

基于样条曲线描述的超声速喷管型面优化设计

吴盛豪, 廖达雄, 陈吉明, 陈钦, 裴海涛

(中国空气动力研究与发展中心 设备设计与测试技术研究所, 四川 绵阳 621000)

摘要:以试验段流场指标为目标,对0.6 m连续式跨声速风洞喷管型面进行优化设计。将试验段实际轴向马赫数与设计值的均方根误差作为优化目标,提出优化问题并利用试验结果验证了CFD计算。采用三次样条曲线描述喷管型面,并搜寻到最佳插值点分布方案以提高拟合精度;构建基于高斯过程模型的重启优化算法改善梯度算法全局特性的同时减少了气动评估的次数,提高了计算效率。计算结果表明,该优化设计的方法,能够以较小的代价得到流场品质较优和马赫数准确度较高的超声速喷管型面曲线,模型区马赫数均方根偏差最优结果可达0.001。

关键词:超声速喷管;优化设计;样条曲线;高斯过程模型;CFD

中图分类号:V211.74

文献标志码:A

文章编号:1000-2758(2018)04-0785-07

超声速喷管的目的是保证超声速风洞试验段获得设计马赫数,并使试验段马赫数分布均匀、保持平直气流。在传统二维喷管设计方法中,一般基于特征线原理设计喷管位流型线^[1],在一定的边界层假设条件下,对喷管的位流型面进行边界层修正^[2],得到喷管型面曲线。随着计算流体力学和计算机技术的快速发展,分析设计的方法(design by analysis)被引入到喷管设计中^[3-4],广泛应用于火箭发动机喷管和高超声速飞行器尾喷管优化设计^[5-6],并取得良好的应用效果。超声速风洞喷管与火箭发动机和超声速飞行器尾喷管设计存在一定相似性,但对流场品质要求更高,拟将基于CFD的搜索算法应用到超声速风洞喷管设计中,以期获得更优的试验段流场品质。在实际应用喷管型面优化设计时,面临2个重要问题:喷管型面的参数化和优化目标的选取。喷管型面参数化的方法较多,高超声速飞行器的尾喷管可采用Akima三次曲线作为参数化的方法^[5],将燃烧室出口高度及喷管下板长度和偏转角作为设计变量,火箭发动机喷管可采用2段三次样条曲线进行构造^[7],由于本文研究的超声速喷管对流场分布的均匀性要求较高,因此对型面的要求也更为精细,拟采用多段Spline样条曲线对喷管进行参数化;优化目标的选取直接关系到优化设计结果

的质量,考虑到多段样条曲线参数化的喷管,流场品质不确定度较高,拟选择试验段轴向马赫数与设计值的均方根误差作为优化目标,即可保证喷管达到设计马赫数的同时具有较优的流场分布。

1 优化问题的描述

1.1 优化设计对象

本文研究对象是中国空气动力研究与发展中心的0.6 m连续式跨超声速风洞的二维半柔壁型式低超声速喷管(见图1)。

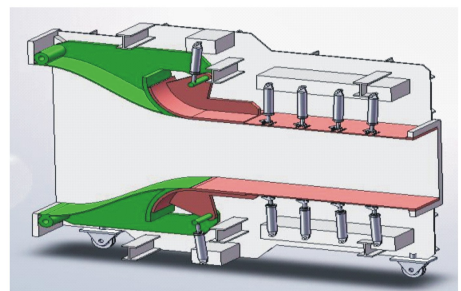


图1 0.6 m连续式风洞喷管结构示意图

风洞喷管膨胀段位流型面采用具有连续曲率的

收稿日期:2017-09-01

作者简介:吴盛豪(1990—),中国空气动力研究与发展中心硕士研究生,主要从事风洞气动设计及试验研究。

喷管型面设计方法——Sivells 方法得到,利用经验估算的方法进行边界层修正^[2],即近似认为喷管超声速段型面上的边界层顺气流方向线性增长。该风洞在低超声速运行过程中,采用可调柔性板模拟喷管型面,试验段为四壁实壁,为消除气流流动过程中沿壁面边界层逐渐增厚对试验段流场品质的影响,试验段的上下壁板扩开角可在 $(-0.5^\circ, 1^\circ)$ 范围内实现连续调节。

1.2 优化问题的定义

风洞流场校测试验中,利用(1)式计算风洞模型区内沿轴向马赫数与均值的标准差(σ_M)作为表征流场均匀性的指标,据此本文选择(2)式计算得出的试验段实际轴向马赫数与设计值的均方根误差(R_{eM})作为优化目标。

$$\sigma_M = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left(M_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n M_i \right)^2} \quad (1)$$

$$R_{eM} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (M_i - M_{\text{Design}})^2} \quad (2)$$

