

LT 码的度分布优化研究

刘亚琛^{1,2}, 汪鹏程², 田德红³, 孙海信¹, 齐洁², 宋睿平¹

(1. 厦门大学 信息学院, 福建 厦门 361005;
2. 厦门大学 电子科学与技术学院, 福建 厦门 361005;
3. 东南大学 经济管理学院, 江苏 南京 211189)

摘要: LT 码作为一种对信道具有良好适应性的信道编码方案, 已在水声通信中实现了稳定的数据传输。在译码开销较大的情况下, LT 码可以达到理想误码率, 但当编码数据长度较短时, 其编译码性能并不理想。为改善 LT 码在编码数据长度较短时的性能, 基于水声 OFDM 通信系统进行 LT 码的研究, 以最低误码率和最小平均度值为优化目标, 提出了一种度分布优化设计方法。仿真和海试试验结果表明: 在相同的误码率下, 该方法能优化系统, 减小 7%~22% 不等的译码开销, 降低编译码的复杂度。

关键词: LT 码; 正交频分复用; 水声通信; 度分布

中图分类号: TN929.3

文献标志码: A

文章编号: 1000-2758(2020)03-0627-07

水声信道由于多径效应、多普勒效应和脉冲干扰的存在, 具有很高的时变性。传统纠错码码率固定, 必须根据信道状态信息选择合适的码率进行编码, 对信道条件的适应性弱。而数字喷泉码^[1-4]可以产生无限长的编码数据, 接收端可以不断接收编码数据来译码, 直到恢复出原始信息, 因此喷泉码对复杂的水声信道具有很好的适应性。Luby^[2]设计出了第一种实用的喷泉码——LT 码, 并给出了 LT 码的编译码算法及其采用的度分布。LT 码通常在译码开销(接收的编码数据包个数与原始数据包个数的比值)相当大的情况下才能达到理想的误码率, 当编码数据长度较短时, 其编译码性能并不理想。改善喷泉码的编译码性能可以通过优化编码度分布函数来实现, 针对 LT 码的度分布函数优化问题与其在水声信道中的应用, 国内外诸多学者在这方面做了大量研究工作。

Maneva 等^[5]提出了一种由度分布求解译码成功率的迭代计算方法, 以最低误码率为目标优化度分布函数, 该方法复杂度高, 只在码长很短的情况下适用。Luby^[2]用可译集大小替代误码率作为优化

目标, 虽然计算复杂度低, 但是得到的只是次优解。Hayajneh 等^[6]提出了一种低复杂度的度分布设计方法, 不过要求度分布偏离泊松分布, 存在无有效解的弊端。牛芳琳等^[7]提出了一种基于部分信息 LT 码度分布设计方法, 该方法只适用于已知部分信息的 LT 码中。马俊峰^[8]提出了一种基于喷泉码的水声通信系统, 研究了基于不同数字喷泉码的 OFDM 系统在水声信道中的传输性能, 但未对度分布进行优化。

本文将 LT 码应用于水声 OFDM 通信系统^[9-11]中, 由于 LT 码存在只有在长编码数据下才能达到理想性能的缺陷, 在水声 OFDM 应用时存在较大的局限性, 因此提出了一种度分布优化设计方法, 利用度分布与误码率和编码平均度数的关系, 使得 LT 码的译码开销实现显著下降, 以最低误码率和最低平均度数为优化目标, 大大降低其局限性, 优化算法采用一种改进的差分进化算法^[12]。仿真和海试试验结果表明: 本文提出的优化方法能降低系统的编码数据, 获得更低的误码率, 具有更低的编码平均度值, 降低了编译码复杂度。

收稿日期: 2019-01-05

基金项目: 国家自然科学基金(61671394)资助

作者简介: 刘亚琛(1996—), 厦门大学博士研究生, 主要从事水声通信及大数据技术研究。

通信作者: 齐洁(1974—), 女, 厦门大学助理教授, 主要从事水声通信及水下微弱信号检测研究。E-mail: qijie@xmu.edu.cn

1 LT 码的基本概念

LT 码的每个编码数据包都是由随机选取的若干个原始数据包进行异或运算得到的,参与异或运算的原始数据包个数定义为该编码数据的度值,记为 d 。每个编码数据包的度值 d 是根据度分布函数 $\rho(d)$ 随机确定的。 $\rho(d)$ 决定了每一种度值 d 被选取的概率。

