

拦截高速运动目标广义相对偏置比例制导律

王荣刚^{1,2}, 唐硕^{1,2}

(1.西北工业大学 航天学院, 陕西 西安 710072; 2.陕西省空天飞行器设计技术重点实验室, 陕西 西安 710072)

摘要:针对经典比例导引法在末制导阶段拦截高速运动目标时捕获域较小、无法有效利用导弹机动能力及难以实现碰撞角约束等问题,提出了一种广义相对偏置比例制导律。为扩大经典比例导引律的捕获域及提升其对导弹的机动利用能力,设计了一个时变导引系数,使所提制导方案可综合比例及反比例2种导引律的优势。为实现对高速运动目标的定向打击,引入了相对偏置比例,通过控制相对飞行轨迹角以实现对碰撞角的约束。为提升制导方案在拦截高速机动目标时的性能,在制导指令中对目标机动影响进行了补偿。数值仿真结果验证了该制导方案相比于经典的比例导引法具有更大的捕获域和过载利用度,以及较强的碰撞角约束能力。

关键词:末制导;高速运动目标;碰撞角约束;相对偏置比例

中图分类号:V448.2

文献标志码:A

文章编号:1000-2758(2019)04-0682-09

经典比例导引法由于要求的输入信息少,稳定性好,抗干扰能力强,依然是防空反导武器末制导的主流选择^[1]。然而,随着临近空间高超声速滑翔武器的发展,给防空反导系统带来了极大的压力,其主要问题在于:首先,比例导引法是以目标速度小于拦截弹速度为假设基础的,而该假设条件在拦截临近空间武器时已很难保证;其次,末制导初始启动条件变得极为苛刻,使得中末制导交接班极为困难;最后,拦截弹在末制导中后期需用过载极大,容易造成其终端时刻脱靶量过大,即使采用直接力也难以消除。目前,对于拦截高速目标,主要有2种拦截模式可以选择:顺轨(反比例)^[1-4]和逆轨(比例)模式。然而,基于常系数的比例导引方案,无论采用逆轨还是顺轨模式,或将其组合^[5],均难以有效解决其捕获域较小,不能有效利用导弹机动能力等问题。

命中目标是制导律设计的第一要务。此外,为增强导弹的杀伤威力,往往还要求拦截弹在末制导阶段可实现碰撞角约束^[6-7]。目前,基于比例导引法,绝大部分包含碰撞角约束制导律的研究主要针对静止目标及低速运动目标^[8-11]。对于拦截高速目标的问题,由于速度比较大,极大限制了视线角的变化范围,致使针对高速运动目标的碰撞角约束问

题变得较难实现。对于该问题,文献[12]提出了一种具有碰撞角约束的顺/逆轨制导律,但该方案仅能针对非机动目标。在此基础上,文献[13]又将该方案进一步推广到高速机动目标。然而,该方案以终端视线角作为所约束的碰撞角,实际更需要将导弹与目标2个速度方向之间的夹角作为碰撞角。

针对以上问题,本文提出了一种拦截高速运动目标的广义相对偏置比例制导律。为解决经典常系数比例导引法捕获域较小的问题,本文将目标视为一个虚拟静止目标,通过相对关系,推导出一种可使导引系数自适应调节的制导律基本形式,以使所提制导方案可综合顺轨和逆轨2种拦截模式,并具有更大的捕获域及过载利用能力。在此基础上,为解决含碰撞角约束打击高速运动目标的问题,借助相对偏置比例的思想以及小角度假设的方法,通过控制相对飞行轨迹角以间接地实现对碰撞角的约束。此外,为解决目标机动对制导性能的影响,对制导指令进行了目标机动补偿,使所提制导方案在拦截高速机动目标及对其进行碰撞角约束时也具有较好的制导性能。

1 问题描述

利用经典的比例导引法拦截高速运动目标通常需要采用迎头拦截的模式(逆轨),其基本原理是导弹接近目标时以与目标速度矢量相对的方向正面迎击目标,以便于导引头截获和稳定跟踪目标,使导弹能够以较低的速度拦截到高速运动目标。然而,对于经典比例导引法,还存在以下几方面问题制约着其进一步应用。

1) 末制导捕获域较小,致使中末制导交班困难。在本文中,假定目标从右向左水平飞来,捕获域定义为满足导弹能够成功拦截到目标的初始弹道倾角集合。图1为导引系数 N 及速度比 $\beta(V_T/V_M)$ 分别取不同值时,根据文献[3]所得到采用经典比例导引法的捕获域。从图中可以看出:①比例导引法的捕获域由视线角 ϕ 、速度比 β 及导引系数 N 共同决定;②当速度比 β 一定时,视线角 ϕ 的可变化范围是确定的;③当视线角 ϕ 一定时,导引系数 N 越小,速度比 β 越大,初始捕获域所覆盖的范围越小。通过以上分析可知,当拦截高速目标时,经典比例导引法的捕获域极为有限,这会使中末制导的交班条件变得极为苛刻。

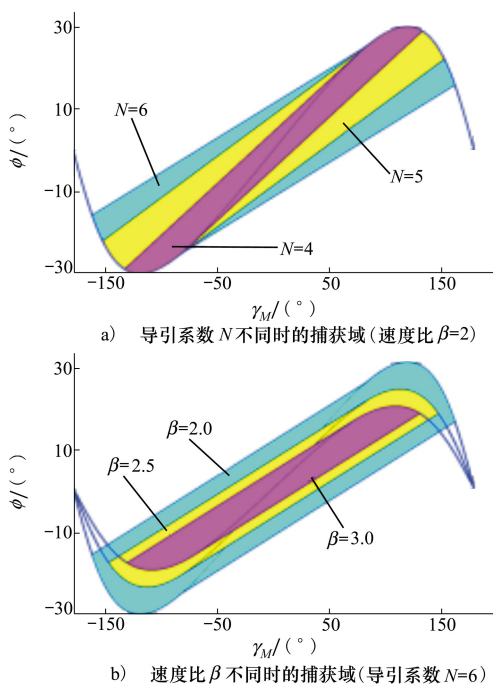


图1 比例导引法的捕获域

的常系数比例导引法拦截高速运动目标,一般会存在的问题有:①导弹对初始条件很敏感,较好的初始条件会降低其在整个末制导过程中的过载需用;②在末制导前期,导弹需用过载相对较小;在末制导中后期,导弹的需用过载逐渐增大,甚至超过了过载上限,这极易造成终端脱靶量较大,甚至造成脱靶。造成该问题的原因主要是由于导弹在末制导前期不能充分利用自身的机动能力,造成其在弹道中后期制导压力剧增。

