满足增益相位裕度的自动驾驶仪结构化 H_∞ 综合

马晓川, 闫杰, 符文星, 陈康

(西北工业大学 航天学院, 陕西 西安 710072)

摘 要:针对具有静不稳定特性的高超声速飞行器,提出了一种同时满足增益裕度和相位裕度要求的飞行器自动驾驶仪设计方法。在预先设定自动驾驶仪结构的前提下,建立满足系统增益和相位裕度的 H_∞ 范数性能指标,使用结构化 H_∞ 综合方法求解使性能指标 H_∞ 范数指标最优的自动驾驶仪参数。控制系统稳定裕度由标称系统增益放大补灵敏度传递函数的 H_∞ 范数约束。这种约束方法把对系统的稳定裕度约束转化为复平面上开环系统 Nyquist 曲线到满足系统稳定裕度圆盘边界的距离约束。求解控制器参数时,在控制器设计指标中引入调节参数,通过调节参数的迭代变化,改变开环系统 Nyquist 曲线与稳定裕度圆盘边界的距离,减小控制器的保守性。这种自动驾驶仪的设计方法可同时适用于静稳定系统和静不稳定系统。将此方法应用在高超声速飞行器过载跟踪自动驾驶仪的设计中,仿真结果表明,自动驾驶仪具有良好的动态和稳态性能,并且控制器满足期望的稳定裕度。

关 键 词: H_∞ 综合; 自动驾驶仪; 幅值裕度; 相位裕度; 过载跟踪控制
中图分类号: V19 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-2758(2019)02-0211-07

乘波体气动布局的高超声速飞行器通常没有翼面,升力主要由机体产生。由于乘波体布局头部的倾斜面设计结构,飞行器的气动压心相对于传统飞行器更靠机身头部,降低了飞行器的静稳定性,所以乘波体构型的高超声速飞行器一般具有静不稳定特性^[1-2]。尤其高超声速飞行器进行大过载机动时,随着攻角增大,飞行器静不稳定性进一步降低^[3-4]。对于静不稳定的高超声速飞行器,过大或过小的控制器增益都会引起飞行控制系统发散。因此在设计飞行控制器时,控制系统幅值增益在增大和减小2个方向上都要留有充分的稳定裕度,增加了控制系统的设计难度。

在复平面内考虑一个以实轴对称且包含 $(-1, j0)$ 的圆,圆心和半径由控制系统期望的开环幅值裕度和相位裕度决定。当控制系统开环 Nyquist 曲线与圆没有交点时则认为控制系统满足期望的稳定裕度^[5]。对于静不稳定被控对象,满足稳定裕度的控制器使开环控制系统的 Nyquist 曲线围绕圆一周或者多周且与圆没有交点,保证了控制器开环增益在增大和减小2个方向上都可以满足期望的裕度。基

于此思想,文献[6]给出了一种基于 H_∞ 综合求解满足稳定裕度控制器的方法。此方法中控制系统的稳定裕度是通过约束标称系统增益放大后补灵敏度函数的 H_∞ 范数而实现的,求解控制器过程比较复杂,并且求解的控制器阶次比较高^[7]。为了解决这些问题,本文使用结构化 H_∞ 综合方法,求解满足稳定裕度约束的控制器。

结构化 H_∞ 和 H_∞ 综合的区别在于使用结构化 H_∞ 综合算法求解控制器时,需要先定义控制器结构,例如 PID 控制器、三回路过载跟踪自动驾驶仪等^[8-9]。控制器结构确定后,控制器中未知的部分只有控制器参数。控制器参数优化时与传统 H_∞ 综合相似,需要根据控制目标建立性能指标,并求解使性能指标 H_∞ 范数最小的控制器参数。因为控制器结构可以事先定义,结构化 H_∞ 综合算法使 H_∞ 控制理论具有了更好的实用性^[10-14]。

本文以三回路过载自动驾驶仪为控制器结构,使用结构化 H_∞ 综合算法求解满足性能指标 H_∞ 范数最优的控制器参数,而且保证开环系统满足给定的幅值裕度和相位裕度。

1 结构化 H_∞ 控制

标准的 H_∞ 控制模型:

$$\begin{bmatrix} Z(s) \\ Y(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W(s) \\ U(s) \end{bmatrix} \quad (1)$$