式中, M_i 为试验段内轴向测点马赫数, M_{design} 为喷管设计马赫数,本文选择 $M1.5$ 为设计对象。据此可提出如下优化设计问题:

优化目标: $\min R_{eM}$

设计变量: $\mathbf{h} = \{h_0, h_1, h_2 \cdots h_n, \theta\}^T$

约束条件: $\begin{cases} b_1 \leq h \leq b_u \\ Ah \leq b \end{cases}$

式中, \mathbf{h} 为设计变量,其中 h_0 为喉道相对中心轴线高度,其后 $h_1 \cdots h_n$ 为插值点高度; θ 为喷管出口倾角亦为试验段壁板扩开角; b_1, b_u 为设计变量的上下限, $Ah \leq b$ 限定了分变量 $h_1 \sim h_n$ 按照递增的顺序排列。

优化问题中模型区内 R_{eM} 直接反映流场波动情况,当 $R_{eM} \rightarrow 0$ 可判定模型区内斜激波或膨胀波基本被消除,流场均匀性达到要求;同时由于 R_{eM} 是试验段实际马赫数与设计的误差,所以当其趋于0时,可判定试验段马赫数达到设计值。

1.3 CFD 计算验证

优化设计过程中涉及到对候选喷管型面进行气动性能评估,选择 CFD 的方法进行评估。对风洞高速段建立计算模型,计算域包含收缩段、喷管段和试验段,利用对称条件建立四分之一模型。喷管选择 $M1.5$ 型面喷管静调值,试验段壁板扩开角设为风洞调试过程中选择的 0.1° ,流动条件为风洞常规运行

工况:总压 100 kPa,常温,干燥空气介质。选择 kw-sst 湍流模型求解,给定高速段进出口压力作为边界条件,入口湍流度按试验测量值 0.4% 给定。

在 0.6 m 连续式风洞中, $M1.5$ 低超声速运行时,利用单点总压探头(如图 2 所示)移测的方式对试验段第一菱形区和模型区内轴向马赫数分布进行测量。其中单点总压探头直接测得波后总压,再利用(3)式通过迭代求解出测点马赫数。



图 2 核心流波后单点总压探头

$$\frac{P_0}{P'_0} = \left[\frac{2\gamma}{\gamma+1} M^2 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right]^{\frac{1}{\gamma-1}} \left[\frac{(\gamma-1)M^2 + 2}{(\gamma+1)M^2} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (3)$$

图 3 给出沿试验段中心轴向马赫数分布的试验和数值模拟结果,由于喷管出口和试验段入口存在折角,造成模型区内马赫数轴向分布出现剧烈波动,试验得到模型区(距试验段入口 1 000 ~ 1 600 mm 范围)流场指标:马赫数标准偏差 $\sigma_M = 0.017$;轴向马赫数梯度 $dM/dx = 0.060$ 。数值计算得到模型区内流场指标:马赫数标准偏差 $\sigma_M = 0.012$;轴向马赫数梯度 $dM/dx = 0.049$ 。

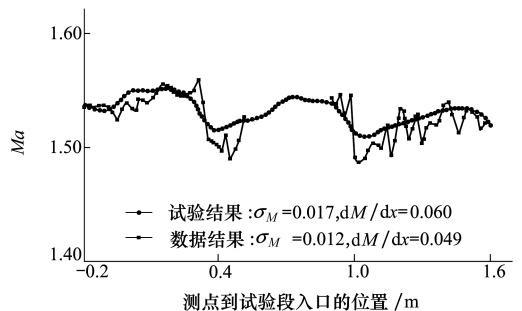


图 3 试验段轴向马赫数分布

对比数值模拟结果和试验结果,试验段沿轴向马赫数分布规律吻合较好, σ_M 和 dM/dx 指标计算误差在允许范围内。同时图 4 给出该状态下,CFD 计算得到的试验段纵切面上密度梯度云图,从图中