3) 难以实现对高速运动目标进行含碰撞角约束打击。为增强战斗部杀伤威力或稳定导引头视场(如加侧窗),使拦截弹在末制导阶段具有碰撞角约束能力对拦截高速目标也很必要。然而,对于高速目标而言,速度比 β 越大,视线角 ϕ 及飞行轨迹角 γ_M 在整个拦截过程中可变化范围越有限,这就给实现含碰撞角约束打击高速运动目标带来了极大的挑战。

为解决以上问题,本文欲通过以下3个方面措施来解决该问题。首先,使导引系数可自适应调节,以使制导方案具有两方面能力:①可综合逆轨及顺轨两种拦截模式的优势,以增加末制导的捕获域;②在末制导中前期要充分利用导弹的机动能力,以降低其在弹道中后期的制导压力。其次,引入相对偏置比例,将制导问题转化为对相对飞行轨迹角的控制问题,从而间接地实现碰撞角约束。最后,加入目标机动补偿信息,以改善所提制导方案在拦截高速机动目标及对其进行碰撞角约束时的制导性能。

2 制导算法推导

本节首先以高速非机动目标为研究对象,通过拦截弹与目标之间的相对运动关系,推导出所提制导方案的基本形式,并引入相对偏置比例方法,通过控制相对飞行轨迹角来实现碰撞角约束。其次,通过加入目标机动信息,来改善所提制导方案在拦截高速机动目标时的制导性能。

2.1 基本形式

导弹与目标的拦截几何关系如图2所示。其中 V_M 和 V_T 分别为导弹和 target 的速度矢量,在本文中均假设其大小为常值; γ_M 和 γ_T 分别为导弹和目标的飞行轨迹角; $\sigma_M \triangleq \gamma_M - \phi$ 和 $\sigma_T \triangleq \gamma_T - \phi$ 分别为导弹和 target 的前置角。根据几何关系,导弹与 target 的相对运动方程可写成以下形式

2) 不能有效利用导弹的机动能力。利用传统

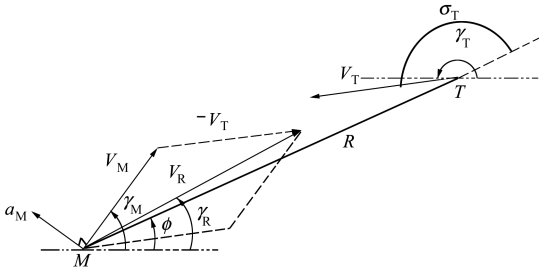


图 2 拦截几何关系

$$\dot{R} = V_T \cos(\gamma_T - \phi) - V_M \cos(\gamma_M - \phi) \quad (1)$$

$$R\dot{\phi} = V_T \sin(\gamma_T - \phi) - V_M \sin(\gamma_M - \phi) \quad (2)$$

$$\gamma_M = a_M / V_M \quad (3)$$

将高速运动目标视为一个虚拟静止目标,根据几何关系,定义相对速度矢量 V_R 与水平线之间的夹角为相对飞行轨迹角 γ_R (逆时针为正),其具体形式可表示为

$$\gamma_R = \tan^{-1} \left(\frac{\sin\gamma_M - \beta \sin\gamma_T}{\cos\gamma_M - \beta \cos\gamma_T} \right) \quad (4)$$

通常情况下,碰撞约束角可定义为

$$\Gamma_{\text{imp}} = \gamma_{T,f} - \gamma_{M,f} \quad (5)$$

式中, $\gamma_{T,f}$ 和 $\gamma_{M,f}$ 分别为目标和拦截弹的终端飞行轨迹角。

结合(4)式和(5)式可以得到终端相对飞行轨迹角 $\gamma_{R,f}$ 为

$$\gamma_{R,f} = \gamma_{T,f} - \tan^{-1} \left(\frac{-\sin\Gamma_{\text{imp}}}{\beta - \cos\Gamma_{\text{imp}}} \right) \quad (6)$$

对(4)式进行求导,整理后可得 $\dot{\gamma}_M$ 和 $\dot{\gamma}_R$ 之间的关系为

$$\dot{\gamma}_M = \kappa_1 \dot{\gamma}_R - \kappa_2 \dot{\gamma}_T \quad (7)$$

式中

$$\begin{cases} \kappa_1 = \frac{1 - 2\kappa\beta\cos(\gamma_M - \gamma_T) + \beta^2}{1 - \beta\cos(\gamma_M - \gamma_T)} \\ \kappa_2 = \frac{\beta^2 - \beta\cos(\gamma_M - \gamma_T)}{1 - \beta\cos(\gamma_M - \gamma_T)} \end{cases} \quad (8)$$

(7)式建立了 $\dot{\gamma}_M$ 与 $\dot{\gamma}_R$ 之间的关系,而 $\dot{\gamma}_M$ 与实际制导指令紧密相关。因而,可通过对 $\dot{\gamma}_R$ 的算法设计实现所要求的制导目的。

