基于分形的心电信号非线性特征研究

刘雁, 丁冬晓

(西北工业大学 机电学院, 陕西 西安 710072)

摘 要:采用分形理论分析心电信号的非线性特征。以几种常见窦性心率的心电信号为分析对象,通过分析其单重分形和多重分形谱特征,绘制自相关函数图和多重分形谱图,研究不同窦性心律的非线性特征,得出结论性结果。研究结果表明:这 4 种心电信号均具有自相关特性,其中正常窦性心律的自相关函数衰减迅速并且 Hurst 参数较小,表现出明显的随机特征。多重分形谱的进一步研究表明,各类心电信号同时存在局部奇异特性,同类型窦性心律心电信号的多重分形谱出现特征的不一致性和分类现象,其中正常窦性心律的分类较为明显。这一研究结果,可作为一个有效的补充方法,用于心脏疾病的无创诊断及预警。

关 键 词:心电信号;分形维数;自相关函数;多重分形谱;时间序列
中图分类号:R318.04; R540.4⁺1 **文献标志码:**A **文章编号:**1000-2758(2018)02-0287-07

心脏病由于存在发病突然,死亡率高的特点,对人们生命健康造成了极大的威胁。因此寻找一种无创伤的、较为准确的方法诊断预测心脏类疾病是人们的迫切要求,也是一项生物医电学科亟待解决的课题。目前临床心脏类疾病的诊断主要是分析心电图的特征,一方面依赖于专业医生的诊断,另一方面采用机器对采集到的心电信号进行分析,而机器识别的方法目前较多的是线性分析方法,如频谱分析^[1]。随着对心脏系统研究的深入,科研人员发现心脏系统是一个典型的非线性系统。因此单纯采用线性分析方法无法有效描述心脏的运动状态,也无法及时检测出心脏运动的非正常状态,可能会延误心脏异常的诊断及预警。因此越来越多的科研人员试图采用非线性的分析方法研究心电信号的特征,力图实现心脏疾病的早期准确诊断。如 Babloyantz 等对心脏电活动的非线性现象进行了深入的研究,提出心脏电活动中也存在混沌特征^[2]。Goldberger 等从临床分析方面得出,心电信号具有分形的性质^[3]。刘雁等利用 R-R Lorenz 图的非线性特征分析心率变异^[4]。宋晋忠等针对心肌缺血的心电信号特征参数进行分析,分析出其分形维数参数具有明显的差异^[5]。

从以上研究可以看出,心电信号具有强的非线性特征,而分形理论中的单重和多重分形特征作为分析非线性系统的一类重要方法,用于心电信号的研究却较少。基于此背景,本文以动态心电信号为研究对象分析其单重及多重分形特征。

1 相关理论基础

1.1 单重分形

单重分形特征又称自相似性,是指某种过程的特征从不同的空间尺度或时间尺度来看都是相同的或表现为相似的。时间序列的单重分形特征通常是通过分析自相关函数和 Hurst 参数实现的。

严格意义上,窦性心律的心电信号,是一个随机过程,其自相似性不是精确的自相似性,只能考虑其统计的自相似特性。统计自相似是指一个随机变量在连续的尺度范围内测量所得的概率分布函数相互成比例关系,又称为简单自相似。

1) 自相关函数

如果随机过程 x_i 存在期望值 $E(x_i) = \mu$ 和方差 $\text{var}(x_i)$, 对于 $\forall i \in I(I = 1, 2, 3 \cdots)$, x 称为二阶过

程,则自相关函数就是 k 的函数^[6]

$$r(k) = \frac{E[(x_{i+k} - \mu)(x_i - \mu)]}{\text{var}(x_i)^2}, k \in I \quad (1)$$

2) Hurst 参数及 R/S 分析法

Hurst 参数(简称 H)作为度量时间序列的长相关性参数,通常采用 R/S 分析法(又称为重标极差分析法)根据时间序列按照长相关特性的幂指数规律进行计算^[7]。

