

基于缺口分析原理的裂纹扩展速率新模型

赵昆, 王生楠

(西北工业大学 航空学院, 陕西 西安 710072)

摘要:针对金属结构疲劳裂纹扩展速率的模型进行了相关研究,提出了一种新的裂纹扩展速率模型。该模型在进行裂纹扩展速率分析时,仅需要考虑名义应力及临界断裂应力,相较于传统的应力强度因子分析方法,该方法更加简单有效。通过应用已有材料 Al2024-T351 及 Al7075-T6 的试验数据对该方法进行了曲线拟合,并与现有方法所得到的裂纹扩展曲线进行了对比。结果表明新方法与传统方法获得的裂纹扩展曲线走势大致相同,并且对裂纹发生扩展行为的低速率及高速率区域能够提供更好的描述,证明了新模型具有较强的实用性。

关键词:裂纹扩展速率;Weiss 缺口理论;名义应力;曲线拟合;裂纹尖端;MATLAB

中图分类号: O346.2; V215.5

文献标志码: A

文章编号: 1000-2758(2018)04-0644-05

进行裂纹扩展分析的目的在于估算损伤细节的裂纹扩展寿命,即飞机结构的损伤在疲劳载荷作用下不断扩展,裂纹从初始裂纹长度 a_0 扩展到允许的终止裂纹长度 a_c 所需的载荷循环次数/飞行时间。疲劳裂纹扩展速率 $da/dN - \Delta K$ 曲线是工程结构件损伤容限分析的重要依据,也是金属材料的主要力学性能之一^[1-4]。在 20 世纪中期, Yokobori 以及 Bathias、Bailon 概括了一系列裂纹扩展的拟合模型^[5],其基础为 Paris^[6]、Forman^[7] 及 Walker^[8] 公式,并通过这些公式得到了经典的裂纹扩展速率曲线。

在裂纹扩展分析过程中,通常将曲线分为 3 个区域。在区域 I 中,存在应力强度因子门槛值 ΔK_{th} ,当 $\Delta K < \Delta K_{th}$ 时认为裂纹是不发生扩展的,而一旦越过该门槛值之后,裂纹扩展速率会随着 ΔK 的增加而快速的增长。在区域 II 中,裂纹扩展速率与 ΔK 呈线性关系。而在区域 III 中,裂纹扩展速率继续上升而逐渐无限的接近于某条渐近线,即材料的断裂韧度。对于传统的裂纹扩展速率分析方法而言,使用 Paris 公式得到的 $da/dN - \Delta K$ 曲线仅仅能够很好地描述区域 II 内裂纹的扩展行为,通过 Forman 公式所获得的裂纹扩展速率拟合曲线也仅仅增加了对区域 III 的描述^[9]。而对裂纹扩展分析而言,希望获得的是能够完整描述裂纹扩展行为的

拟合曲线,而并非其中的某一部分,这就是本文提出新模型的初衷。

针对现有的 $da/dN - \Delta K$ 曲线不能有效地表示裂纹在整个扩展期内扩展行为的问题,本文依据 Weiss 缺口模型,在合理的范围内对已有的裂纹扩展速率模型提出了新的假设,从而得到一个新的裂纹扩展速率模型,有效地描述了裂纹在低扩展速率及高扩展速率区域的扩展行为,并利用已有的试验数据对该模型进行了验证,结果表明:该模型能够有效地表示裂纹在初始阶段及临近破坏阶段的裂纹扩展行为,为裂纹的扩展提供了一个完整的分析拟合曲线,为之后的裂纹扩展分析打下了良好的基础。

1 疲劳裂纹扩展速率模型

疲劳裂纹扩展从微观的角度来看,可以认为是裂纹尖端的疲劳单元 (fatigue elements) 受到剪应力或拉应力作用而发生了一系列的断裂行为而导致的,如图 1 所示。Weiss 认为,在循环载荷的每一次作用下,裂纹发生扩展的距离与最大法向应力 σ_{max} 超过疲劳单元的临界断裂应力 σ_{fr} 的有效范围值是存在一定联系的,并据此提出了缺口根部应力分布