LT 码的译码一般采用被称为置信传播 (belief propagation, BP) 的迭代算法来处理^[1],在每次循环过程中,首先搜索度为 1 的编码数据包,恢复出对应的原始数据,接着调整其余编码数据包的度值,如此循环往复直至不存在度为 1 的编码数据包,若仍有原始数据未恢复,则继续接收更多的编码数据包,直至恢复出所有的原始数据。

度分布在喷泉码中是一个至关重要的概念,它直接影响着编译码效果,包括编译码复杂度和译码成功率。一般对于性能优良的度分布的要求是,一方面保证足够高的译码成功率,即尽量低的误码率,另一方面具有尽量小的编码平均度数,使编译码复杂度尽可能低。

传统的度分布有鲁棒孤子分布 (RSD) 与理想孤子分布 (ISD)。当采用 ISD 时,由于度分布映射的随机性,会有度 1 编码分布缺失导致译码中断的现象发生。而 RSD 可以克服度分布映射中的随机性,其提高了大度值编码分组的出现概率,但小度值编码分组的出现概率很小,导致在码长较短时其编码性能不理想。一种较常用的喷泉码的度分布由 Shokrollahi^[3] 通过对喷泉码累计错误概率进行分析,以保持可译集大小为目标而设计的度分布,如(1)式所示。式中每一项 x 的幂数表示度值,系数表示该度值被选取的概率。

$$\begin{aligned} \rho = & 0.007\ 969x^1 + 0.493\ 57x^2 + 0.166\ 22x^3 + \\ & 0.072\ 646x^4 + 0.082\ 558x^5 + 0.056\ 058x^8 + \\ & 0.037\ 299x^9 + 0.055\ 59x^{19} + 0.025\ 023x^{65} + \\ & 0.003\ 135x^{66} \end{aligned} \quad (1)$$

将 LT 码应用于水声 OFDM 通信系统中,LT 码根据(1)式所示的度分布进行编码,对不同信噪比下 LT 码的编译码性能进行仿真,结果如图 1 所示。

图 1 中横坐标表示译码开销,纵坐标为误码率。从图中可以看出,不同信噪比下,随着译码开销的增

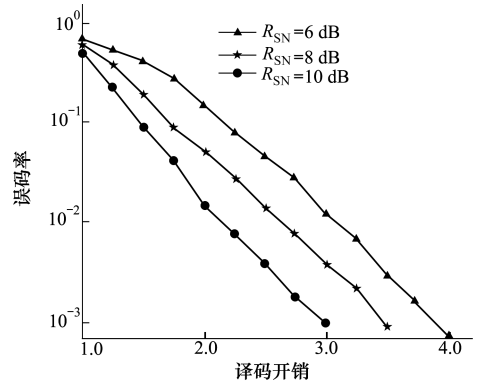


图 1 LT 码在水声 OFDM 系统中的性能仿真

加,系统的误码率逐渐降低,最终都能达到 10^{-3} 量级,说明 LT 码在水声信道中能够表现出优良的性能。不过只有当接收端接收到的编码数据量超过原始数据量接近 3 倍时,系统的误码率才能达到 10^{-3} 级别,当信噪比较低时,所需的译码开销更大。这说明了 LT 码是以大量的数据冗余来换取通信的可靠性的,其往往在码长较长的情况下才能表现出优越的性能,这一方面增加了系统的数据存储负担,另一方面降低了通信的实时性。因此本文将通过对度分布的优化设计,使 LT 码能以更低的译码开销和编译码复杂度来获得理想的误码率。