对于时间序列 $x_k(k = 1, 2, 3 \cdots N)$, 将其等分成长度为 $n(n \geq 3)$ 的 m (取 N/n 的整数部分) 个连续的子序列 X_α , 子序列的元素、均值、标准差分别记为 $x_{k,\alpha}, e_{k,\alpha}$ 和 $S_{k,\alpha}(\alpha = 1, 2, \cdots, m)$, (2) 式则为时间序列 x_k 在时间增量长度为 n 上的重标极差

$$(R/S)_n = \frac{1}{S_{k,\alpha}} \left| \max_{1 \leq k \leq n} \sum_{k=1}^n (x_{k,\alpha} - e_{k,\alpha}) - \min_{1 \leq k \leq n} \sum_{k=1}^n (x_{k,\alpha} - e_{k,\alpha}) \right| = C \times n^H \quad (2)$$

对(2)式两边取对数,可得:

$$\ln[(R/S)_n] = H \ln n + \ln C \quad (3)$$

式中, R, S, n 及 C 分别表示重新标度的极差、标准差、时间增量区间长度(样本观察值数目)、常数。根据(3)式即可计算出 Hurst 参数 H 。

根据统计学知识, H 总是大于 0。

当 $0 \leq H < 0.5$ 时,表示系统做反持续性分形布朗运动。表示时间序列下一刻的增量与上一刻的增量是负相关的。即上一刻心电信号电压的趋势是增加的,则下一刻心电信号电压的趋势将减少;

当 $H = 0.5$ 时,表示时间序列没有自相似性。即下一刻心电信号与前一刻的心电信号无关;

当 $0.5 < H < 1$ 时,表示系统具有长期持续性并做无周期的循环。这时意味着系统的变化是一个持续的时间序列。即前一刻的心电信号对下一刻的心电信号是有影响的,存在着“记忆效应”,即自相关性,也称为时间序列具有单重分形特征。而且 H 值越接近 1,自相似程度越高。 H 越接近 0.5,其变化趋势也越不稳定,自相似性也越弱^[8]。

因此, H 参数可以作为描述心电信号变化的自相似参数,表征其突发特性。

1.2 多重分形

通过多重分形可以描述分形体不同层次的特征,即其局部奇异特性。进而从系统的局部出发来研究其整体特征。

把系统分为 N 个小区间,设第 i 个小区间的线

度大小为 $\varepsilon(\varepsilon \rightarrow 0)$,分形体在该小区间的几率为 $P_i(\varepsilon)$,将子集内奇异指数相同的单元数定义为 $N(\varepsilon)$,则 $P_i(\varepsilon)$ 和 $N(\varepsilon)$ 满足下面的幂函数的子集:

$$P_i(\varepsilon) \propto \varepsilon^\alpha \quad (4)$$

$$N(\varepsilon) \propto \varepsilon^{-f(\alpha)} \quad (5)$$

式中, α 是奇异指数,反映分形上各个小区间的奇异程度。 $f(\alpha)$ 称为多重分形谱,表示相同子集的分维数。

统计物理给出了规则和不规则多重分形谱的计算方法^[9]。首先,定义一个配分函数 $\chi_q(\varepsilon) \equiv \sum P_i(\varepsilon)^q$,若配分函数收敛,则等式

$$\chi_q(\varepsilon) \equiv \sum P_i(\varepsilon)^q = \varepsilon^{\tau(q)} \quad (6)$$

成立,即可得到

$$\tau(q) = \frac{\ln \chi_q(\varepsilon)}{\ln \varepsilon} \quad (7)$$

$\tau(q)$ 称为质量指数。设 $N(P_i)$ 是概率为 $P_i(\varepsilon)$ 的小区间的数目,则有

$$\sum P_i(\varepsilon)^q = \sum N(P_i) P_i(\varepsilon)^q \quad (8)$$

将(4)、(5)、(8)式代入(6)式可以得出多重分形谱 $f(\alpha)$

$$f(\alpha) = \alpha q - \tau(q) \quad (9)$$

1.3 心电信号

所分析的数据来自 MIT-BIH 数据库,主要选取正常窦性心律及 3 种常见的心脏疾病:心房纤维性颤动、充血性心力衰竭和恶性室性心律失常的心电信号进行分析。信号采样周期为 125 Hz,数据长度为 1 min。心电信号通常由 1 组 P-QRS-T 波组成。若 QRS 波群中的 Q, R, S 波形幅值较小时,则分别由 q, r, s 表示^[10]。