2.2 碰撞角约束算法

根据文献[14]中相对偏置比例的设计思想,取 $\dot{\gamma}_R = N\dot{\phi} + b$,其中 N 为导引常数。因而,虚拟加速度指令 a_{RM} 可取为如下形式:

$$a_{RM} = a_{RPN} + a_{RB} \quad (9)$$

式中, a_{RPN} 和 a_{RB} 为所要设计的相对偏置比例方案中分别由比例项和偏置项引起的虚拟加速度指令。

为便于设计,如图3所示,以目标 T 为坐标原点,取 (x_R, y_R) 为参考坐标系。

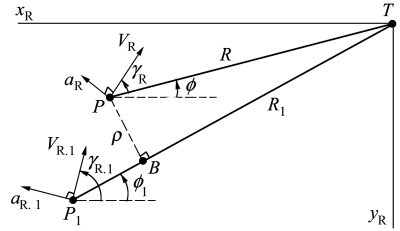


图 3 几何变换关系

点 P_1 和 P 分别为导弹在 t_1 和 t 时刻的位置。此外 ρ 为飞行器当前位置 P 到直线 $\overline{P_1T}$ 之间的距离。令 $\bar{\gamma}_R = \gamma_R - \phi_1$ 及 $\bar{\phi} = \phi - \phi_1$,由于 2 个时刻相距很近,可近似认为 $V_{R,1} \approx V_R$ 。根据小角度假设及几何关系, ρ 和 $\bar{\phi}$ 可近似表示为

$$\rho \approx V_R \bar{\gamma}_R, \quad \bar{\phi} \approx -\rho / V_R t_{go} \quad (10)$$

式中, t_{go} 为剩余时间。

对式(10)进行求导,可以得到 a_{RPN} 的表达式为

$$a_{RPN} = -N \frac{(\rho + V_R \bar{\gamma}_R t_{go})}{t_{go}^2} \quad (11)$$

结合(9)~(11)式,整理后可得

$$\rho + \frac{N}{t_{go}} \rho + \frac{N}{t_{go}^2} \rho = a_{RB} \quad (12)$$

假设拦截总共所需要的时间为 t_f ,则剩余时间可表示为 $t_{go} = t_f - t$ 。在 t_1 到 t 时刻求解上述微分方程,即将 t_1 时刻导弹的状态作为初始值,可得

$$\gamma_R = -\frac{c_2 N}{V_R} t_{go}^{N-1} - \frac{c_1}{V_R(N-1)} + \frac{2t_{go} a_{RB}}{V_R(N-2)} + \phi_1 \quad (13)$$

式中

$$c_1 = t_{go,1} a_{RB,1} - t_{go,1} a_{RPN,1} - (N-1) V_R \bar{\gamma}_{R,1} \quad (14)$$

$$c_2 = \frac{a_{RPN,1}}{N(N-1)t_{go,1}^{N-2}} + \frac{a_{RB,1}}{(N-1)(N-2)t_{go,1}^{N-2}} \quad (15)$$

结合边界条件,对(13)式进行整理,可得到 a_{RB} 的表达式为

$$a_{RB} = V_M \frac{N\phi - (N-1)\gamma_{R,f} - \gamma_R}{t_{go}} \quad (16)$$

不考虑目标机动,结合(7)式和(16)式可以近

似得到相对飞行轨迹角 γ_R 的变化率为

$$\dot{\gamma}_R = N\dot{\phi} + \mu \frac{N\phi - (N-1)\gamma_{R,f} - \gamma_R}{t_{go}} \quad (17)$$

式中, μ 为补偿系数, 主要用来补偿小角度假设所带来的精度偏差。

定义 $\varepsilon_R = N\phi - (N-1)\gamma_{R,f} - \gamma_R$ 为角偏差项。将 ε_R 对时间 t 进行求导, 整理后可以得到

$$\dot{\varepsilon}_R = N\dot{\phi} - \dot{\gamma}_R = -\mu\varepsilon_R/t_{go} \quad (18)$$

通过(18)式分析可以得出, 当 $\mu > 1$ 时, 角偏差 ε_R 及其变化率 $\dot{\varepsilon}_R$ 均会逐渐趋近于 0。这说明, 当 $\mu > 1$ 时, 随着角偏差项幅值的减小, 导弹的过载也将逐渐收敛到 0。

将(17)式代入(7)式中, 可以得到含碰撞角约束拦截高速非机动目标的制导指令为

$$a_M = \kappa_1 NV_M \dot{\phi} + \kappa_1 \mu V_M \frac{\varepsilon_R}{t_{go}} \quad (19)$$

在执行该制导律时, 需要用到剩余时间 t_{go} , 其精度直接影响到制导精度。令 $t_{go,RPN}$ 和 $t_{go,RB}$ 分别为由相对偏置比例制导律中比例项和偏置项影响下所对应的剩余时间值, 则总的剩余时间 t_{go} 可表示为

$$t_{go} = t_{go,RPN} + t_{go,RB} \quad (20)$$

定义 $\sigma_R = \gamma_R - \phi$ 为相对前置角, 根据文献[15], 将其中剩余时间的计算方法推广到本文所用的相对坐标系下, 可得到 $t_{go,RPN}$ 和 $t_{go,RB}$ 的表达式分别为

$$\begin{cases} t_{go,RPN} = \frac{R}{V_R} \left(1 + \frac{0.5\sigma_R^2}{2N-1} \right) \\ t_{go,RB} = \frac{R}{V_R} \mu \left(\frac{\mu\varepsilon_R^2 - 3(\phi - \gamma_R)\varepsilon_R}{3(N+1)(2N-1)} \right) \end{cases} \quad (21)$$

当打击静止目标时, 要求导弹前置角 $\sigma_M \rightarrow 0$, 即要求导弹速度矢量方向逐渐与视线重合并对准目标, 可保证弹道收敛。对于运动目标, 则需要导弹与目标的相对速度矢量与视线逐渐重合并对准目标, 即需使 $\sigma_R \rightarrow 0$, 方可保证弹道收敛。