可以看出由于喷管出口和试验段壁板倾角不同,在连接处出现一道弱斜激波,经过壁板反射之后,造成试验段内的马赫数波动,与试验结果相同。

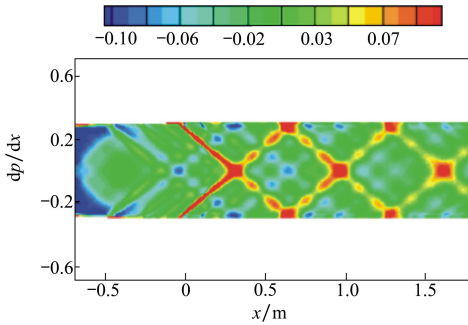


图 4 试验段纵切面密度梯度云图(入口坐标:0)

上述 CFD 仿真计算可获得较为精确的试验段马赫数分布,对激波和膨胀波的捕捉也较为可靠,因此可将该 CFD 计算方法用于对候选喷管型面的气动性能评估。

2 喷管型面曲线参数化

2.1 喷管型面构造

喉道前的收缩段曲线通过(4)式描述的双三次曲线给出,式中: x_m 为两曲线前后连接点; D_2 收缩段出口截面半径,亦为喉道高度; D_1 收缩段进口截面半径; D 轴向距离为 x 处的截面半径。

$$\frac{D - D_2}{D_1 - D_2} = \begin{cases} 1 - \frac{1}{x_m^2}(x/L)^3, & x/L \leq x_m \\ \frac{1}{(1 - x_m)^2}[1 - (x/L)]^3, & x/L \geq x_m \end{cases} \quad (4)$$

对于喉道后的扩张段,挠性喷管利用挠性板的弹性曲线模拟理论气动型面,其曲率变化一定是连续的,因此选择具有二阶连续导数的三次 Spline 样

条曲线拟合喷管气动型面可保证气动型面具有连续曲率。如图 5 所示, $P_0, P_1, \dots, P_n, P_{out}$ 为插值节点, P_0 喉道位置, P_{out} 为喷管出口位置。

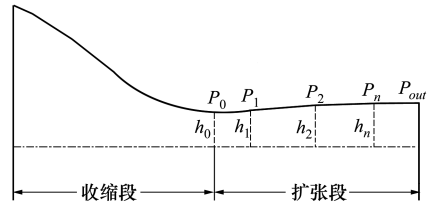


图 5 喷管型面曲线构造过程示意图

为求解三次样条插值函数的系数矩阵,给出端点处的第一边界条件即一阶导数,喉道处型面倾角为 0,喷管出口处型面倾角取为壁板扩开角 θ ,据此可给出(5)式所示的第一边界条件。

$$\begin{cases} h'(x_0) = 0 \\ h'(x_{out}) = \tan\theta \end{cases} \quad (5)$$

2.2 插值点的选择

所选插值点应能够精确拟合喷管型面,而增加插值点数目导致设计变量增多,影响求解的效率,因此需对所选插值点的个数和位置进行研究,以找出最佳方案。

以 0.6 m 连续式跨超声速风洞原 M1.5 喷管设计型面为参照对象,将拟合型面与原设计型面曲线最大高度差 δ_{max} 作为评估,找出最佳插值点数目和分布方案,使得 $\delta_{max} \leq 0.05$ mm (喷管型面静调误差)。

利用喷管出口高度和扩张段长度分别对型面纵坐标和横坐标做无量纲处理,利用搜索算法以 $\min \delta_{max}$ 为目标,搜寻不同型面控制点数目(3~8)下的,最优控制点分布方案。从表 1 中数据看出,随着控制点数目的增加,拟合型面与原型面误差逐渐降低,当控制点数目为 6 时,按照搜寻到的最佳节点分布方案,拟合误差为 0.01 mm,达到 0.05 mm 的误差要求。

表 1 不同分布插值点的型线拟合误差

插值点个数	坐标轴(无量纲)								拟合误差 δ_{max}/mm
3	0.18	0.53	0.99						0.156
4	0.19	0.51	0.69	0.84					0.145
5	0.17	0.33	0.50	0.67	0.83				0.065
6	0.07	0.38	0.42	0.74	0.82	0.91			0.012
7	0.02	0.36	0.43	0.26	0.74	0.84	0.88		0.010
8	0.05	0.27	0.36	0.43	0.58	0.75	0.82	0.89	0.010

3 基于高斯过程模型的重启优化算法

在应用优化算法进行喷管型面设计时,面临 2 个问题:优化算法的全局特性和气动性能 CFD 计算的效率问题;为提高全局特性,本文构造梯度优化算法的重启机制;同时利用高斯过程模型构建设计变量与气动性能指标之间的关系,以减少 CFD 评估次数。