一般正常心电信号在 0.05 ~ 100 Hz 频率范围内,而 90% 的心电信号频谱能量集中在 0.25 Hz 到 35 Hz 之间,其中频率最高的 QRS 综合波群频谱能量主要集中在 2 Hz 至 20 Hz 之间,在 12 Hz 左右能量最大^[10]。由于所采集到的心电信号会受到高频波干扰,为保证数据结果的准确性,首先对原始信号进行滤波处理,这里采用 IIR 巴特沃兹低通数字滤波器对数据进行滤波,截至频率为 45 Hz^[11]。图 1 为经过滤波后各心电信号的时序图(每类选取 1 例,但具有代表性)。从图 1 可以看出,不同类心电信号波形形状差异较大,心率也相差较大。其中图 1a)的心率为 79 次/min。图 1b)的心率为 97 次/min,呈 QS 波形。图 1c)的心率为 104 次/min,呈

图 1 心电信号时序图

RS 或 qRS 波形。图 1d) 的心率为 74 次/min, 波形较为复杂, 出现冠状 T 波和 rsR 型的特性。

本文从单重分形和多重分形的角度进一步分析这 4 类心电信号的非线性动力学特征, 旨在探索从分形的角度对心电信号进行定量分析的方法, 目的是实现对心脏疾病的早期无创准确的诊断。

2 心电信号的单重分形特征

这 4 类心电信号在一个心动周期内的自相关函数图(每类选取 1 例, 但具有代表性)如图 2 所示。

图 2 心电信号的自相关函数图

从图 2 可以看出, 正常窦性心律自相关函数迅

速衰减, 在 $k=3$ 就已经接近 0, 表明其自相关特性较弱。而病态心电信号的自相关函数相对衰减较慢, 表现出明显的重尾特性。进一步分析心电信号的 Hurst 参数, 每类选取 10 个样本, 分析结果如表 1 所示。

表 1 心电信号的 Hurst 参数

样本号	正常窦性 心律/nsr		心房纤维 性颤动/af		充血性心力 衰竭/chf		恶性室性心 率失常/mva	
	<i>H</i>	$\alpha/\%$	<i>H</i>	$\alpha/\%$	<i>H</i>	$\alpha/\%$	<i>H</i>	$\alpha/\%$
1	0.73	1.85	0.84	3.94	0.93	15.9	0.96	7.06
2	0.81	9.53	0.80	1.87	0.72	9.83	0.96	6.96
3	0.71	4.25	0.74	8.75	0.85	6.68	0.88	1.98
4	0.57	22.3	0.80	1.83	0.78	2.15	0.84	5.69
5	0.70	5.37	0.84	3.14	0.73	9.12	0.83	6.84
6	0.73	0.68	0.81	0.41	0.86	7.13	0.89	0.57
7	0.75	2.04	0.79	3.12	0.85	5.67	0.83	7.32
8	0.78	5.43	0.80	1.00	0.76	5.46	0.94	5.16
9	0.81	9.91	0.90	11.67	0.77	3.41	0.87	2.23
10	0.79	7.53	0.80	2.60	0.76	5.36	0.94	5.45
$\bar{H}$	0.74		0.81		0.80		0.89	
$\beta/\%$	90		90		90		100	

为检测 Hurst 参数在判断心动周期的应用效果, 定义 α , 描述心动周期样本 Hurst 参数的波动程度; 定义 β , 描述同类心动周期 Hurst 参数的稳定性。设 $\bar{H}$ 为样本的平均值, M 为样本总数, N 为样本中落到 $\bar{H}$ 的 10% 内的个数, 则:

$$\alpha = \left| \frac{H_i - \bar{H}}{\bar{H}} \right| \times 100\% \quad (i = 1, 2, \cdots, M) \quad (10)$$

$$\beta = \frac{N}{M} \times 100\% \quad (11)$$

从表 1 可以看出 H 均在 0.5~1 之间, 表示此类信号均具有单重分形特征, 即具有状态的持续性和自相似性。进一步研究可以看出, 各类心电信号的 β 值都大于等于 90%, 说明同类型心电信号的 Hurst 参数十分接近, 可以采用 Hurst 参数分析其单重分形特征。此外, 正常窦性心律的 H 值接近 0.5, 而病态心电信号的 H 值更接近 1, 尤其是恶性室性心律失常。这表示正常窦性心律的单重分形特征较弱, 变化趋势较不稳定, 表现出随机特征, 这一分析结果