2 度分布优化方法

以最低误码率和最小平均度数为优化目标,首先需建立度分布与误码率、度分布与编码平均度数的数学关系。

设对 k 个原始符号进行编码,采用的度分布为

$$\rho(d) = \sum_{d=1}^k \rho_d x^d \quad (2)$$

式中, ρ_d 表示度值 d 被选取的概率,也即度为 d 的编码数据包在所有编码数据包中所占的比例, ρ_d 满足约束条件 $\sum_{d=1}^k \rho_d = 1$ 。

已知编码的度分布,可以通过一系列递推公式计算误码率,这里引入可译集大小作为中间量。

可译集的定义^[2]为:在第 i 次译码循环中,能够被恢复的原始数据包,即度为 1 的编码数据包所组成的集合被称为可译集,记为 S_i ,可译集大小就表示该集合中的元素个数,记为 $|S_i|$, $|S_i| > 0$ 。误码率 e 与 $|S_i|$ 之间的关系可以由(3)式确定

$$e = \frac{k - \sum_i |S_i|}{k} \quad (3)$$

初始时的可译集大小 $|S_1|$ 可以表示为

$$|S_1| = k \times \left[1 - \left(1 - \frac{1}{k} \right)^{n \cdot \rho_1} \right] \quad (4)$$

$n \cdot \rho_1$ 为初始时度为 1 的编码数据包个数, n 为编码数据长度。另外

$$n_{1,d} = n \cdot \rho_d \quad (5)$$

$n_{1,d}$ 表示初始时刻度为 d 的编码符号的数量。

类似的,任意一次译码循环过程中可译集大小 $|S_i|$ 可以表示为

$$|S_i| = k_i \times \left[1 - \left(1 - \frac{1}{k_i} \right)^{n_{i,1}} \right] \quad (6)$$

式中: k_i 表示第 i 次译码循环时未被恢复的原始数据包的个数; $n_{i,1}$ 表示第 i 次译码循环时度值为 1 的编码数据包的个数。

定义在第 i 次译码循环中,度为 t 的编码数据包的度值变为 d 的概率为 $P_i(t, d)$, 有

$$P_i(t, d) = \frac{\binom{|S_i|}{t-d} \binom{k_i - |S_i|}{d}}{\binom{k_i}{t}} \quad (7)$$

则第 $i + 1$ 次译码时,度为 d 的编码数据包的数量为

$$n_{i+1,d} = \sum_{t=d} n_{i,t} \times P_i(t, d) \quad (8)$$

(3) ~ (8) 式给出了由度分布求误码率的递推公式,定义其函数关系为

$$e = f_1(\rho_d) \quad (9)$$

当给定(2)式所示的度分布时,编码平均度数可以通过(10)式计算

$$f_2(\rho_d) = \sum_{d=1}^k d \cdot \rho_d \quad (10)$$

编码平均度数与 LT 码的编译码复杂度密切相关,平均度数越低,编译码复杂度越低。

将(9) ~ (10) 式作为优化目标函数,即以最低误码率和最小平均度数为优化目标,则可以将度分布的优化问题定义为如(11)式所示的约束多目标优化问题

$$\begin{aligned} \min_{\rho_d \in \Omega} F(\rho_d) &= [f_1(\rho_d), f_2(\rho_d)] \\ \text{s.t. } H(\rho_d) &= \sum_{d=1}^k \rho_d = 1 \end{aligned} \quad (11)$$

$\rho_d = [\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_k], \Omega$ 为其搜索空间, $\Omega \in [0, 1]$ 。

3 优化结果仿真分析

采用一种基于混合差分进化和 alpha 约束支配处理的优化算法对(11)式定义的优化问题进行求解,优化对象为(1)式所示的度分布函数,得到优化解如(12)式所示。相比于(1)式,(12)式中各项系数得到了优化,即优化了各种度值被选取的概率。

$$\begin{aligned} g \rho &= 0.026 6x^1 + 0.502 1x^2 + 0.080 5x^3 + \\ &0.138 8x^4 + 0.084 7x^5 + 0.046 0x^8 + \\ &0.064 4x^9 + 0.032 6x^{19} + 0.020 5x^{65} + \\ &0.003 8x^{66} \end{aligned} \quad (12)$$