的弹性解模型^[10],即

$$\sigma_y = K_t \sigma_N \sqrt{\frac{\rho}{\rho + 4x}} \quad (1)$$

式中, σ_y 为缺口根部应力, K_t 为理论弹性应力集中系数, ρ 为缺口根部的半径, σ_N 为名义应力。

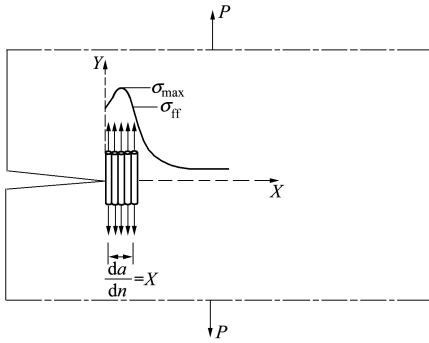


图 1 裂尖疲劳单元及裂尖应力场分布

考虑应力比 $R = 0$ 的情况,从微观角度来看,裂纹的扩展行为经历了以下几个阶段:

- 1) 当外载荷为零时,裂纹保持原有的闭合状态,裂尖半径可以忽略不计;
- 2) 当外载荷增加至某个值时,应力强度因子 K 达到门槛值 K_{th} ,此时裂纹张开且裂尖发生钝化行为,但此时裂纹并没有发生扩展;
- 3) 载荷继续增加,裂尖前移并进一步发生钝化;
- 4) 当外载荷增加到最大值时,裂尖前移至距离原裂尖尖端位置 ΔL 处,此时裂纹尖端的钝化形态也最为明显;
- 5) 卸载过程与加载过程相反,直至最后外载恢复至零,此时裂纹完全闭合。但从宏观上来看,裂纹发生了扩展且扩展的距离为 ΔL 。

在上述 1) ~ 4) 的裂纹扩展过程中,裂尖发生了钝化行为,因此认为裂尖处的曲率半径 ρ' 是真实存在的,且有 $\rho' \neq 0$ 。此时做进一步的假设,将裂尖钝化时的曲率半径 ρ' 等效为缺口根部半径 ρ 。基于此假设,可以将扩展中的某条裂纹近似等效为一个缺口来进行分析。

Inglis 经过验证得到椭圆形中心孔长轴端的弹性应力集中系数^[14],即

$$K_t = 1 + 2\sqrt{\frac{a}{\rho}} \quad (2)$$

进一步假设用 $\rho = \rho + 2\rho^*$ 作为新的半径参数来

代替 ρ ,其中 ρ^* 的取值为与构成结构的晶粒尺寸相当的长度, $2\rho^*$ 则可以认为是缺口根部的疲劳单元尺寸。裂纹发生扩展,则疲劳单元断裂。当裂纹尖端处于闭合时,有 $\rho \rightarrow 0$,则有

$$\rho \approx 2\rho^* \quad (3)$$

将上述关系代入(2)式可以得到

$$K_t = 1 + 2\sqrt{\frac{a}{\rho}} = 1 + 2\sqrt{\frac{a}{2\rho^*}} = 1 + \sqrt{\frac{2a}{\rho^*}} \quad (4)$$

考虑到裂纹尺寸与假设变量 ρ^* 存在数量级上的差距,即 $2a \gg \rho^*$,则可以进一步得到如下关系

$$K_t = \sqrt{\frac{2a}{\rho^*}} \quad (5)$$

式中, $2a$ 为穿透裂纹的长度。根据 Neuber 法则^[12]及应力应变关系,即

$$K_\sigma \cdot K_\epsilon = K_t^2 \quad (6)$$

$$\sigma = k\epsilon^\eta \quad (7)$$

式中, K_σ, K_ϵ 分别为真实应力、应变集中系数, η 为应变硬化指数。

进一步对(6) ~ (7)式进行转化,可以得到 K_σ 与 K_t 之间的关系,即

$$K_\sigma = K_t^{\frac{2\eta}{\eta+1}} \quad (8)$$

由于 Weiss 提出的缺口模型仅能代表弹性情况下的应力场分布,而无法代表裂尖前缘塑性区的应力分布,因此进一步假设,用真实应力集中系数代替(1)式中的理论应力集中系数,并对所得到的数学表达式进一步进行处理,得到缺口根部的真实应力场分布如下所示

$$\frac{\sigma_y}{\sigma_N} = \left(K_t \sqrt{\frac{\rho}{\rho + 4x}} \right)^{\frac{2\eta}{\eta+1}} \quad (9)$$