2.3 目标机动对制导性能的影响

若令 $\mu = 0$, 即不加入进行碰撞角约束, 仅采用所提制导方案(19)中的比例项对拦截高速机动目标时, 制导性能会下降。此外, 利用(7)式第二项对目标机动进行补偿是不充分的。其主要原因在于, (7)式推导时用的是相对速度 V_R , 而实际需用 V_M 替换掉, 会造成较大的偏差。为此, 可在目标机动补偿项前乘以一个补偿系数 λ , 即

$$a_M = \kappa_1 NV_M \dot{\phi} - \lambda \kappa_2 \beta^{-1} a_T \quad (22)$$

式中, a_T 为目标的加速度。

尽管上式用到了目标加速度信息, 但只要要求将目标的机动趋势预测准确(目标加速度的正负号), 而不需要其幅值很精确。

若 $\mu \neq 0$, 即加入碰撞约束。若不采用任何补偿, 制导性能会下降比较剧烈。理想的碰撞角约束形式为 $\Gamma_{imp} = \gamma_{T,f} - \gamma_{M,f}$, 其中 $\gamma_{M,f}$ 可通过加速度指令进行调节, 而 $\gamma_{T,f}$ 为一个不可控的变量。为提升其制导性能就需要进行弹道预示。假设目标做常值机动, 目标的终端飞行轨迹角可描述为

$$\gamma_{T,f} = \gamma_T(t) + \int_t^{t_f} \frac{a_T}{V_T} dt = \gamma_T(t) + \frac{a_T}{V_T} t_{go} \quad (23)$$

式中, $\gamma_T(t)$ 为目标当前时刻 t 的飞行轨迹角。

综上, 考虑目标机动影响后的加速度指令为

$$a_M = \kappa_1 NV_M \dot{\phi} + \kappa_1 \mu V_M \frac{\varepsilon_R}{t_{go}} - \lambda \kappa_2 \beta^{-1} a_T \quad (24)$$

式中, 第一项为自适应调节比例项, 主要用来削减脱靶量; 第二项为碰撞角约束项, 主要用来实现定向打击; 第三项为目标机动信息补偿项, 主要用来提升导弹拦截高速机动目标时的制导性能。

3 制导特性分析

上节主要推导了所提的广义相对偏置比例制导律, 本节主要从制导模式、捕获条件以及奇异特性分析等 3 个方面对该方案的制导特性进行分析。

3.1 制导模式分析

导弹的飞行轨迹方向主要由比例项的导引系数决定。定义有效导引比 $N_e = \kappa_1 N$, 其正负号主要由 κ_1 的分母项决定。当 $1 - \beta \cos(\gamma_T - \gamma_M) = 0$ 时, 该方程对应的解可以表示为

$$\begin{cases} \gamma_{M,1} = \gamma_T - 2\pi + \cos^{-1}(1/\beta) \\ \gamma_{M,2} = \gamma_T - \cos^{-1}(1/\beta) \\ \gamma_{M,3} = \gamma_T + \cos^{-1}(1/\beta) \end{cases} \quad (25)$$

为分析方便, 可根据 $\gamma_{M,1}, \gamma_{M,2}$ 和 $\gamma_{M,3}$, 定义以下几个区间:

$$\left. \begin{aligned} C_{PN} &= \{ \gamma_M : \gamma_{M,1} < \gamma_M < \gamma_{M,2} \} \\ C_{RPN} &= \{ \gamma_M : \gamma_{M,2} < \gamma_M < \gamma_{M,3} \} \\ C &= \{ \gamma_M : \gamma_{M,1} < \gamma_M < \gamma_{M,3} \} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

通过分析, 可得

$$\begin{cases} N_e > 0, & \forall \gamma_M \in C_{PN}; \\ N_e < 0, & \forall \gamma_M \in C_{RPN} \end{cases} \quad (27)$$

通过上式可知,如图 4 所示,当 $\gamma_M \in C_{PN}$ 时,所提制导方案将采用逆轨拦截模式,朝向距离目标初始位置较近的拦截点 P_1 飞行;对于任意 $\gamma_M \in C_{RPN}$ 的情况,所提制导方案将采用顺轨拦截模式,朝向距离目标较远的拦截点 P_2 飞行。

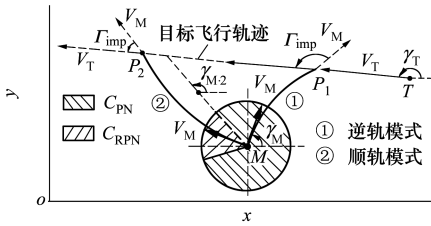


图 4 拦截模式示意图

对于顺轨拦截模式的实现方法,可采用在传统拦截弹的弹身开一个侧窗,加装一个捷联导引头。当拦截导弹采用逆轨方式对目标进行拦截时,可启用头部的导引头对目标实施探测;当拦截导弹采用顺轨方式对目标进行拦截时,可启用侧窗对目标进行跟踪和探测。采用捷联导引头测得视线角,再通过解耦计算及微分滤波即可得到所需要的惯性视线角及惯性视线角速率。

3.2 捕获条件分析

定义 $\bar{u} \triangleq \frac{\dot{R}}{V_M}$ 和 $\bar{v} \triangleq \frac{R\dot{\phi}}{V_M}$ 及 $\sigma_T = \gamma_T - \phi$ 和 $\sigma_M = \gamma_M - \phi$, 则(1)式和(2)式可以简化为

$$\bar{u} = \beta \cos \sigma_T - \cos \sigma_M, \quad \bar{v} = \beta \sin \sigma_T - \sin \sigma_M \quad (28)$$

终端条件需满足 $\dot{R}(t_f) < 0$ 及 $\phi(t_f) = 0$, 即

$$\bar{u}_f = \bar{u}_f(\sigma_f) < 0, \quad \bar{v}_f = \bar{v}_f(\sigma_f) = 0 \quad (29)$$

通过分析(29)式可知,若要拦截到目标,并保证终端状态稳定,视线角 ϕ 需要满足

$$\gamma_T - \pi - \sin^{-1}(\beta^{-1}) < \phi < \gamma_T - \pi + \sin^{-1}(\beta^{-1}) \quad (30)$$