3.1 重启搜索算法

基于梯度的最优化算法具有求解次数少、收敛速度快的优点。但是这类方法都属于局部最优化方法,能否收敛到全局最优点,取决于搜索的起始点。为提高梯度搜索的全局特性,借用 NSGA 算法中提出的拥挤距离概念,构建梯度算法的重启机制^[8]。可在由某初始点 x_0 执行梯度搜索到达局部最优点之后,重新产生新的起始点 x_{rs} 搜索。为了提高算法的效率,则需要使 x_{rs} 位于没有探索过的区域。这个条件可以用最大化拥挤距离来定义。假设已评估的设计点集合 $X \subset D$,新的设计点 $x \in D$,定义拥挤距离为如下的函数:

$$CD(x, X) = \min_{\hat{x} \in X} |x - \hat{x}| \quad (6)$$

3.2 高斯过程模型介绍

高斯过程模型源于机器学习领域采用概率分布模型及相关性的概念,对有限维单目标函数关系 $y = f(x)$ 的采样集合 $\{X, y\}$ 进行建模,构造能替代原函数关系的映射 $\hat{f}^{[9-10]}$ 。高斯过程模型是基于核学习模型的一种,其核心在于核函数的定义。

$$k(x, x') = \sigma^2 \exp \left[- \sum_{j=1}^n \left(\frac{|x_j - x'_j|}{\theta_j} \right)^{p_j} \right] \quad (7)$$

式中, x 和 x' 为 2 个设计点, θ, P, σ 为待辨识的模型参数。对于采样集合 $\{X, y\}$ 和新的求值点 x^* ,高斯过程模型能够给出估计的函数值 \hat{y} 和标准差 s^2 。利用替代模型来协助对设计空间的探索,可以有效减少对目标函数的求值次数,即减少气动性能评估次数,从而提高优化搜索的效率。

3.3 算法框架优化准则

基于高斯过程替代模型的优化算法框架如图 6 所示。

1. procedure NOZZLE OPTIMIZATION(lb, ub)

2. Input: n_{max}, Ω

3. $D \leftarrow [b_l, b_u]$

4. $n_{eval} \leftarrow 0$

5. $\bar{D} \leftarrow \phi$

6. $\bar{K} \leftarrow \phi$

7. $n \leftarrow dim(D)$

8. $n_0 \leftarrow 11n - 1$

9. $d_0 \leftarrow \{d_0^1, \dots, d_0^{n_0}\} \subset D$

10. Evaluation: $\kappa \leftarrow \{\kappa(d_0, \Omega)\}$

11. $n_{eval} \leftarrow n_{eval} + n_0$

12. $\bar{D} \leftarrow \bar{D} \cup d_0, \bar{K} \leftarrow \bar{K} \cup \kappa$

13. Modelling: $\Phi: D \rightarrow K \leftarrow \bar{D} \rightarrow \bar{K}$

14. while($n_{eval} < n_{max}$) do

15. Optimization: Select candidate d_c

16. Evaluation: $\kappa_c \leftarrow \{\kappa(d_c, \Omega)\}$

17. $n_{eval} \leftarrow n_{eval} + 1$

18. $\bar{D} \leftarrow \bar{D} \cup d_c, \bar{K} \leftarrow \bar{K} \cup \kappa_c$

19. Modelling: $\Phi: D \rightarrow \Lambda \leftarrow \bar{D} \rightarrow \bar{\Lambda}$

20. end while

21. return: $\bar{D}, \bar{\Lambda}$

22. end procedure

图 6 基于替代模型的优化算法框架

D 为设计空间(设为 n 维), Ω 为流动条件, κ 为所选的气动性能参数。首先从设计空间中利用拉丁超空间试验设计方法(Latin hyperspace design, LHS)选择 $11n - 1$ 个初始采样点,并评估其气动性能。根据已评估的设计点参数和气动性能建立高斯过程模型;利用高斯过程替代模型来探索设计空间,选择需要评估的候选设计点;评估候选设计点的气动性能。然后重复建模-选择候选点-评估候选点的过程,直到得到满意的设计结果或者优化资源消耗完毕。在这个算法中,实际的气动性能评估计算只发生在图 6 中的第 10 步和 16 步,优化过程则基于替代模型完成(第 15 步)。

3.4 算法性能验证

针对经典 2 维算例,限定计算目标函数的值 100 次,考察算法的性能,其优化结果如表 2 所示。在这 6 个函数中, Sphere 和 Ellipsoid 是单模态函数,其余均为多模态函数。函数最小值都为 0。从表 2 中可以看到,除模态数量极为庞大的 Griewank 函数

