改进的引力搜索算法及在面阵综合中的应用

孙翠珍¹, 丁君², 郭陈江²

(1.西安科技大学 通信与信息工程学院, 陕西 西安 710054; 2.西北工业大学 电子信息学院, 陕西 西安 710072)

摘 要:针对引力搜索算法在迭代过程中粒子惯性质量的累积效应造成的引力中和对优化性能的影响问题,提出了一种改进算法:自适应引力搜索算法。设计了一种随迭代次数自适应调整的衰减因子,提高了迭代后期算法的开采能力;在速度的计算过程中加入精英粒子,增强了粒子的记忆能力,算法的探索能力得以提高。将改进算法用于均匀同心圆环阵中,和文献中的算法相比,自适应引力搜索算法优化的主瓣宽度窄了 6.7°、旁瓣电平分别低了 5.1 dB 和 1.8 dB,更接近期望的方向图;平均收敛曲线的结果中,在迭代次数为 2 000 时,算法的适应度值提高了 30%,收敛速度更快,优化精度更高;稀布同心圆环阵列也具有同样的优化效果,证明了所提改进算法在解决面阵方向图综合时的有效性。

关 键 词:引力搜索算法;自适应衰减因子;精英粒子;均匀同心圆环阵;稀布同心圆环阵
中图分类号:TN821+.91 **文献标志码:**A **文章编号:**1000-2758(2020)05-1018-07

阵列的综合问题属于多参数、非线性优化问题,引力搜索算法 (gravitational search algorithm, GSA)^[1-2] 由于具有控制参数少等特点,在众多的优化算法^[1-6]中脱颖而出,在天线设计及综合领域得到了广泛应用。文献[7]使用 GSA 来设计偶极子线性阵,获得了期望的方向图;文献[8]将 GSA 用于直线阵中,有效降低了线阵的旁瓣电平;文献[9]将 GSA 用在同心圆环阵列中,在保持零功率波束宽度 (first null beamwidth, FNBW) 不变的同时,很大程度地降低了阵列的峰值旁瓣电平 (peak sidelobe level, PSLL);文献[10]将一种改进算法用于综合圆形和同心圆环阵列,并且改变阵元个数,用改进算法和 GSA 分别实现阵列的综合,最后利用 t-Test 来分析仿真结果,结果证明了改进算法良好的优化效果。

尽管 GSA 在天线综合中有着成功的应用,但是由于算法的适应度函数对惯性质量具有累积效应,迭代后期,在万有引力的作用下,种群中粒子惯性质量的差距变得越来越小,粒子所受的引力就会被中和,移动到最优位置的速度会大幅下降,从而使得 GSA 不能有效地找到问题的最优解,算法的优化性

能受到很大程度削弱。针对上述问题,文献[11]提出了一种改进算法 (g_{best} -guided gravitational search algorithm, GGSA),在 GSA 中将具有最优适应度值的个体储存起来用于速度的更新,最优个体所带来的“外力”促使粒子更快地朝着最优位置移动,算法在开采阶段的收敛速度得以提高,但是 GGSA 在提高算法开采能力的同时,种群的多样性遭到破坏,算法的探索能力被削弱,针对这个问题,本文定义了“精英粒子”,并在 GGSA 的实现过程中加入了这类粒子的影响,通过设计合理的最优粒子 g_{best} 以及精英粒子 ep 的加权系数可以更好地平衡算法的探索和开采能力;其次,粒子最优位置的产生除了直接受到速度影响外,还间接受到引力的影响,而衰减因子对引力的影响呈指数级,算法不同迭代阶段需要不同大小的衰减因子来平衡其速度和精度,综合考虑上述因素,设计了一种自适应衰减因子。把精英粒子、自适应衰减因子用于 GSA 中,提出了自适应引力搜索算法 (adaptive gravitational search algorithm, AGSA),论文中将 AGSA 和 GGSA^[11]用于圆环阵列的优化过程中,进一步验证了 AGSA 的有效性。