(30)式的意义为,在整个拦截过程中,导弹与目标连线必须位于以目标速度方向为基准,幅度变化为 $\pm \sin^{-1}(\beta^{-1})$ 的区域之内。若视线位于不可拦截区内时,会存在不等式关系 $\phi - \gamma_T \geq -\pi + \sin^{-1}(\beta^{-1})$, 或 $\phi - \gamma_T \leq -\pi - \sin^{-1}(\beta^{-1})$ 。该不等式取等号时会产生奇异(见下节分析),因而不能作为拦截收敛点。当不取等号时,总会有关系 $|V_T \sin(\gamma_T - \phi)| > V_M$ 存在,由(2)式可知,无论

导弹如何机动,都将不会使视线角速率 $\dot{\phi} \rightarrow 0$ 。因而,在拦截高速非机动目标时,当拦截条件不满足(30)式时,不会存在可保证弹道收敛的稳定点存在。

对(7)式两边同时乘以 dt , 整理后可得到

$$\frac{d\gamma_R}{d\gamma_M} = \frac{1}{\kappa_1} = \begin{cases} > 0, & \forall \gamma_M \in C_{PN} \\ = 0, & \text{if } \gamma_M = \gamma_{M,2} \\ < 0, & \forall \gamma_M \in C_{RPN} \end{cases} \quad (31)$$

通过(31)式可知,对于 $\gamma_M \in C$, γ_R 为一凸函数。进而可知,在区间 C 中, γ_R 在 $\gamma_M = \gamma_{M,2}$ 取最大值 $\gamma_{R,max}$, 其具体形式为

$$\gamma_{R,max} = \gamma_T + \arctan(1/\sqrt{\beta^2 - 1}) - \pi \quad (32)$$

当 $\gamma_M \rightarrow \gamma_{M,1}$ 或 $\gamma_M \rightarrow \gamma_{M,3}$ 时, γ_R 在区间 C 的 2 个端点处取最小值 $\gamma_{R,min}$, 其具体形式为

$$\gamma_{R,min} = \gamma_T - \arctan(1/\sqrt{\beta^2 - 1}) - \pi \quad (33)$$

结合(30)式和(32)式可知 $\phi_{max} = \gamma_{R,max}$ 。类似地,可得 $\phi_{min} = \gamma_{R,min}$ 。进而可知,对于本文的研究对象,若要成功拦截高速非机动目标,视线角 ϕ 以及相对飞行轨迹角 γ_R 在制导过程中的变化幅值均需在 ϕ_{min} 和 ϕ_{max} 之间。

通过(30)式也可知,若要使稳定的拦截点存在,需要满足的必要条件为,存在 γ_M 可使以下不等式成立

$$\beta |\sin(\gamma_T - \phi)| < |\sin(\gamma_M - \phi)| \quad (34)$$

同时,结合(34)式可知,速度比 β 至少需要满足 $\beta < |\sin(\gamma_T - \phi)|^{-1}$, 才可能存在稳定的拦截点。因而,通过限定 β 便可限定拦截弹的最小速度。

在本文中,对于初始飞行轨迹角 γ_{M0} , 其取值范围为 $\gamma_{M0} \in [0, \pi]$ 。在同样的相对距离条件下,逆轨拦截的相对速度大于顺轨拦截,且由(26)式可知逆轨拦截飞行轨迹角可变化范围(由 0 到 $\gamma_{M,2}$) 远大于顺轨拦截飞行轨迹角可变化范围(由 $\gamma_{M,2} \sim \pi$)。综上分析,导弹需用过载最大值会在逆轨拦截时出现。

导弹在拦截过程中理论上的最短时间 Δt_{min} 为

$$\Delta t_{min} = \frac{R_0}{V_M + V_T} \quad (35)$$

式中, R_0 为导弹与目标之间相对距离的初始值。

假设视线角 ϕ 在拦截过程中始终满足(34)式,即从几何关系上存在使弹道收敛的稳定点。进而,飞行轨迹角 γ_M 在拦截过程中的最大变化幅度为

$\Delta\gamma_{Mmax} = \gamma_{M,2}$ 。结合(35)式,则最大需用加速度幅值可近似写为

$$a_{Mmax} = \frac{\Delta\gamma_{Mmax}}{\Delta t_{min}} = \frac{\gamma_{M,2}}{R_0}(V_M + V_T) \quad (36)$$

在前文已经分析,欲使弹道收敛,需要满足 $\sigma_R \rightarrow 0$,即使 $\gamma_R = \phi$ 。因而,当初始相对飞行轨迹角 $\gamma_{R0} \approx \phi_0$ 时,所对应的初始飞行轨迹角 γ_{M0} 会使导弹在拦截过程中的需要过载接近最小。

3.3 奇异性分析

根据几何关系可知,近拦截点 P_1 和远拦截点 P_2 可分别通过以下公式给出

$$\gamma_{M,N} = \gamma_{R,f} + \sin^{-1}[\beta \sin(\gamma_T - \gamma_{R,f})] \quad (37)$$

$$\gamma_{M,F} = \gamma_{R,f} + \pi - \sin^{-1}[\beta \sin(\gamma_T - \gamma_{R,f})]$$

通过分析(37)式可知,在不考虑目标机动时,若碰撞角约束及速度比给定,则 $\gamma_{M,N}$ 和 $\gamma_{M,F}$ 为一对确定的值,并分布在奇异点 $\gamma_{M,2}$ 的两侧。因而,当存在2个拦截点时,总有关系 $\gamma_{M,N} < \gamma_{M,F}$ 存在。