当 $\eta = 1$ 时,则可以得到应力与应变为线性关系,可以认为 $k = E$,则(7)式即为胡克定律,(9)式也满足 Weiss 提出的弹性模型。当 $\eta \neq 1$ 时,(9)式则代表了缺口根部的真实应力分布。因此,从理论上来看,(9)式是具有物理意义并成立的。分别将(3)式、(5)式代入(9)式中可以得到

$$\frac{\sigma_y}{\sigma_N} = \left[\sqrt{\frac{2a \cdot 2\rho^*}{\rho^* \cdot 2(\rho^* + 2x)}} \right]^{\frac{2\eta}{\eta+1}} = \left(\frac{2a}{\rho^* + 2x} \right)^{\frac{\eta}{\eta+1}} \quad (10)$$

依据 Weiss 提出的理论,裂纹尖端受到一次循环载荷作用时扩展的距离 x 为在当前应力场分布下 σ_y 取 σ_H 时所对应的 x 值,即裂纹扩展速率可以表

示为

$$x = x(\sigma_y = \sigma_{ff}) = \frac{da}{dN} = a \left(\frac{\sigma_N}{\sigma_{ff}} \right)^{\frac{\eta+1}{\eta}} - \frac{\rho^*}{2} \quad (11)$$

(11)式即为本文提出的裂纹扩展速率分析的新模型,该模型仅与名义应力和临界断裂应力相关,而与应力强度因子无关。

对(11)式进行简化,两边取对数,则有

$$\ln \left[\frac{d(\ln a)}{dN} + \frac{\rho^*}{2a} \right] = \frac{\eta + 1}{\eta} (\ln \sigma_N - \ln \sigma_{ff}) \quad (12)$$

在图 1 所示的区域 II 中,由于裂纹扩展速率较快,有 $\rho^* \ll \Delta a$, 因此 $\rho^*/2a$ 可以忽略不计。在本文的假设中,认为 η 和 σ_{ff} 均为常数,且 η 的取值可以通过相关的手册查得。将(12)式所表示的曲线置于双对数坐标系中,则我们可以得到一条关于 $d(\ln a)/dN - \sigma_N$ 的直线,斜率为 $(\eta + 1)/\eta$ 。根据所使用材料已知的应变硬化系数 η , 带入(12)式中进行计算便可获得 σ_{ff} 的值。

在裂纹扩展速率曲线的区域 I 内,我们认为裂纹扩展速率曲线与区域 II 中直线段的延长线之间的偏离量正是由于 $\rho^*/2a$ 的存在所导致的。因此,沿 X 轴方向取 3 个点在实际偏移曲线上所得到的 Y 值与在区域 II 中直线段的延伸线上获得的 Y 值之间的差值,分别记为 d_1, d_2, d_3 , 则存在以下关系

$$\frac{\rho^*}{2a} = \frac{d_1 + d_2 + d_3}{3} \quad (13)$$

进而利用(12)式即可得到 ρ^* 的值。

2 算 例

本节对该裂纹扩展速率模型进行验证。本节选取了 Al2024-T351、Al7075-T6 2 种铝合金板材(厚度为 3.5 mm,宽度为 100 mm)的相关试验数据作为原始分析数据,对模型的有效性进行验证。对各个试样的原始数据利用(12)式、(13)式计算获得相应参数的取值见表 1,表中的来源均指相应参考文献编号。

表 1 材料的相关参数

| 参考文献号 | 材料 | η | $\sigma_{ff}/(\text{MN} \cdot \text{m}^{-2})$ | $\rho^*/\mu\text{m}$ |
|-------|-------------|--------|-----------------------------------------------|----------------------|
| [13] | Al2024-T351 | 0.47 | 2 420 | 0.056 0 |
| [14] | Al7075-T6 | 0.71 | 5 570 | 0.047 5 |

在应力比 $R=0.1$ 的情况下,将上述数据分别带

入(12)式中。在 MATLAB 中采用递增多项式函数^[12]分别对 2 种不同材料参数所获得的公式进行数值拟合,分别如图 2 中 a)、b)所示。图 3 为 2 种材料使用经典裂纹扩展速率模型得到的裂纹扩展速率曲线。