和 Rastrigin 函数之外,均可以得到 1×10^{-4} 量级的优化结果。

表 2 基于高斯过程模型的重启优化算法性能

测试函数	评估次数	最优结果
Sphere	100	0.000 6
Ellipsoid	100	0.000 3
Ackley	100	0.000 8
Griewank	100	1.078 1
Rastrigin	100	0.027 7
Rosenbrock	100	0.000 3

4 喷管优化设计结果

针对 0.6 m 连续式跨声速风洞, $M1.5$ 型面、运行总压 100 kPa 的工况,对 1.2 节中描述的优化问题开展单目标优化。优化设计过程中允许的总气动评估次数为 1 000 次,梯度算法最大迭代次数 2 000,重启点个数 89,初始采样点个数 81,同时 CFD 进行气动评估的过程中利用前次结果为后次计算赋初值,以加快收敛。气动评估次数达到 600 次后,分别在第 534 次和第 561 次得到较优的 2 个设计结果,考虑到设计变量多达 8 个,因此求解效率相对较高。

表 3 给出了优化设计结果,结合图 7 给出的喷管扩张段型面曲线,可以看出,2 个优化设计结果型面曲线差别较小,同时流场品质指标也较为接近。

表 3 优化设计结果

优化设计结果	计算步数	变量设计结果/mm								流场品质	
		h_0	h_1	h_2	h_3	h_4	h_5	h_6	θ	σ_M	dM/dx
origin	\	243.55	246.43	271.61	275.83	294.00	297.45	298.74	0.10	0.012	0.049
result 1	534	252.98	256.70	274.53	277.99	297.19	298.63	299.63	0.11	0.001 3	0.001
result 2	561	252.93	256.41	274.65	278.03	297.12	298.66	299.62	0.12	0.001 9	0.003

图 8 给出优化设计得到的试验段轴向马赫数分布,结合表 3 的流场指标,可以看出优化设计得到的试验段内马赫数分布均匀性较好,流场均方根偏差由 0.012 降低到 0.001~0.002 左右,试验段模型区内轴向马赫数梯度在 0.001~0.003 范围内,满足设计指标的要求。由于本将试验段与喷管进行一体化设计,即设计变量之一的喷管出口角度 θ 和试验段壁板扩开角相等,改善了喷管出口和试验段入口曲率不连续的问题,试验段内的弱压缩波和弱膨胀波较原型面减弱明显,从图 9 优化设计前后密度梯度分

与原设计型面对比,优化设计型面喉道高度由 243.55 mm 变为 252.9 mm 有效解决了原喷管型面马赫数偏高的问题,提高了喷管设计型面马赫数的精度。

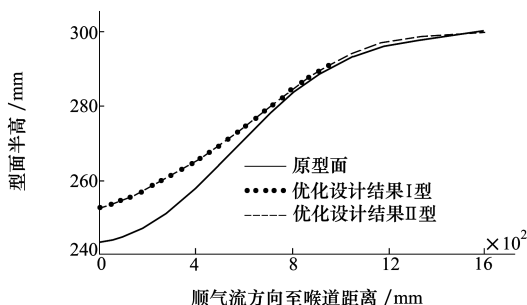


图 7 喷管扩张段型面曲线对比

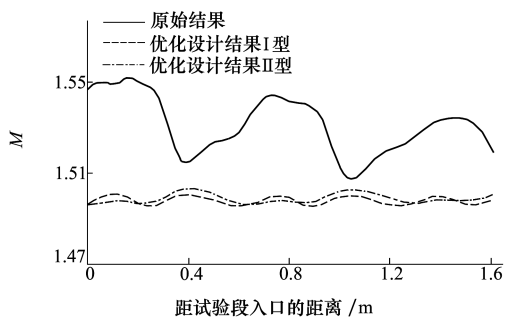


图 8 试验段轴向马赫数分布

布云图亦可看出。

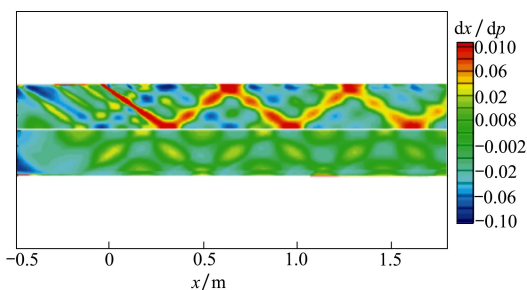


图 9 优化前后试验段密度梯度分布云图

5 结 论

基于本文提出的喷管优化设计框架可有效地获得流场品质较高的超声速喷管型面;选择具有二阶连续导数的三次 spline 样条曲线和最优插值点分布方案可较为精确地描述喷管型面;将试验段实际轴向马赫数与设计值的均方根误差(R_{eM})作为优化目