为分析方便, $\gamma_{M,N}$ 可将 C_{PN} 划分为2个子区间 C_{P1} 和 C_{P2} ,可分别表示为

$$C_{P1} = \{\gamma_M : \gamma_{M,1} < \gamma_M < \gamma_{M,N}\} \quad (38)$$

$$C_{P2} = \{\gamma_M : \gamma_{M,N} \leq \gamma_M < \gamma_{M,2}\} \quad (39)$$

类似地, $\gamma_{M,F}$ 可将 C_{RPN} 划分为2个子区间 C_{R1} 和 C_{R2} ,可分别表示为

$$C_{R1} = \{\gamma_M : \gamma_{M,2} < \gamma_M < \gamma_{M,F}\} \quad (40)$$

$$C_{R2} = \{\gamma_M : \gamma_{M,F} \leq \gamma_M < \gamma_{M,3}\} \quad (41)$$

图5给出了相对飞行轨迹角 γ_R 随飞行轨迹角 γ_M 在区间 C 的变化曲线示意图。

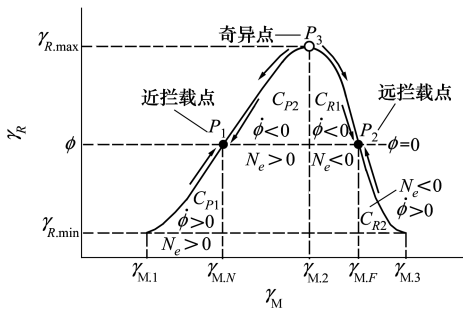


图5 拦截点收敛特性分析

从图中可以看出 γ_R 与 γ_M 之间的具体关系为

$$\gamma_R \begin{cases} > \phi, \forall \gamma_M \in C_{P2} \cup C_{R1} \\ = \phi, \text{ if } \gamma_M \in \{\gamma_{M,N}, \gamma_{M,F}\} \\ < \phi, \forall \gamma_M \in C_{P1} \cup C_{R2} \end{cases} \quad (42)$$

通过相对关系,可知(2)式可以表示为

$$r\dot{\phi} = -V_R \sin(\gamma_R - \phi) \quad (43)$$

结合(42)式和(43)式,可知 $\dot{\phi}$ 与 γ_M 之间的具体关系为

$$\dot{\phi} \begin{cases} < 0, \forall \gamma_M \in C_{P2} \cup C_{R1} \\ = 0, \text{ if } \gamma_M \in \{\gamma_{M,N}, \gamma_{M,F}\} \\ > 0, \forall \gamma_M \in C_{P1} \cup C_{R2} \end{cases} \quad (44)$$

从图5中可以看出,当 $\gamma_M \in C_{P1}$ 时,有关系 $\dot{\phi} > 0$ 且 $N_e > 0$,此时 $\gamma_M \rightarrow \gamma_{M,N}$;当 $\gamma_M \in C_{P2}$ 时,有 $\dot{\phi} < 0$ 且 $N_e > 0$,此时依然有 $\gamma_M \rightarrow \gamma_{M,N}$ 。因而,若要成功的捕获目标,总会有当 $\gamma_M \in C_{PN}$ 时, $\gamma_M \rightarrow \gamma_{M,N}$ 。类似地,当 $\gamma_M \in C_{RPN}$ 时,总有 $\gamma_M \rightarrow \gamma_{M,F}$ 。可见, P_1 和 P_2 是2个收敛点。此外还可以分析得出,当 $\gamma_M \in C_{P2}$ 时,有 $\dot{\phi} < 0$ 且 $N_e > 0$,此时 γ_M 会远离 $\gamma_{M,2}$;当 $\gamma_M \in C_{R1}$ 时, $\dot{\phi} < 0$ 且 $N_e < 0$,会有 γ_M 将远离 $\gamma_{M,2}$ 。因而当不进行碰撞角约束时,所提制导方案将不会产生奇异。

当加入碰撞角约束时,为避免奇异及保证制导任务的完成,若已知 Γ_{imp} ,则可得到 $\gamma_{M,f}$: 1) 当 $\gamma_{M,f} \in C_{PN}$ 时,需选择逆轨模式; 2) 当 $\gamma_{M,f} \in C_{RPN}$ 时,则需选择顺轨模式。

4 仿真校验

本节将对所提制导方案进行仿真校验,具体条件为:导弹的初始位置被取为坐标系原点;导弹与目标的速度 V_M 和 V_T 分别为1 200 m/s和2 400 m/s;初始距离 R 为20 km;目标的初始位置可由相对距离 R 和视线角 ϕ 确定。假设目标从右向左水平飞行过来,导弹的最大过载为50g。

4.1 不考虑角度约束时的情况

图6给出了初始视线角为 $\phi_0 = 10^\circ$,目标分别做加速度为 $a_T = \pm 5g$ 的机动,导弹初始飞行轨迹角 γ_{M0} 分别取 60° 及 150° 时,所提制导方案与文献[3]中的比例及反比例导引($N = 6$)方法的对比结果。可以看出,采用比例及反比例导引方法,导弹均不能在末制导中前期充分利用自身的机动能力,致使其在制导中后期需用过载急剧增加。在实际条件下,这种情况对制导极为不利的,极易造成导弹脱靶。相比之下,本文所提制导方案在初始阶段可充分利用导弹的机动能力,以减轻在末制导中后期的制导压力,保证导弹能够具有较好的加速度收敛性能。

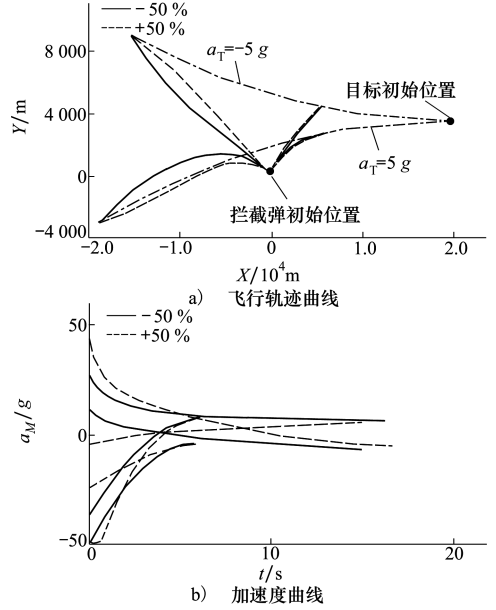
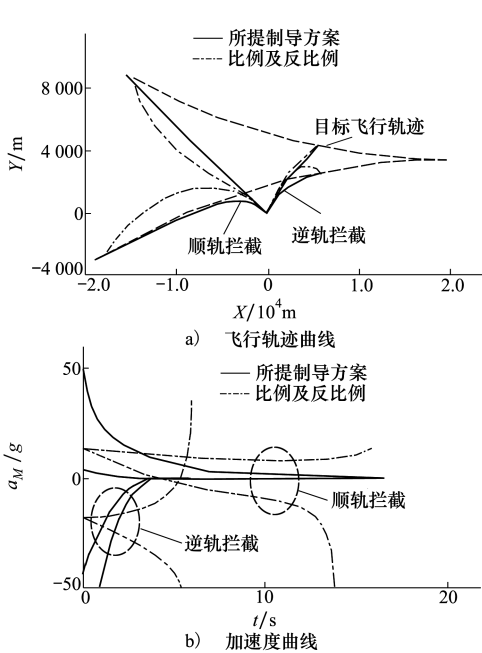


