with integrated piezoelectric sensors and actuators[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2001(38): 1641-1655

Thermo-electro-elastic coupled modeling and simulation of functionally graded piezoelectric structures

WANG Xiong¹, CHEN Qian², HUANG Zhongtong², XUE Ting³, ZHANG Shunqi²

(1.School of Energy Engineering, Yulin University, Yulin 719000;
2.School of Mechatronic Engineering and Automation, Shanghai University, Shanghai 200444;
3.School of Mechanical Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072)

Abstract: Compared with the composite materials, the functionally graded materials can not only provide better specific stiffness but also reduce the risk of layered damage. Therefore, the graded distribution forms have become the development trend of advanced structures. An efficient finite element (FE) modeling method and numerical simulation of plate and shell with nonlinear temperature gradient coupling are developed based on the FOSD hypothesis for thermo-electro-elastic coupled functionally graded piezoelectric material (FGPM) integrated with smart structures in this paper. The constitutive model for thermo-electro-elastic coupled FGPM is derived. Assuming that the temperature gradient distribution changes secondarily through the thickness, two nonlinear physical models for temperature change are constructed. Based on the FOSD hypothesis, the multi-field coupled FE equation of plate and shell is derived. The accuracy of the present FE model is verified by the commercial calculation structures. The parametric simulation of FGPM shells is carried out based on the FE model.

Keywords: functionally graded structures; smart structures; multi-field coupling; nonlinear temperature field; thermo-electro-elastic coupling

引用格式:王雄, 陈倩, 黄钟童, 等. 压电梯度板壳结构热电弹耦合建模与仿真[J]. 西北工业大学学报, 2023, 41(5): 960-968

WANG Xiong, CHEN Qian, HUANG Zhongtong, et al. Thermo-electro-elastic coupled modeling and simulation of functionally graded piezoelectric structures[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2023, 41(5): 960-968 (in Chinese)