与自相关函数一致。因此,我们可以初步根据一个心电信号的 Hurst 值判断该心电信号的类型。

3 心电信号的多重分形特征

根据单重分形分析心电信号的特征能够较为容易地分离出正常窦性心律,但是对于非正常窦性心律,由于存在个体差异,不同类型的非正常窦性心律的 Hurst 参数存在交叠区域,因此,单纯依靠 Hurst 参数无法准确判断窦性心律类型,需进一步分析各类心电信号的多重分形特征。

图 3 为选取的 4 类心电信号的全部样本(每类

10 个)的多重分形谱图,表 2 为其多重分形谱参数。在表 2 中, $f_{\max} = \max(f(\alpha_{\max}), f(\alpha_{\min}))$ 。为详细描述心电信号多重分形谱图的分类特征,定义 $\Delta\alpha$ 和 $\Delta f(\alpha)$

$$\Delta\alpha = \alpha_{\max} - \alpha_{\min}$$

(12)

$$\Delta f(\alpha) = f(\alpha_{\max}) - f(\alpha_{\min})$$

(13)

定义 K_{ϕ} 为 $\Delta f(\alpha)$ 出现正号的概率,即 $f(\alpha_{\max})$ 大于 $f(\alpha_{\min})$ 的概率。设样本总数为 N_1 ,这里取 10 个样本,出现 $\Delta f(\alpha)$ 为正的样本数为 N_2 ,则

$$K_{\phi} = \frac{N_2}{N_1} \times 100\%$$

(14)

表 2 多重分形谱参数

类型		正常窦性心律		心房纤维性颤动		充血性心力衰竭		恶性室性心律失常		
形状		向左钩		向右钩	向左钩	向右钩	向左钩	向右钩	向左钩	向右钩
		10	0	3	7	5	5	7	3	
相似个数		5	5	0	0	5	3	4	4	3
相似参数	$\alpha_{\min}$	0.945±0.01	0.975±0.003	—	—	0.998±0.002	0.987±0.006	0.999±0.001	0.994±0.002	0.999±0.001
	$\alpha_{\max}$	1.004±0.002	1.006±0.005	—	—	1.02±0.01	1.003±0.003	1.017±0.003	1.002±0.002	1.004±0.002
	$f_{\max}$	0.97±0.05	0.83±0.15	—	—	0.89±0.17	0.526±0.094	0.94±0.06	0.63±0.14	0.95±0.02
$K_{\phi}/\%$		100			30		50		60

图 3 全部样本的多重分形谱图

对于心电信号的多重分形谱图, $\Delta\alpha$ 值的大小反应心电信号电压概率分布均匀性,即其混沌性的高低。这里 $\Delta\alpha$ 值越大,说明电压分布越不均匀,波动的强度越大,混沌性也相应增强。结合表 2 与图

3,可以看出,恶性室性心律失常的谱图 $\Delta\alpha$ 值相对较小,与其他 3 种窦性心律相比较,其他 3 种窦性心律电压分布不均匀,波动量较大,局部奇异特征较强。而 $\Delta f(\alpha)$ 的符号反映心电信号处于高值和低值的概率,进而反映心动周期 QRS 波群中各波的强弱。当多重分形谱图向左钩时,即 $\Delta f(\alpha) > 0$ 时,表明心电信号处于低值的机会大于高值,反之亦然,即多重分形谱的参数可以在一定程度上反映心电信号的变化范围和高低电压出现频率的变化。观察 4 种心电信号可知,正常窦性心律的多重分形谱图均为向左钩,恶性室性心律失常的谱图大部分也向左钩,心房纤维性颤动的谱图大部分向右钩,而充血性心力衰竭的谱图向左钩和向右钩的概率相同。

进一步,发现同类型的心电信号的多重分形谱图出现了分类现象,如正常窦性心律的谱图在向左钩的基础上可以分为 2 类,而这 2 类与其他类型的窦性心律谱图没有重叠现象。而心房纤维性颤动、充血性心力衰竭、恶性室性心律失常可能由于病变原因不同,其多重分形谱图并非都是向左钩或都是

向右钩。为使图形特征更为明显,我们根据图形的形状和 α 与 $f(\alpha)$ 的取值范围将每一类心电信号的样本的多重分形谱图做了分类,分类的标准为:

- 1) $\Delta f(\alpha)$ 的符号一致;
- 2) $\alpha_{\min}$ 及 $\alpha_{\max}$ 值与中心值相差不超过 0.01;
- 3) $f_{\max}$ 值相差不超过 0.2。

当同时满足以上 3 个条件时,即认为心电信号的多重分形谱相似,并将其划为一类。依据以上的分类标准,将样本数据进行分类,如表 2 所示。图 4 为相同类型相似样本根分类的多重分形谱图,图 5 为不同类型样本相似多重分形谱图。从图 4 和图 5 就可以较清晰地看出,各类心电信号的多重分形谱图特点:

正常窦性心律(nsr)10 个样本均是向左钩,根据 $\Delta\alpha$ 和 $\Delta f(\alpha)$ 可以分为 2 类。而其他 3 种心电信号的向左钩的谱图均不处于这 2 类谱图中。

心房纤维性颤动(af)的谱图中,向左钩有 3 个样本,均不相似,并且其中 1 个和充血性心力衰竭的向左钩样本相近 (af2, chf10),同时没有落入充血性心力衰竭的向左钩样本的相似类型中。而向右钩的 7 个样本,5 个相似,还有 2 个样本与充血性心力衰竭相近,但也没有落入其相似类型中。(af1, af4 剩余 2 个与 chf3 未归类的并不相似)。已归类的 af8, af10 与已归类的 chf2, chf8 相近。

充血性心力衰竭(chf)的向右钩的 5 个样本中,4 个样本相似,而向左钩的 5 个样本中 3 个样本特征相近,其他 2 个样本,其中一个(chf10)与 af2 相似,另一个与其他样本均不相似。

恶性室性心律失常(mva)的向左钩的 7 个样本中,4 个样本十分接近,还有 3 个样本与其余样本均不相似,而向右钩的 3 个样本就十分接近了。

图 4 相同类型相似样本的多重分形谱图

图 5 不同类型样本相似多重分形谱图

根据所设定的心电信号多重分形谱的分类划分标准,所设定的 4 类心电信号的类型没有重叠。而能否根据心电信号的多重分形谱满足相对应的相似类型即可判定窦性心律的类型,还需要海量数据的分析及判定标准的改进,如中心值标准的设置方法的确定等。这也是我们未来要研究的内容之一。

通过分析关于临床对心脏疾病的研究,引起心律失常的原因有多种,如:风心病、冠心病或甲亢性

心脏病等可能引发心房纤维性颤动,冠心病、心瓣膜、高血压等可能引发充血性心力衰竭。而冠心病等心脑血管疾病也可能引发恶性恶性室性心律失常^[11]。由于同一病症如冠心病,可能引起不同的心律失常,而其心电信号的多重分形谱是否会有相似的特点也是我们未来研究的一项内容。

4 结 论

论文以 MIT-BIH 数据库中的 4 类心电信号样本为研究对象,分别从单重分形和多重分形的角度对心电信号时间序列的分形特征进行详细的分析。研究结果表明,不同窦性心律的心电信号中存在自相似特征的同时,也存在局部奇异特性。而且,对于

同一类型的心电信号多重分形谱出现分类现象。

无论是单重分形的自相关函数还是多重分形的谱参数,对于同一类心电信号都存在相似的关联特征。尤其是多重分形谱参数的差异与心电信号的类型密切相关。因此采用分形理论可以对于心电信号的特征进行识别。而 MIT-BIH 数据库内的心电信号数据量有限,本文仅对一些现有的数据进行分形特征分析,而并没有结合发病的起因进行分析,这便使得分析结果存在一定的局限性,这也从心电信号的多重分形谱图中可以看出。后续工作可集中于海量数据,针对每一类型的心电信号,结合发病起因,对其分形特征进一步分析,为定量诊断提供一定的可靠的分析依据。为心脏疾病的无创诊断和预警,提供一有效的分析手段。

参考文献:

- [1] 张淑杰,张维维,奚云琪,等. 基于傅里叶变换的心电信号频谱分析[J]. 信息系统工程,2012(1):133-134
Zhang Shujie, Zhang Weiwei, Xi Yunqi, et al. Spectrum Analysis of ECG Based on Fourier Transform[J]. China CIO News, 2012(1):133-134 (in Chinese)
- [2] Babloyantz A, Destexhe A. Is the Normal Heart a Periodic Oscillator[J]. Biological Cybernetics, 1988,58(3): 203-211
- [3] Goldberger A L. Fractal Mechanisms in the Electrophysiology of the Heart[J]. IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine, 1992, 11(2): 47-52
- [4] 刘雁,幕德俊,焦永锋,等. R-R Lorenz 图实现心电信号混沌特征识别的研究[J]. 北京生物医学工程, 2008,27(1): 37-40
Liu Yan, Mu Dejun, Jiao Yongfeng, et al. Study on the Tell of Chaos and Its Characteristics for R-R Lorenz Scattering Plot from ECG Signals[J]. Beijing Biomedical Engineering, 2008,27(1): 37-40 (in Chinese)
- [5] 宋晋忠,严洪,许志,等. 基于心电图的心肌缺血非线性分析[J]. 北京生物医学工程,2011, 30(4):146-148
Song Jinzhong, Yan Hong, Xu Zhi, et al. Nonlinear Analysis of Myocardial Ischemia Based on Electrocardiograms[J]. Beijing Biomedical Engineering, 2011, 30(4):146-148 (in Chinese)
- [6] 陈希孺. 概率论与数理统计[M]. 合肥:中国科学技术大学出版社,2009
Chen Xiru. Probability Theory and Mathematical Statistics[M]. Hefei, Press of University of Science and Technology of China, 2009 (in Chinese)
- [7] 刘雁,陈党民,柳黎光,等. 离心式压缩机出口动态压力的单重分形特征研究[J]. 西北工业大学学报,2013, 31(1): 60-65
Liu Yan, Chen Dangmin, Liu Liguang, et al. Exploring Monofractal Characteristics of Dynamic Pressure at Exit of Centrifugal Compressor[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2013,31(1):60-65 (in Chinese)
- [8] 吕太之. 基于滑动窗口 Hurst 指数的心电分析研究[J]. 计算机科学,2016,2:259-262
Lü Taizhi. Research of Heart Rate Variable Analysis Based on Sliding Window Hurst[J]. Computer Science, 2016,2:259-262 (in Chinese)
- [9] 张广林,黄洁仪,陈胡松,等. 基于多重分形的我国股票波动特征研究[J]. 时代金融,2016,30:151-152
Zhang Guanglin, Huang Jieyi, Chen Husong, et al. Research on Fluctuations of China Stock Characteristics Based on Multi-Fractal[J]. Time Finance, 2016,30:151-152 (in Chinese)

- [10] 库勒, 葛利君, 刘凯, 等. 临床心电图手册[M]. 北京: 人民军医出版社, 2014
Tapas Kumaploley, Ge Lijun, Liu Kai, et al. Handbook of Clinical Electrocardiography[M]. Beijing, Military Science Publishing House, 2014 (in Chinese)
- [11] 吴颖君, 耿攀, 朱军. 基于 MATLAB 的 IIR 数字滤波器设计与实例[J]. 科技展望, 2015, 25(2): 92-93
Wu Yingjun, Geng Pan, Zhu Jun. IIR Digital Filter Designing and Instance Based on MATLAB[J]. Science and Technology, 2015, 25(2): 92-93 (in Chinese)

Nonlinear Characteristics of Electrocardiograph Signals Based on Fractal

Liu Yan, Ding Dongxiao

(School of Mechanical Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: In view of the nonlinear properties of Electrocardiograph (ECG) signal, the application of fractal methods from nonlinear system theory for the analysis of ECG signals has gained increasing interest. In this study, analysis of the objects are ECG signals of four sinus rhythms. Some important phenomena and conclusions have been captured and drawn after analyzing with and plotting the graphics of multi-fractal spectrum and auto-correlation functions. Additionally, the Hurst(H) parameters illustrate that self-similarity is a common property of the ECG signals, but the smaller H of the normal sinus rhythm(NSR) cause the obvious randomness of NSR. The further research of multi-fractal spectrum shows that the ECG signals all present local singular characteristics, but there are inconsistencies in the same type of sinus rhythm ECG signal. While, the inconsistency led to obvious classification, especially in NSR. As the conclusion, the results can be used as an effective complementary method for non-invasive diagnosis and early warning of heart disease.

Keywords: ECG signal; fractal dimension; auto-correlation function; multi-fractal spectrum, time series