图 7 加速度信息存在误差时制导性能结果

图 6 所提制导方案与比例及反比例方法对比结果

图 7 给出了初始视线角 $\phi_0 = 10^\circ$, 目标分别做加速度为 $a_T = \pm 5g$ 的机动, 对目标加速度估计误差幅度在 $\pm 50\%$ 时的仿真结果。通过图 7a) 可以看出, 当对目标加速度信息估计误差减小或增加 50%, 对于以上 8 种情况, 导弹依然能够成功拦截到目标。从图 7b) 可以看出, 在进行机动信息补偿后, 虽然对目标加速度信息的估计存在较大幅度的误差, 但依然可以使导弹加速度曲线具有较好的收敛特性。相比于目标加速度信息比较精确时的情况, 当目标信息估计不精确时, 导弹加速度较难收敛到 0。

4.2 考虑角度约束时的情况

图 8 给出了所提制导方案分别采用逆轨及顺轨

模式对高速非机动目标进行拦截时的仿真结果。此时取初始视线角 ϕ_0 取为 20° , 奇异点所对应的约束角为 60° 。为了评估制导性能并避免制导指令奇异, 当碰撞角约束 Γ_{imp} 分别取为 $80^\circ, 100^\circ, 120^\circ, 140^\circ$ 及 160° , 所对应的 $\gamma_{M,J}$ 分别为 $100^\circ, 80^\circ, 60^\circ, 40^\circ$ 及 20° , 满足 $\gamma_{M,J} \in C_{PN}$, 从图 8a) 可以看出, 导弹均以迎击的方式成功拦截到目标。当 $\Gamma_{imp} = 20^\circ$ 和 40° 时, 所对应的 $\gamma_{M,J} \in C_{RPN}$ 分别为 160° 和 140° , 满足 γ , 可以看出导弹均以前向追击的方式成功拦截到目标。从图 8b) 可以看出, 对于仿真中的各种情况, 该制导律均可保证导弹加速度收敛到 0 附近。从图 8c) 可以看出, 对于所要求的碰撞角约束, 所提制导方案均可较高精度的实现。

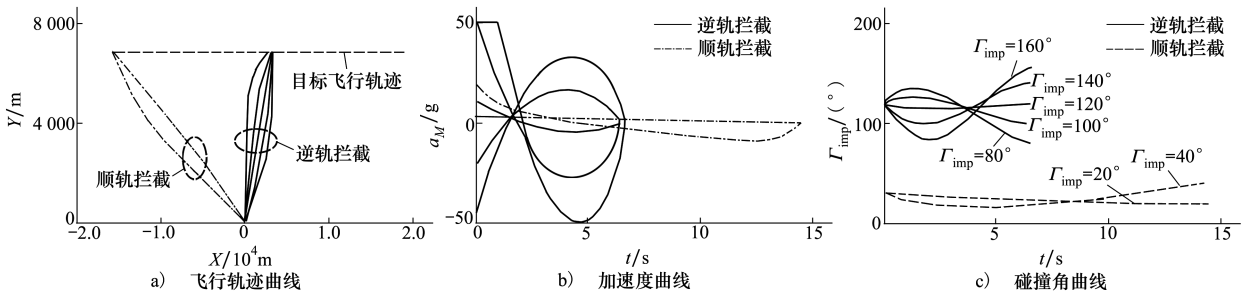


图 8 目标非机动时碰撞角约束结果

图 9 给出了目标加速度为 $a_T = \pm 2g$, 初始视线角 $\phi_0 = 15^\circ$, 碰撞角约束 Γ_{imp} 分别为 30° 和 150° 时,

所提制导方案拦截高速机动目标时的仿真结果。可以看出, 对于以上 4 种情况, 导弹均能成功拦截到目

标,加速度曲线依然呈收敛趋势但并未收敛到0,碰撞角约束均控制在 1° 以内。

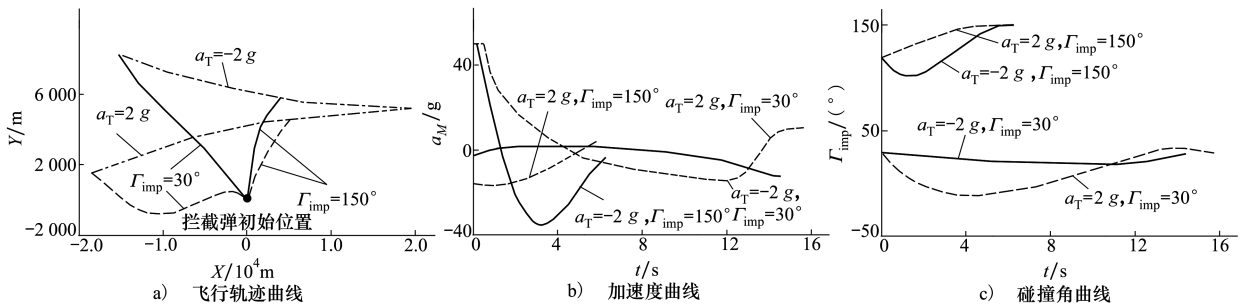


图9 目标机动时碰撞角约束结果

5 结论

为解决拦截高速运动目标的问题,本文提出了一种广义相对偏置比例制导律。该制导方案主要由比例指令项、碰撞角控制项及目标机动补偿项等3部分组成。比例指令项采用时变导引系数,可使所提制导方案综合比例及反比例2种导引方法的优点,使其相对于经典的比例导引法具有更大的捕获