收稿日期:2019-09-20

基金项目:国家自然科学基金青年科学基金(61701392)与陕西省科技厅工业攻关项目(2017GY-073)资助

作者简介:孙翠珍(1981—),女,西安科技大学讲师,主要从事天线算法及微波技术研究。

1 阵列方向图综合

同心圆环阵列中,假设阵元为无方向性天线,则远区辐射场的阵因子^[12]可以表示为

$$F(\theta, \varphi) = \sum_{i=1}^M \sum_{l=1}^{N_i} I_{il} \exp(j\alpha_{il}) \exp(jk\rho_i \sin\theta \cos(\varphi - \varphi_{il})) \quad (1)$$

式中: M 为圆环数目; N_i 是第 i 个圆环上阵元的个数; $I_{il}, \alpha_{il}, \varphi_{il}$ 表示第 i 个圆环上第 l 个阵元的激励幅度、相位以及方位角; ρ_i 表示对应圆环的半径, θ 和 φ 代表子午角和方位角。

1.1 均匀同心圆环阵列适应度函数

阵元均匀分布的同心圆环阵列,以降低方向图的峰值旁瓣电平和零功率波束宽度为优化目标,因此根据优化目标确定的适应度函数可以设置如下

$$f_{\text{fit}} = [\alpha \cdot |L_{\text{MSL}} - L_{\text{ESL}}|^2 + \beta \cdot |A_{\text{FNBW}} - E_{\text{FNBW}}|^2]^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

式中: $L_{\text{MSL}}, L_{\text{ESL}}$ 为实际方向图和期望方向图的最大旁瓣电平; A_{FNBW} 以及 E_{FNBW} 是零功率点波束宽度的实际值以及期望值。 α, β 是加权系数。

1.2 稀布圆环阵列适应度函数

稀布同心圆环阵列的设计过程中,为了减小互耦的影响,要求同一圆环上相邻阵元弧向间距不小于 0.5λ ,对电流激励及阵元位置同时进行优化。以降低 PSLL 和 FNBW 为优化目标,适应度函数设置如下

$$f_{\text{fit}} = [\alpha |L_{\text{MSL}} - L_{\text{ESL}}|^2 + \beta |A_{\text{FNBW}} - E_{\text{FNBW}}|^2 + \gamma |d - d_{\min}|^2]^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

式中: $d, d_{\min}$ 为阵元间距以及最小间距,在优化过程中,如果 $L_{\text{MSL}} < L_{\text{ESL}}, A_{\text{FNBW}} < E_{\text{FNBW}}, d > d_{\min}$, 则(2)式、(3)式对应的加权系数为0。为防止出现适应度函数值等于0的情况,把最小值问题可以转化为(4)式的最大值问题

$$f_{\text{fit}} = \frac{100}{1 + f} \quad (4)$$

2 自适应引力搜索算法

2.1 自适应衰减因子 $\alpha(t)$

本节中设计了一种随迭代次数 t 变化的自适应衰减因子 $\alpha_i(t)$; 定义第 i 个粒子的 $\alpha_i(t)$ 的变化符合

高斯分布,其概率密度分布函数随迭代次数的更新如下式所示

$$P = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(t - u(t))^2}{\sigma^2}\right] \quad (5)$$

$$u(t) = \gamma^2 u(t-1) + (1 - \gamma)^2 (u_m) \quad (6)$$

式中: $\sigma^2, u(t)$ 是 $\alpha_i(t)$ 的方差和均值; 根据 $\alpha_i(t)$ 计算的引力常数 $G(t)$ 要控制在一定的范围内,否则会对算法的探测能力和开采能力的平衡带来很大影响,本文中 $G(t)$ 的范围要满足

$$G_0/12 < G_0 e^{-\alpha(t)/T} < 12G_0 \quad (7)$$

记录满足(7)式的 $u(t)$, 计算其均值 u_m , 再将 u_m 代入(6)式来更新 $u(t)$ 。

2.2 粒子记忆能力增强

GSA 中,第 i 个粒子第 $t+1$ 次迭代时,第 d 维的速度为

$$v_i^d(t+1) = \text{rand}_i \cdot v_i^d(t) + \sum_{j \in k_{\text{best}}, j \neq i}^N \text{rand}_j \cdot$$