$Z(s)$ 表示评价系统性能的输出, $Y(s)$ 表示传感器测量输出量, $W(s)$ 为外部输入, $U(s)$ 是控制输入。假设存在反馈控制器 $C(s)$, 系统的闭环传递函数可以表示为控制器 $C(s)$ 的线性分式变换:

$$T_{zw} = F_l(P, C) = P_{11} + P_{21}(I + CP_{22})^{-1}P_{12} \quad (2)$$

标准的 H_∞ 控制问题是求解使系统(1)内稳定且保证 $T_{zw}(s)$ 的 H_∞ 范数最小的控制器 $C(s)$ 。与标准 H_∞ 控制不同的是结构化 H_∞ 综合需要预先设计好控制器 $C(s)$ 的结构, 例如 PID 控制器、校正网络、多回路自动驾驶仪等或者其他任意形式的控制器。控制器的结构具有任意无限多个, 此处用 PID 控制器为例进行解释, 典型的 PID 控制器为

$$C_{\text{PID}}(s) = k_p + k_d \frac{s}{T_f s + 1} + \frac{k_i}{s} \quad (3)$$

PID 控制器可以表示成控制器参数 k_p, k_d, k_i 的线性下分式变换

$$C_{\text{PID}}(s) = F_l(Q(s), K) \quad (4)$$

$Q(s)$ 是控制器中除去控制器参数的部分, K 是由控制器参数组成的矩阵。把(4)式代入(2)式中, 可得到闭环系统关于控制器参数的下分式变换

$$T_{zw}(s) = F_l(P(s), F_l(Q(s), K)) = F_l(M(s), K) \quad (5)$$

$M(s)$ 是被控对象和控制器开环传递函数除去控制器参数的部分。在结构化 H_∞ 综合中, 控制问题就转换成求解使系统(1)内稳定且 $\|T_{zw}(s)\|_\infty$ 最小的一组控制器参数。结构化 H_∞ 控制把经典 H_∞ 控制器求解问题转变为控制器参数优化问题^[15-17]。另外与 H_∞ 综合不同, 在结构化 H_∞ 综合中, 性能指标可以是相互独立的, 即性能指标可以表示为^[8-9]:

$$H(s) = \text{diag}([T_1(s), T_2(s), \dots]^T) \quad (6)$$

$\text{diag}(T)$ 表示由向量 T 中元素组成的对角矩阵。这一特性使得结构化 H_∞ 综合算处理多目标约束优化问题更为方便。

2 增益裕度和相位裕度

在复平面内考虑一个包围点 $(-1, j0)$, 以 $(-a, j0)$ 为圆心, r 为半径的圆 O , 如图 1。当控制系统开环 Nyquist 曲线不与圆 O 相交时, 控制系统至少具有幅值裕度

$$G_{m1} = -20 \lg(a - r) \quad (7)$$

$$G_{m2} = -20 \lg(a + r) \quad (8)$$

相位裕度:

$$P_m = \arccos\left(\frac{a^2 - r^2 + 1}{2a}\right) \quad (9)$$

公式(7) G_{m1} 由点 A 到 $(-1, j0)$ 的距离计算得出, 若系统开环增益放大倍数小于 G_{m1} dB, 闭环系统依然稳定; 公式(8) G_{m2} 由点 B 到 $(-1, j0)$ 的距离计算得出, 若系统开环增益减小倍数小于 G_{m2} dB, 闭环系统依然稳定。公式(9) 表示圆 O 与单位圆交点 C 与原点的连线和实轴的夹角, 表示开环系统的相位裕度。图 1 以圆心在 $(-1, j0)$, 半径 r 为 0.5 的圆 O 为例进行解释说明。圆 O 与实轴相交于点 $A(-0.5, j0)$ 与点 $B(-1.5, j0)$, 圆 O 与单位圆交点连线和实轴夹角为 29° 。系统开环 Nyquist 曲线与圆 O 没有交点时, 对于静稳定被控对象系统至少具有 6 dB 的幅值裕度和 29° 的相位裕度。对于静不稳定被控对象, 系统至少具有 ± 6 dB 的幅值裕度和 29° 的相位裕度。

图 1 系统增益裕度和相位裕度

控制系统开环 Nyquist 曲线不与圆 O 相交等价于

$$P(j\omega)C(j\omega) \neq (-a + r \exp(j\theta)) \quad (10)$$

方程(10)中 $C(j\omega)$ 是控制器, $P(j\omega)$ 为被控对象。对方程(10)进行变换

$$\frac{1}{-a + r \exp(j\theta)} P(j\omega) C(j\omega) \neq 1 \quad (11)$$

方程(11)可以表示成如下形式^[6]