标,可在确保设计马赫数准确度的同时保证试验段流场品质;基于高斯过程模型的重启优化算法,改善了优化问题全局特性的同时较大地提高了求解效率。

基于本文提出的优化框架,均方根偏差降低到 0.001,仍有提升的空间,下一步可考虑将算法框架扩展到包含多目标优化、多设计变量如喷管长度、最大膨胀角等参数,以进一步提升喷管性能。

参考文献:

- [1] Varner M O, Summers W E, Davis M W. A Review of Two-Dimensional Nozzle Design Techniques[C] // 12th Aerodynamics Testing Conference, Williamsburg, 1982: 06-09
- [2] 易仕和. 超声速与高超声速喷管设计[M]. 北京: 国防工业出版社, 2013
Yi Shihe. Supersonic and Hypersonic Nozzle Design[M]. Beijing, National Defense Industry Press, 2013 (in Chinese)
- [3] Ogawa H, Boyce R R. Nozzle Design Optimization for Axisymmetric Scramjets by Using Surrogate-Assisted Evolutionary Algorithms[J]. Journal of Propulsion & Power, 2012, 28(6): 1324-1338
- [4] Holman T D, Osborn M. Numerical Optimization of Micro-Nozzle Geometries for Low Reynolds Number Resistojets[C] // 51th Joint Propulsion Conference, Orlando, 2013: 3923-3932.
- [5] 甘文彪, 阎超. 高超声速飞行器后体/尾喷管优化设计[J]. 北京航空航天大学学报, 2011, 37(11): 1440-1445
Gan Wenbiao, Yan Chao. Afterbody/Nozzle Optimal Design of Hypersonic Vehicle[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2011, 37(11): 1440-1445 (in Chinese)
- [6] 施小娟, 吉洪湖. 基于代理模型的二元收扩喷管流道型面优化设计[J]. 航空动力学报, 2016, 31(9): 2124-2131
Shi Xiaojuan, Ji Honghu. Optimization Design of Two Dimensional Convergent and Divergent Nozzles' Profile Based on Surrogate Models[J]. Journal of Aerospace Power, 2016, 31(9): 2124-2131 (in Chinese)
- [7] 虞跨海, 莫展, 张亮, 等. 固体火箭发动机特型喷管造型设计与优化[J]. 弹箭与制导学报, 2012, 32(4): 137-138
Yu Kuahai, Mo Zhan, Zhang Liang, et al. Profile Design and Optimization of SRM Nozzle[J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2012, 32(4): 137-138 (in Chinese)
- [8] Khishtandar S, Zandieh M. Comparisons of Some Improving Strategies on NSGA-II for Multi-Objective Inventory System[J]. Expert Systems with Applications, 2011, 38(10): 12051-12057
- [9] 贺建军. 基于高斯过程模型的机器学习算法研究与应用[D]. 大连: 大连理工大学, 2012
He Jianjun. Research and Application of Machine Learning Algorithms Based on Gaussian Process Model[D]. Dalian, Dalian University of Technology, 2012 (in Chinese)
- [10] Zhang Qingfu, Member Senior, Liu Wudong, et al. Expensive Multi-Objective Optimization by MOEA/D with Gaussian Process Model[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2009, 14(3): 456-474

Supersonic Nozzle Optimization Design with Spline Curves Fitting the Nozzle Profiles

Wu Shenghao, Liao Daxiong, Chen Jiming, Chen Qin, Pei Haitao

(Facility Design and Instrumentation Institute, China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang 621000, China)

Abstract: Supersonic nozzle contour optimization design was applied to 0.6m×0.6m continuous transonic wind tunnel to improve flow quality in the test section. The Mach number root mean square deviation with the design value was chosen as optimization target. And the CFD results were verified with experimental results. Cubic spline curves with the optimal interpolating point distribution scheme were used to fit the nozzle contour. Efficient global optimization based on the Gaussian process surrogate model was used to reduce the times of evaluation. Results indicate that, the optimization framework can generate a supersonic nozzle contour with better flow quality and more accurate Mach number and that the optimal Mach number root mean square deviation is 0.001.

Keywords: supersonic nozzle; optimization design; spline curves; Gaussian process model; computational fluid dynamics