域及更加有效的机动利用能力。碰撞角控制项主要通过控制相对飞行轨迹角间接地实现对约束角的控制,使其具有较强的碰撞角约束能力。目标机动补偿项通过在制导指令中对目标机动信息进行补偿,可使所提制导方案在针对机动目标时也具有较好的机动利用及碰撞角约束能力。由于该方案要用到目标运动特征信息,未来将结合弹道预示对该制导方案做进一步的优化设计。

参考文献:

- [1] TYAN F. Capture Region of a 3D PPN Guidance Law for Intercepting High-Speed Targets[J]. Asian Journal of Control, 2012, 14(5): 1215-1226
- [2] GOLAN O M, SHIMA T. Head Pursuit Guidance[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2007, 30(5): 1437-1444
- [3] PRASANNA H M, GHOSE D. Retro-Proportional-Navigation: a New Guidance Law for Interception of High-Speed Targets[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2012, 35(2): 377-386
- [4] GHOSH S, GHOSE D, RAHA S. Capturability Analysis of a 3-D Retro-PN Guidance Law for Higher Speed Nonmaneuvering Targets[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2014, 22(5): 1864-1874
- [5] 赵继广, 闫梁, 李轶, 等. 顺/逆轨拦截高速目标制导律性能对比研究[J]. 装备学院学报, 2014, 26(2): 68-73
ZHAO Jiguang, YAN Liang, LI Yuan, et al. A Comparative Study of Head-Pursuit or Head-on Engagement Guidance Law against High-Speed Target[J]. Journal of Equipment Academy, 2014, 26(2): 68-73 (in Chinese)
- [6] MONDAL S, PADHI R. Angle-Constrained Terminal Guidance Using Quasi-Spectral Model Predictive Static Programming[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2018, 41(3): 779-787
- [7] 刁兆师, 单家元. 带末端攻击角约束连续有限时间稳定制导律[J]. 宇航学报, 2014, 35(10): 1141-1149
DIAO Zhaoshi, SHAN Jiayuan. Continuous Finite Time Stabilization Guidance Law for Terminal Impact Angle Constrained Flight Trajectory[J]. Journal of Astronautics, 2014, 35(10): 1141-1149 (in Chinese)
- [8] Zhang Y A, Ma G X, Liu A L. Guidance Law with Impact Time and Impact Angle Constraints[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2013, 26(4): 960-966
- [9] RATNOO A, GHOSE D. Impact Angle Constrained Interception of Stationary Targets[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2008, 31(6): 1816-1821
- [10] 黄洁, 张友安, 刘永新. 一种有撞击角和视场角约束的运动目标的偏置比例导引算法. 宇航学报, 2016, 37(2): 195-202
HUANG Jie, ZHANG Youan, LIU Yongxin. A Biased Proportional Guidance Algorithm for Moving Target with Impact Angle and Field-of-View Constraints[J]. Journal of Astronautics, 2016, 37(2): 195-202 (in Chinese)

- [11] 顾家立, 陈万春. 一种带导引头视角和落角约束的导引方法[J]. 宇航学报, 2013, 34(6): 782-787
GU Jiali, CHEN Wanchun. Homing Guidance with Look Angle and Impact Angle Constraints[J]. Journal of Astronautics, 2013, 34(6): 782-787 (in Chinese)
- [12] 闫梁, 赵继广, 李轶. 带约束碰撞角的顺/逆轨制导律设计[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(5): 857-863
YAN Liang, ZHAO Jiguang, LI Yuan. Guidance Law with Angular Constraints for Head-Pursuit or Head-on Engagement[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(5): 857-863 (in Chinese)
- [13] 李轶, 赵继广, 闫梁, 等. 拦截高速机动目标偏置比例制导律研究[J]. 装备学院学报, 2015, 26(5): 71-76
LI Yuan, ZHAO Jiguang, YAN Liang, et al. Biased Proportional Navigation Guidance Law for Maneuvering Targets Interception with Interception with Angular Constraints[J]. Journal of Equipment Academy, 2015, 26(5): 71-76 (in Chinese)
- [14] ERER K S, ZGREN M K. Control of Impact Angle Using Biased Proportional Navigation[C]//AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Boston, MA, 2013
- [15] LEE C H, KIM T H, TAHK M J. Interception Angle Control Guidance Using Proportional Navigation with Error Feedback[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2013, 36(5): 1556-1561

Intercepting Higher-Speed Targets Using Generalized Relative Biased Proportional Navigation

WANG Ronggang^{1,2}, TANG Shuo^{1,2}

(1.School of Astronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;
2.Shaanxi Key Laboratory of Aerospace Flight Vehicle Technology, Xi'an 710072, China)

Abstract: To intercept a higher-speed target in the terminal guidance phase, this paper proposes a generalized relative biased proportional navigation (BPN) law. In order to enlarge the capture domain of the classical proportional navigation (PN) law and make full use of the maneuverability of a missile, the paper designs time-varying navigation coefficients; thus the modified PN guidance law integrates the advantages of the PN guidance law with those of the retro-PN guidance law. In order to intercept high-speed targets with impact angle constraints, the relative BPN law is introduced, and the impact angle is achieved by controlling the relative flight-path angle. In order to improve the performance of the guidance law for intercepting higher-speed maneuvering targets, some compensation measures are designed for guidance commands. Extensive simulations are conducted to verify the design features of the proportional navigation law.

Keywords: terminal guidance; higher-speed target; impact angle constraint; relative biased proportional navigation