(12)式所示度分布的平均度数为 $\alpha = 5.40$, 相比于(1)式所示度分布的平均度数 $\alpha = 5.78$, 平均度值得到了降低,因而可以节省编译码计算量。

在水声 OFDM 通信系统中,分别根据(1)式和(12)式所示的度分布函数来构造 LT 编码数据,采用 LT 码进行数据传输,为了体现在不同条件下该度分布优化的效果,仿真在 2 组不同系统参数下进行,如下所示。

1) 仿真场景 1

该仿真场景下仿真条件同表 1。

表 1 水声 OFDM 仿真系统参数

参数	数值	参数	数值
目标误码率	5×10^{-4}	采样率/kHz	60
数据长度	5 000	信噪比/dB	10
基带带宽/kHz	6	循环前缀数	128
载波频率/kHz	15	子载波间隔/Hz	46.875
OFDM 子载波数	32	水声信道多径数	10

环境噪声采用高斯白噪声,不考虑多普勒效应的影响。度分布优化前后的 LT 码在系统中的误码率性能如图 2 所示。

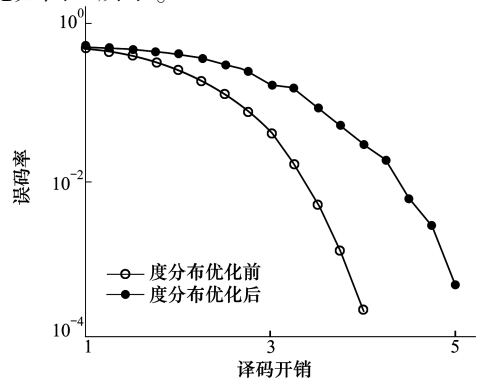


图 2 无多普勒效应下改进度分布前后误码率仿真值对比

从图 2 中可以看出,对度分布进行优化后,系统的误码率性能得到了显著改善。在不同的译码开销下,度分布优化后 LT 码的误码率都明显低于优化前,达到目标误码率时,度分布优化前 LT 码所花的译码开销为 3.9,度分布优化后所需译码开销为 5,译码开销节省了 22.0%,因此对度分布的优化达到了使 LT 码以更小的译码开销获得更低误码率的目的。

在仿真条件同表 1 的情况下,考虑多普勒效应的影响,假设收发机之间相对运动速度为 3 m/s,即多普勒因子设为 0.02。在新的信道条件下对度分布优化前后 LT 码在系统中的误码率性能进行仿真,结果如图 3 所示。

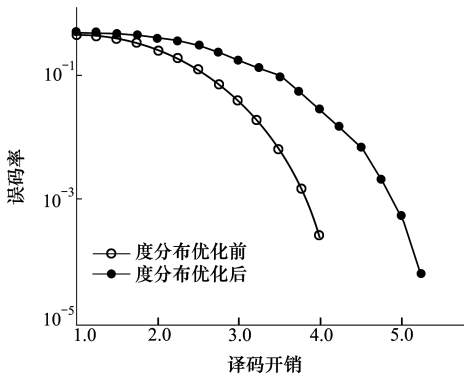


图 3 含多普勒效应下改进度分布前后误码率仿真对比

由图 2 和图 3 可知,考虑多普勒效应的影响后,接收端通过接收更多的编码数据同样可以达到理想的误码率。在该仿真条件下,度分布优化后 LT 码的误码率相比于优化前同样有明显降低。度分布优化前,LT 码达到目标误码率时所花译码开销为 5.1,度分布优化后所花译码开销为 4,节省了 21.6%的译码开销,可见优化后度分布的优越性在恶劣的信道条件下同样显著。

2) 仿真场景 2

该仿真条件下仿真条件同表 2。

表 2 水声 OFDM 仿真系统参数

参数	数值	参数	数值
目标误码率	5×10^{-4}	采样率/kHz	80
数据长度	5 000	信噪比/dB	10
基带带宽/kHz	5.12 kHz	循环前缀数	128
载波频率/kHz	20	子载波间隔/Hz	40
OFDM 子载波数	32	水声信道多径数	10