其中 $K_{A_z}, K_\theta, K_\omega$ 是待优化的参数。 r, e, u 分别是参考输入、跟踪误差和控制器输出。 z_1 和 z_2 是描述系统性能的输出。

权函数 W_1 用于约束系统跟踪误差和动态响应

$$W_1 = \frac{200(0.05s + 1)}{10s + 1} \tag{23}$$

权函数 $W_2(s)$ 对控制器指令输出进行约束

$$W_2 = \eta \frac{57.3(0.07s + 1)}{0.0001s + 1} \tag{24}$$

控制器要求至少有 6 dB 幅值裕度和 36.9° 的相位裕度。对应于复平面上约束稳定裕度的圆 O , 圆心在 $(-1.25, j0)$, 半径 r 等于 0.75。根据 (13) 式和 (19) 式得加权函数为

$$W_A = 0.6 \tag{25}$$

控制器综合时使用的优化指标为

$$H_e = \text{diag}(W_1T_1, W_2T_2, W_AT_A) \tag{26}$$

式中, T_1 是系统的灵敏度函数, T_2 是参数输入到控制器指令输出的传递函数, T_A 是开环系统增益放大补灵敏度函数, 由 (20) 式给出。 W_2 中的参数 η 用于调节 $\|W_AT_A\|_\infty$, 使其满足 (16) 式的不等式条件。仿真中使用的是 Matlab 2014 中的 hinfstruct() 函数进行控制器综合。

表 1 控制器优化结果

η	$\ W_AT_A\ _\infty$	增益裕度/dB	相位裕度/(°)
0.1	1.96	5.80	27.58
1	0.99	9.34	37.22
2	0.96	-9.83	38.83

图 4 开环 Nyquist 曲线

表 1 中给出了选取不同 η 时使用结构化 H_∞ 综合的结果。图 4 给出了相应 η 值时系统的 Nyquist 曲线。系统的断开点选取在控制器输出端, 即图 3

中舵机与邻近的求和点中间。为了能更清晰地表明系统 Nyquist 曲线与圆 O 的关系, 图中省略了低频部分的 Nyquist 曲线。表 1 中的结果显示, 不同的 η 会影响综合后的 $\|W_AT_A\|_\infty$ 。而图 4 表示了 $\|W_AT_A\|_\infty$ 数值与圆 O 的位置关系。当 $\|W_AT_A\|_\infty$ 大于 1 时, 系统的 Nyquist 曲线与圆 O 相交, 此时不能保证系统具有要求幅值与相位裕度。需要强调的是系统 Nyquist 曲线不与圆 O 相交是满足增益与相位裕度的充分条件, 而非必要条件。所以当 $\|W_AT_A\|_\infty$ 大于 1 时系统仍有可能满足增益相位裕度要求。因为增益相位裕度定义中要系统开环 Nyquist 曲线上相位为 180° 和幅值为 1 的 2 个点点到 $(-1, j0)$ 的距离大于裕度要求。而本文通过限制 Nyquist 曲线到描述稳定裕度圆的距离方法来使控制系统达到增益相位裕度。这不仅要求 Nyquist 曲线上相位为 180° 和幅值为 1 的 2 个点到点 $(-1, j0)$ 的距离要满足预定条件, 而且其他的点到点 $(-1, j0)$ 距离也需要满足预定条件。这种限制条件比稳定裕度定义更苛刻。但当 $\|W_AT_A\|_\infty$ 小于 1 时, 系统 Nyquist 曲线与圆 O 相切或不相交, 此时一定可以保证系统满足稳定裕度要求。表 1 中稳定裕度计算结果表明系统增益裕度大于 6 dB, 相位裕度大于 36.9°, 控制器的稳定裕度满足预定条件。另外, 表 1 中增益裕度 -9.83 dB 表示当开环增益减小 9.83 dB 会引起闭环系统发散。

图 5 和图 6 给出 $\|W_AT_A\|_\infty$ 不同时系统的过载跟踪响应。当 $\|W_AT_A\|_\infty$ 大于 1 时系统的稳定裕度较低, 响应过程中发生轻微的震荡。当 $\|W_AT_A\|_\infty$ 小于 1 时系统响应比较平稳。从响应速度上分析, 当满足稳定裕度要求时, $\|W_AT_A\|_\infty$ 越接近 1 系统的响应速度越快, 保守性越小。所以需要确定 η 使 $\|W_AT_A\|_\infty$ 等于 1。从图 7 中可以看出随 η 增加的过程中 $\|W_AT_A\|_\infty$ 单调减变化且 $\|W_AT_A\|_\infty$ 与 1 有一个交点。所以可以使用二分算法确定使 $\|W_AT_A\|_\infty$ 等于 1 的 η 。