$$G(t) \frac{M_j(t)}{R_{ij}(t) + \varepsilon} (x_j^d(t) - x_i^d(t)) \quad (8)$$

文献[11]的 GGSA 算法中,最优粒子 g_{best} 对粒子 i 施加的外力如下

$$gv_i^d(t+1) = \text{rand}_i \cdot (g_{\text{best}} - x_i^d(t)) \quad (9)$$

设 X_i, X_{opt} 是种群中第 t 次迭代时的第 i 个粒子以及最优粒子, D_i 是二者之间的距离。本节中定义满足(10)式的粒子为精英粒子(elite particles, ep)

$$D_i \geq \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N D_i \text{ 且 } \text{fit}_i(t) \geq \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \text{fit}_i(t) \quad (10)$$

为进一步平衡算法搜索解空间探索能力和收敛于最优解的开采能力,规定精英粒子数量 $K_{\text{ep}}(t)$ 随着迭代次数逐步减小: $K_{\text{ep}}(t) = K_{\text{ep}}(t) \cdot \left(1 - \frac{t}{T}\right)$ 。

定义 ep 对粒子 i 施加的外力

$$ev_i^d(t+1) = \sum_{j \in \text{ep}, j \neq i} \text{rand}_j \cdot (\text{ep}_j - x_i^d(t)) \quad (11)$$

将这2类粒子对粒子 i 施加的外力加入 GSA 中,得到增强记忆以后的速度如下式

$$v_i^d(t+1) = \text{rand}_i \cdot v_i^d(t) + a_i^d(t) + c_1 \cdot gv_i^d(t+1) + c_2 \cdot ev_i^d(t+1) \quad (12)$$

c_1 和 c_2 分别是最优粒子和精英粒子对个体 i 施加外力影响的加权系数,如果 $c_1 > c_2$, 则算法的开采能力要占上风,否则探测能力要强于开采能力,因此在算法的不同阶段, c_1 和 c_2 的取值要符合算法的迭代特点,因此本节中对这2个系数定义如下

$$c_1 = 3 \cdot (t/T)^{\frac{1}{3}} \quad c_2 = -3(t/T)^{\frac{1}{3}} + 3 \quad (13)$$

2.3 自适应引力搜索算法实现步骤

将 $\alpha(t)$ 以及重新定义的 $v_i^d(t + 1)$ 用于 GSA 中,得到 AGSA,其实现步骤如下:

- Step1:种群初始化;
 - Step2: 最优粒子 g_{best} 以及精英粒子 ep 的选择;
 - 1) 根据(4)式、(10)式计算 $fit_i(t) (i = 1, 2, \cdots, N)$,从中选择 g_{best} 、ep;
 - 2) 根据式 (13) 计算速度加权系数 c_1, c_2 。
 - Step3: 计算 GSA 中粒子的惯性质量;
 - Step4: 引力及加速度计算;
 - 1) 衰减因子均值 $u(t)$ 初始值设为 15,计算满足式(5)的自适应衰减因子 $\alpha_i(t)$;
 - 2) 利用 $\alpha_i(t)$ 计算引力常数 $G(t)$,更新引力、加速度大小。
 - Step5: 计算 GSA 中的速度和位置。
 - Step6: 均值 u_m 的计算。
- 将满足(7)式的 $u(t)$ 进行保存,根据其均值

u_m ,利用(6)式来更新 $u(t)$ 的值。

Step7: 若满足停止准则,则算法终止,输出最优结果;否则,重复 step2-step6。

注: Step3-Step5 中惯性质量、引力、加速度等的计算在文献[1]中均有具体公式。

3 算法的验证及分析

3.1 测试函数的性能分析

为进一步明确引力常数衰减因子 α 对 GSA 性能的影响,使用 CEC2005 中测试函数^[1] 对算法进行基准测试。 $G_0 = 100, \alpha$ 取 10 ~ 100 时,对算法独立运行 30 次,篇幅的原因,对其中 3 个函数的测试结果进行具体分析。