同样的,环境噪声采用高斯白噪声,不考虑多普

勒效应的影响。度分布优化前后的 LT 码在系统中的误码率性能如图 4 所示。

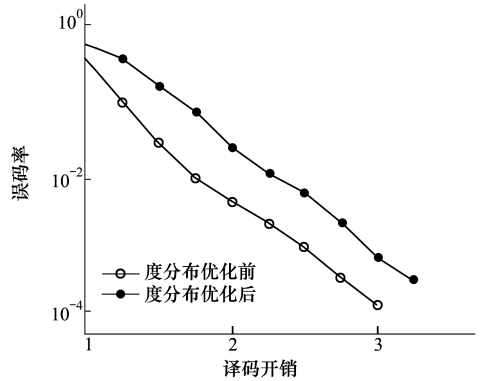


图 4 无多普勒效应下改进度分布前后误码率仿真值对比

从图 4 中同样可以看出,对度分布进行优化后,系统的误码率性能得到了显著的改善。在不同的译码开销下,度分布优化后 LT 码的误码率都明显低于优化前,达到目标误码率时,度分布优化前 LT 码所花的译码开销为 3.25,度分布优化后所需译码开销为 3,译码开销节省了 7.7%,因此对度分布的优化达到了使 LT 码以更小的译码开销获得更低误码率的目的。

在仿真条件同表 2 的情况下,考虑多普勒效应的影响,结果如图 5 所示。

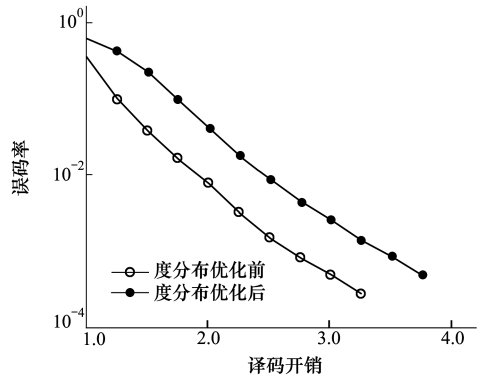


图 5 含多普勒效应下改进度分布前后误码率仿真值对比

由图 4 和图 5 同样可知,考虑多普勒效应的影响后,接收端通过接收更多的编码数据同样可以达到理想的误码率。在该仿真条件下,度分布优化后 LT 码的误码率相比于优化前同样有明显降低,且在译码开销的节省程度上相比于无多普勒效应的情况下更加显著。度分布优化前,LT 码达到目标误码率时所花译码开销为 3.75,度分布优化后所花译码开销为 3.25,节省了 13.3%的译码开销,可见,优化后

度分布的优越性在恶劣的信道条件下更加明显。

4 优化结果试验分析

为了进一步验证所提度分布优化方法的有效性,在厦门大学思源谷水库进行数据收发试验。具体实验条件如下:所使用软件为 LabVIEW2014,2 台笔记本电脑各自控制 1 台声学换能器,分别负责数据的收发。发送数据在发送端电脑生成,在接收端电脑进行处理。具体试验参数如表 3 所示。

表 3 思源谷水库实验参数

参数	数值
换能器深度/m	0.8
收发换能器距离/m	200
发送端载波频率/kHz	15
接收端采样频率/kHz	60
系统带宽/kHz	6

试验具体流程如图 6 所示。

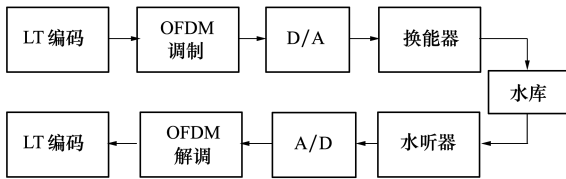


图 6 水库试验过程示意图

思源谷水库的信道环境特点是多径效应较为突出,而湖面平静,噪声干扰较少。试验首先在水库的原始环境,即湖面平静的情况下进行,接着在人为添加噪声干扰的情况下进行,人为加噪通过在水中放置噪声源,发射高斯白噪声来实现。在 2 种条件下分别对度分布优化前后的 LT 编码数据进行收发测试,同样以 5×10^{-4} 作为目标误码率,得到误码率随译码开销的变化曲线分别如图 7 和 8 所示。