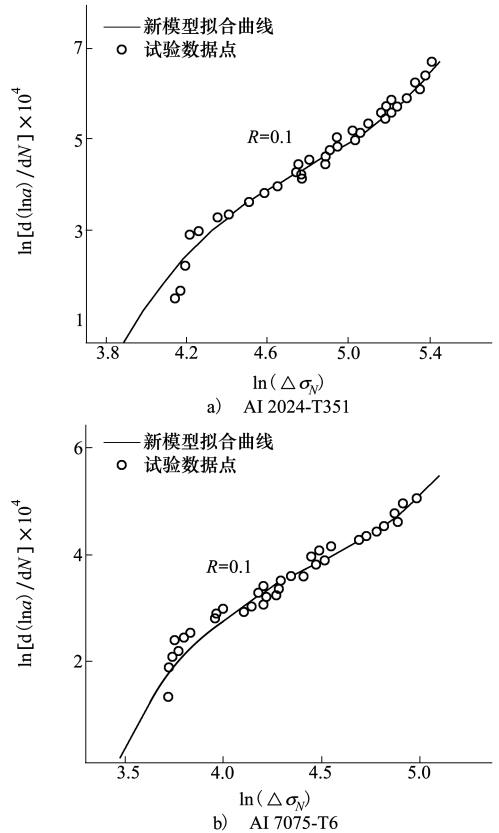


图 2 Al2024-T351 和 Al7075-T6 裂纹扩展速率新模型曲线图

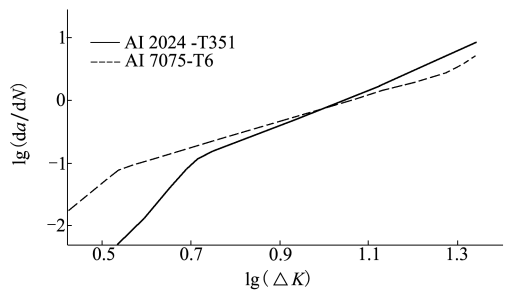


图 3 Al2024-T351 和 Al7075-T6 传统裂纹扩展速率曲线图

对比图 2 和图 3 可以得到以下结论:本文提出的新模型拟合得到的裂纹扩展速率曲线与使用传统模型得到的曲线走势是大致相同的,说明本文的新模型符合裂纹扩展的基本规律。

与此同时,相对于传统模型得到的裂纹扩展速

率曲线而言,新模型表示的裂纹扩展行为从起始的扩展区域 I 向区域 II 过渡时显得更为平滑,避免了曲线中的转折点,对裂纹扩展行为的描述更为准确。因此本文提出的新裂纹扩展速率模型是可行的,准确性更高。

最后,新模型曲线对裂纹扩展的 3 个阶段能够更清晰地展示。在裂纹扩展高速率区域,新模型曲线逐渐接近于渐近线,而图 3 中无法对高速率区域的裂纹扩展行为进行有效的描述。因此本文提出的新裂纹扩展速率模型是可行的,准确性更高。

3 结 论

本文基于 Weiss 提出的缺口应力分布模型,提出了新的假设并引入了新的裂尖半径参数 ρ^* ,得到新的裂纹扩展速率模型,并通过试件 Al2024-T351 及 Al7075-T6 已有的试验数据,验证了该模型的有效性。本文提出的新模型相较于传统模型有:

1) 相较于使用 Paris 或 Walker 公式拟合得到的 $da/dN-\Delta K$ 曲线,新模型所得到的裂纹扩展曲线更贴切于真实的裂纹扩展情况,避免了曲线中的折点,能够更好地对裂纹扩展行为进行描述。

2) 传统模型无法很好地表示裂纹在扩展高速率区的扩展行为,而新模型在裂纹扩展高速率区的

走势接近于某条渐近线,即临界破坏应力,这点与传统裂纹扩展速率曲线趋势一致。

3) 对于低应力比的情况,传统的裂纹扩展模型均具有较好的准确度,但随着应力的增大,传统模型的研究结果会发生较大失真,这不仅是由于模型本身的因素,模型中的参数数量也给模拟和计算带来了困扰。而新模型中涉及的 3 个参数均有自身的物理意义,可以通过模型本身的分析及数据手册获得,取值时波动性不大,并且在拟合过程中采用了高次数递增多项式函数,其模拟结果偏保守,保证了模型的有效性。

在新模型的假设中,我们认为试件尺寸远大于裂纹长度,此时试件被认为是一个无限大板。但在实际的工程应用中,必须考虑裂纹长度与试件尺寸的关系。为此在以后的研究中需要对本文提出的新模型考虑引入一个无量纲的修正系数 $f(a/w)$,以便有效反映裂纹长度与试件尺寸之间的关系,并且考虑到不同类型的裂纹,例如单边裂纹、双边裂纹及中心裂纹等,该修正系数应当有不同的表达形式。其次,本文所考虑的裂纹为中央穿透裂纹,没有对其他类型的裂纹进行更深入研究,具有一定的局限性。因此,仍需要对新模型进行修正和完善,使其应用范围更为广泛。

参考文献:

- [1] 陈传尧. 疲劳与断裂[M]. 武汉:华中科技大学出版社,2011
Chen Chuanyao. Fatigue and Fracture[M]. Wuhan, Huazhong University of Science and Technology Press, 2011 (in Chinese)
- [2] 王志智,聂学州,吴晓峰. 疲劳裂纹扩展速率统计分析[J]. 航空学报,1993,14(3):197-201
Wang Zhizhi, Nie Xuezhou, Wu Xiaofeng. Statistical Analysis of Fatigue Crack Growth Data[J]. Acta Aeronautica et Astronautica sinica, 1993,14(3):197-201 (in Chinese)
- [3] 石凯凯,蔡力勋,包陈. 预测疲劳裂纹扩展的多种理论模型研究[J]. 机械工程学报,2014,50(18):50-58
Shi Kaikai, Cai Lixun, Bao Chen. various Theoretical Models Study of Prediction Fatigue Crack Growth[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014,50(18):50-58 (in Chinese)
- [4] Wagner G, Ranc G, Bathias C, Paris P C. Fatigue Crack Initiation Detection by an Infrared Thermography Method[J]. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 2009(1): 12-21
- [5] Yokobori T. A Critical Evaluation of Mathematical Equations for Fatigue Crack Growth with Specid Reference to Ferrite Grain Size and Monotonic Yield Strength Dependence[J]. ASTM STP, 1979, 675: 683-701
- [6] Paris P, Erdogan F. A Critical Analysis of Crack Propagation Laws[J]. J Basic Eng,1963, 85(3): 528-534
- [7] Forman R G, Kearney V E, Engle R M. Numerical Analysis of Crack Propagation in Cylic-Loaded Structure[J]. J Basic Eng Trans ASME, 1967, 89: 459-465
- [8] Walker K. The Effect of Stress Ratio During Crack Propagation and Fatigue for 2024-T3 and 7075-T6 Aluminum[R]. Philadelphia: ASTM, Special Technical Publication 462, 1970

- [9] 张杰,马永亮. 3种疲劳裂纹扩展速率模型比较[J]. 实验室研究与探索, 2012,31(8):35-38
Zhang Jie, Ma Yongliang. Comparison of Three Fatigue Crack Growth Rate Models[J]. Research and Exploration in Laboratory, 2012, 31(8): 35-38 (in Chinese)
- [10] Weiss V. Analysis of Crack Propagation in Strain Cycling Fatigue[C]//Proc Tenth Sagamore Army Material Research Conference, Syracuse, New York, 1964
- [11] Inglis C E. Stresses in a Plate Due to the Presence of Cracks and Sharp Corners[J].Trans of the Institute of Naval Architects, 1913, 55: 219-241
- [12] Neuber H. Theory of Stress Concentration for Shear-Strained Prismatical Bodies with Arbitrary Nonlinear Stress-Strain Law[J]. J Basic Eng Trans ASME, 1961, 28: 544-550
- [13] 吴学仁. 飞机结构金属材料力学性能手册[M]. 北京:航空工业出版社, 1997
Wu Xueren. Handbook of Mechanical Properties of Aircraft Structural Metals[M]. Beijing, Aviation Industry Press, 1997 (in Chinese)
- [14] Kang T K. Cyclic Deformation at a Cracktip[R]. Syracuse University, Syracuse, New York, 1972
- [15] 崔洪斌,曲先强,马永亮,等. 裂纹扩展速率曲线拟合方法的比较研究[C]//2008全国MTS断裂测试研讨会,成都, 2008: 32-36
Cui Hongbin, Qu Xianqiang, Ma Yongliang, et al. Comparative Study on Curve Fitting Method of The Fatigue Crack Growth Rate [C]//MTS Fracture Test Symposium, Chengdu, China, 2008: 32-36 (in Chinese)

A New Crack Propagation Model Based on the Notch Analysis Methodology

Zhao Kun, Wang Shengnan

(School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: In this paper, the fatigue crack propagation model of the metal structure is studied, and a new crack propagation rate model is proposed. Compared with the traditional method, only the nominal applied stress and the critical fracture stress are considered in the new method, and the new one is much easier and more efficient. By analyzing the 2024-T351 and 7075-T6 aluminum alloy materials test data, the new model is validated and the results are compared with the classical method of crack propagation. The result shows the new model has a similar trend with the existing crack propagation curve, and provides a better description for the low rate and high rate area, it also shows a strongly practicability.

Keywords: crack propagation rate; Weiss notch method; nominal applied stress; curve fitting; crack tip; MATLAB