在确定搜 η 范围为 $[\eta_l, \eta_u]$ 后, 二分搜索算法如下:

- 1) $\eta = \eta_l$
- 2) 使用结构化 H_∞ 求解使 (22) 式最小的控制器参数
- 3) if $\|W_AT_A(s)\|_\infty = 1$
迭代结束
else

if $\|W_A T_A(s)\|_\infty < 1$
 $\eta_l = \eta, \eta = \frac{\eta_l + \eta_u}{2}$
else

$$\eta_u = \eta, \eta = \frac{\eta_u + \eta_l}{2}$$

返回执行步骤 2)

图 5 单位过载响应

图 6 舵响应

图 7 $\|W_A T_A\|_\infty$ 曲线

表 2 迭代计算结果

η	$\ W_A T_A\ _\infty$
1.050 0	0.979 4
0.575 0	1.124 4
0.812 5	1.021 9
0.931 1	0.997 9
0.871 9	1.009 0

表 2 给出了迭代计算中部分结果,当 η 等于 0.871 9 时, $\|W_A T_A\|_\infty$ 为 1.009 0。如图 8 所示,系统的 Nyquist 曲线与圆 O 相切,此时系统的稳定裕度为 9.18 dB 和 36.9° ,满足预先设定的要求。

图 8 Nyquist 曲线

为了验证控制方法对非线性系统的适应性和鲁棒性。在仿真中使用文献[18]提供的非线性高超

图 9 气动参数扰动条件下过载跟踪响应

声速飞行器模型数据进行计算。计算过程中考虑气动力系数和气动力矩系数 $\pm 10\%$ 以内的随机扰动。使用非线性模型在气动参数扰动的条件下,进行了 100 次的单位过载跟踪仿真实验。图 9 中的曲线是仿真计算结果。结果表明无论对标称非线性模型还是气动参数扰动模型,控制系统都能稳定完成对单位过载指令的跟踪。但因为模型非线性和气动参数扰动的影响,过载跟踪精度有所下降。

4 结 论

对于静不稳定的高超声速飞行器,本文使用结构化 H_∞ 综合方法设计了飞行器的过载跟踪自动驾驶仪。通过调节优化结果中增益放大系统补灵敏度函数的 H_∞ 范数,改变系统 Nyquist 曲线与复平面内

表示稳定裕度圆盘的相对位置,使控制器满足稳定裕度要求。并给出了计算使系统 Nyquist 曲线与圆盘相切的控制器参数计算方法,以减小控制器设计的保守性。计算仿真结果表明:

1) 由文中控制算法设计的自动驾驶仪能达到预定增益相位裕度指标要求;

2) 在控制器综合时,调节性能指标中引入的参数 η 能改变开环 Nyquist 曲线与表示稳定裕度圆盘的相对位置,并改变系统的保守性;

3) 由文中控制算法设计的自动驾驶仪可以使用在非线性系统上,并且控制系统对参数扰动具有鲁棒性。

参考文献:

- [1] RODRIGUEZ A, DICKESON J, CIFDALOZ O, et al. Modeling and Control of Scramjet-Powered Hypersonic Vehicles: Challenges, Trends, and Tradeoffs[C]//AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit, 2008
- [2] 贾子安, 张陈安, 王柯穆, 等. 乘波体布局高超声速飞行器纵向静稳定特性分析[J]. 中国科学, 2014, 44(10): 1114-1122
JIA Zian, ZHANG Chenan, WANG Kemu, et al. Longitudinal Static Stability Analysis of Hypersonic Waveriders[J]. Science China, 2014, 44(10): 1114-1122 (in Chinese)
- [3] 罗文莉, 李道春, 向锦武. 吸气式高超声速飞行器大迎角气动特性分析[J]. 航空学报, 2015, 36(1): 223-231
LUO Wenli, LI Daochun, XIANG Jinwu. Aerodynamic Characteristics Analysis of Air-Breathing Hypersonic Vehicle at High Angle of Attack[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2015, 36(1): 223-231 (in Chinese)
- [4] 苏二龙, 罗建军, 闵昌万. 高超声速飞行器纵向大攻角非线性失稳分析与控制[J]. 航空学报, 2016, 37(S1): S80-S90
SU Erlong, LUO Jianjun, MIN Changwan. Analysis and Control of Nonlinear of Stability of Longitudinal Flight Dynamics of Hypersonic Vehicle with High Angle of Attack[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2016, 37(S1): S80-S90 (in Chinese)
- [5] 侯振乾, 梁晓庚, 杨军. 基于 μ 分析的导弹自动驾驶仪稳定裕度评估[J]. 计算机测量与控制, 2012, 20(8): 2177-2179
HOU Zhenqian, LIANG Xiaogeng, YANG Jun. μ Analysis Based Stability Margin Clearance of Missile Autopilot[J]. Computer Measurement & Control, 2012, 20(8): 2177-2179 (in Chinese)
- [6] GIRISH D, VIJAY P. A 'Modern' Look at Gain and Phase Margins-an H-Infinity/M Approach[C]//Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, 1998
- [7] ZHOU KEMIN, Doyle JOHN C, Glover Keith. Robust and Optimal Control[M]. Prentice Hall, New Jersey, 1996: 413-446
- [8] GAHINET P, APKARIAN P. Decentralized and Fixed-Structure H_∞ Control in MATLAB[C]//Decision & Control & European Control Conference, 2012
- [9] GAHINET P, APKARIAN P. Structured H_∞ Synthesis in MATLAB[J]. IFAC Proceedings Volumes, 2011, 44(1): 1435-1440
- [10] LOQUEN T, DE PLINVAL H, CUMER C, et al. Attitude Control of Satellites with Flexible Appendages: a Structured H_∞ Control Design[C]//AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, 2012
- [11] KNOBLAUCH M, SAUSSIE D, BÉRARD C. Structured H_∞ Control for a Launch Vehicle [C] // American Control Conference, 2012
- [12] SIQUEIRA D, PAGLIONE P, MOREIRA F J O. Robust Fixed Structured Output Feedback Flight Control Law Synthesis and Analysis Using Singular Structured Value[J]. Aerospace Science & Technology, 2013, 30(1): 102-107
- [13] HUGO LHACHEMI, DAVID SAUSSIE, GUCHUAN ZHU. Robust and Self-Scheduled Longitudinal Flight Control System: a Multi-Model and Structured H-infinity Approach [C]//AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, 2014
- [14] FLORIAN S, SPILIOS T, PHILIPPE W, et al. Pitch/Yaw Channels Control Design for a 155mm Projectile with Rotating Canards, Using a H_∞ Loop-Shaping Design Procedure [C]//AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, 2014
- [15] ORSI M A M R. A Nonsmooth Optimization Approach to H_∞ Synthesis[C]//Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, 2013
- [16] JAMES V B, DIDIER H, ADRIAN S L, et al. Stabilization via Nonsmooth, Nonconvex Optimization[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2006, 51(11): 1760-1769
- [17] BOMPART V, NOLL D, APKARIAN P. Second-Order Non-Smooth Optimization for H_∞ Synthesis [J]. Numerische

Mathematik, 2007, 107(3):433-454

- [18] JASON T P, ANDREA S, STEPHEN Y, et al. Control-Oriented Modeling of an Air-Breathing Hypersonic Vehicle[J]. Journal of Guidance Control & Dynamics, 2007, 30(3):856-869

Autopilot Structured H_∞ Synthesis for Satisfying Gain and Phase Margin Constraints

MA Xiaochuan, YAN Jie, FU Wenxing, CHEN Kang

(School of Astronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: Aiming at the static unstable Hypersonic vehicle, a method for designing H_∞ autopilot to satisfy gain margin and phase margin is proposed. Structured H_∞ synthesis is used to synthesize the autopilot under the fixed structure. The gain margin and phase margin were constrained by using H_∞ norm of the complementary of the scaled plant. The requirement for the gain margin and phase margin is represented by the distance between the open loop Nyquist curve and the circle that represents the gain margin and phase margin in the complex plane. The distance is adjusted by tuning the parameter of performance specifications automatically to reduce the conservatism of the controller. The present method is applicable to both static stable vehicle and static unstable vehicle, and a three loops acceleration tracking autopilot is design. The numerical simulations have demonstrated that the autopilot satisfies the performance specifications, gain margin and phase margin simultaneously.

Keywords: structured H_∞ synthesis; autopilot; gain margin; phase margin; acceleration tracking