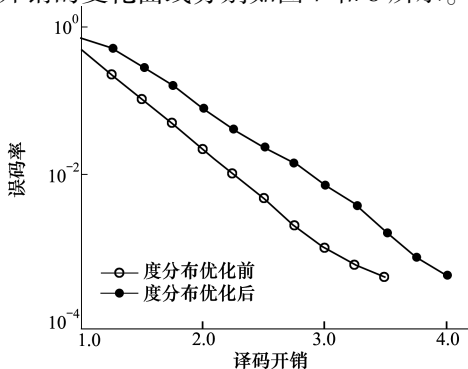


图 7 未加噪情况下改进度分布前后误码率实测值对比

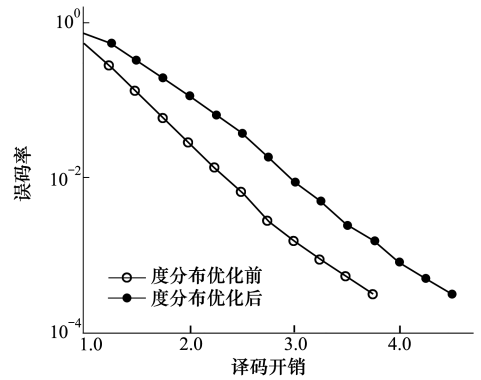


图 8 加噪情况下改进度分布前后误码率实测值对比

从试验结果可以看出,度分布优化后的 LT 码在实际水声信道中能够以同样的译码开销达到比优化前明显更低的误码率,且在信道条件更恶劣的情况下,优化后的度分布节省译码开销的效果更加显著。在没有人为加噪情况下,达到目标误码率时度分布优化前译码开销为 4,优化后译码开销为 3.5,度分布优化后的 LT 码相比优化前节省了 12.5% 的译码开销;在人为加噪条件下,度分布优化前译码开销为 4.5,优化后译码开销为 3.75,度分布优化后的 LT 码以相比于优化前低 16.7% 的译码开销为代价达到了目标误码率。试验结果表明本文所提的度分布优化方法是有效的。

5 结 论

本文基于水声 OFDM 通信系统对 LT 码的优化问题展开了研究。针对 LT 码在编码数据长度较短时编译码效果不理想的问题,提出了一种度分布优化方法,建立度分布和误码率以及编码平均度值的数学关系,以最低误码率和最小平均度值为优化目标,采用一种改进的差分进化算法处理该优化问题。仿真和试验结果表明,本文所提的度分布优化方法使系统在更短的码长下获得了理想误码率,同时降低了编码平均度数,提升了 LT 码的编译码性能。

参考文献:

- [1] BYERS J, LUBY M, MITZENMACHER M, et al. A Digital Fountain Approach to Asynchronous Reliable Multicast[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communication, 2002, 20(8): 1528-1540
- [2] LUBY M. LT Codes[C]//Proceedings of the 43rd Annual IEEE Symposium Foundations of Computer Science, Vancouver, 2002: 271-280
- [3] SHOKROLLAHI A. Raptor Codes[J]. IEEE Trans on Information Theory, 2006, 52(6): 2551-2567
- [4] 赵旦峰, 梁明坤, 段晋珏. 水声网络中喷泉码的应用研究现状与发展前景[J]. 系统工程与电子技术, 2014, 36(9): 1938-1843
ZHAO Danfeng, LIANG Mingshen, DUAN Jinjue. Survey of Fountain Codes in Underwater Acoustic Sensor Network[J]. Systems Engineering and Electronics, 2014, 36(9): 1938-1843 (in Chinese)
- [5] MANEVA E, SHOKROLLAHI A. New Model for Rigorous Analysis of LT Codes[C]//Proceedings of IEEE International Symposium on Information Theory, 2006: 2677-2679
- [6] HAYAJNEH K, YOUSEFI S, VALIPOUR M. Improved Finite Length Luby-Transform Codes in the Binary Erasure Channel[J]. IET Communications, 2015, 9(8): 1122-1130
- [7] 牛芳琳, 李宝明, 陈付亮, 等. 一种改进的基于部分信息喷泉码度分布设计[J]. 电子学报, 2016, 44(2): 295-300
NIU Fanglin, LI Baoming, CHEN Fuliang, et al. The Improved Degree Distribution for Rateless Code under Partial Information [J]. Chinese Journal of Electronics, 2016, 44(2): 295-300 (in Chinese)
- [8] 马骏峰. 基于喷泉码的水声通信系统研究与设计[D]. 南京: 南京理工大学, 2018
MA Junfeng. Research and Design of Underwater Acoustic Communication System Based on Fountain Code[D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2018 (in Chinese)
- [9] 景连友, 何成兵, 黄建国, 等. 正交频分复用循环移位扩频水声通信[J]. 系统工程与电子技术, 2015, 37(1): 185-189
JING Lianyou, HE Chengbing, HUANG Jianguo, et al. OFDM Cyclic Shift Keying Spread Spectrum Underwater Acoustic Communication[J]. Systems Engineering and Electronics, 2015, 37(1): 185-189 (in Chinese)
- [10] 冯成旭, 许江湖, 罗亚松. 消除冗余循环前缀的水声信道 OFDM 频域均衡算法[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2014, 35(4): 483-487
FENG Chengxu, XU Jianghu, LUO Yasong. Frequency-Domain Equalization Algorithm to Eliminate Redundant Circular Prefix for OFDM Underwater Acoustic Communication[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2014, 35(4): 483-487 (in Chinese)
- [11] 王华奎, 孙海信, 蒯小燕, 等. 叠加编码技术在水声 OFDM 通信系统中的应用研究[J]. 声学技术, 2015, 34(6): 501-504
WANG Huakui, SUN Haixin, KUAI Xiaoyan, et al. Applied Research on Superposition Coding Technology in Underwater Acoustic OFDM Communication System[J]. Technical Acoustic, 2015, 34(6): 501-504 (in Chinese)
- [12] 徐斌, 祁荣宾, 钱锋. 基于混合差分进化和 α 约束支配处理的多目标优化算法[J]. 控制理论与应用, 2012, 29(3): 353-360
XU Bin, QI Rongbin, QIAN Feng. Constrained Multi-Objective Optimization with Hybrid Differential Evolution and Alpha Constrained Domination Technique[J]. Control Theory and Applications, 2012, 29(3): 353-360 (in Chinese)

Research on Degree Distribution Optimization of LT Codes

LIU Yachen^{1,2}, WANG Pengcheng², TIAN Dehong³,

SUN Haixin¹, QI Jie², SONG Ruiping¹

(1.School of Informatics, Xiamen University, Xiamen 361005, China;
2.School of Electronic Science and Engineering, Xiamen University, Xiamen 361005, China;
3.Southeast University, School of Economics and Management, Nanjing 211189, China)

Abstract: LT code, as a channel coding scheme with good adaptability to the channel, has a stable performance in data transmission of underwater acoustic communication. In the case of large decoding overhead, the LT code can reach the ideal bit error rate (BER), but when the length of the encoded data is short, its coding and decoding performance is not ideal. LT code was applied to underwater acoustic communication by combining with orthogonal frequency division multiplexing (OFDM), and a LT-OFDM system was constructed. To improve the performance of LT code in the case of short code length, a method for degree distribution optimization was proposed on the objective of minimizing BER and minimizing average coding degree. Simulation and sea trial results show that under the same BER this method can optimize the system, transform 7%–22% conversion, and reduce the complexity of coding and decoding.

Keywords: LT code; orthogonal frequency division multiplexing (OFDM); underwater acoustic communication; degree distribution