1) 图 1 是单峰测试函数 F_1 的优化结果,图 1a) 图中,在 $\alpha = 40$ 时,函数的求解精度最高;图 1b) 图中,随着 α 从 10 增加到 100 的过程中,求解精度先提高,后迅速下降。

图 1 测试函数 F_1 的进化曲线

2) 图 2 中是 F_2 的优化结果, α 从 10 增加到 100 的过程中,求解精度先提高,后迅速下降;在 $\alpha = 30$

时,函数的求解精度最高。

图 2 测试函数 F_2 的进化曲线

3) 对于高维度多峰测试函数 F_{10} ,从图 3a) 中可以判断, α 取 40 时优化效果最佳;图 3b) 中, α 从

图 3 测试函数 F_{10} 的进化曲线

10 增加到 40 时,求解精度提高,40 ~ 60 的过程中精度没有明显变化,从 60 增加到 70 的过程中,最优解的精度急剧下降。

综上, α 值的合理增大可以拓宽算法的搜索空间,提高优化性能;但取值过大时,GSA 会迅速收敛到局部解,求解质量下降。由于算法不同迭代阶段对探索能力以及开采能力的要求不同,算法迭代初期,需要强的探索能力来拓展搜索空间以避免陷入局部最优;在迭代后期,算法对开采能力的需求超过探索能力,开采能力越强,算法收敛于最优解的速度就越快。因此,寻找适合算法不同迭代阶段的 α 值至关重要。

算法不同迭代阶段对衰减因子的需求变化符合高斯分布的特点,因此论文中设计了一种满足高斯分布变化的衰减因子,且通过上述不同衰减因子时算法性能的影响分析,以及反复实验确认,论文中的衰减因子在 $[0,40]$ 之间取值,超出这个范围要重新对其进行计算。

3.2 均匀同心圆环阵列天线优化

将 AGSA 和文献 [11] 中的 GGSA 用于天线优化,2 种算法参数设置如表 1 所示。

表 1 GGSA 和 AGSA 控制参数设置

算法	参数设置
GGSA	$G_0 = 100, \alpha = 20, c'_1 = (-2t^3/T^3) + 2, c'_2 = 2t^3/T^3$, 种群规模 50
AGSA	$G_0 = 100, c_1 = 3 \cdot (t/T)^{1/3}, c_2 = -3(t/T)^{1/3} + 3, \sigma^2 = 0.16, \gamma = 0.8, u(0) = 15$, 种群规模 50。

本节的目标是设计一个 37 元均匀分布的同心三圆环阵列,为了减小互耦的影响,同一圆环上相邻阵元、相邻圆环之间的距离均为 0.5λ ;电流幅度和相位作为优化变量。目标中笔状波束的 PSLL 不超过 -30 dB , A_{FNBW} 为 $2 \times 30^\circ$, (2) 式中, $\alpha = 0.6, \beta = 0.4$ 。图 4a) 至 4d) 是 AGSA 的优化结果, PSLL 和 FNBW 均优于 GGSA 算法的结果。

收敛曲线的对比图(见图 4e)) 中, AGSA 的收敛速度一直快于 GGSA, 适应度达到 65 时, 前者只

需要 800 次迭代,后者则要 2 000 次;当迭代次数为 1 400 次时, AGSA 的适应度值稳定在 95, 超过 GGSA 约 30, 说明 AGSA 能以更快的收敛速度获得更小的误差,得到更理想的方向图;图 4f) 是均匀圆环阵的分布图。表 2 中是方向图详细的结果,包括了方向图的主瓣波束宽度和旁瓣电平, AGSA 的优化结果和 GGSA 相比, E 面和 H 面的峰值旁瓣电平分别降低了 5.1 dB 和 1.8 dB, 零功率波束宽度的展宽变窄, 2 种算法的结果相差 6.7°。

表 2 均匀同心圆环优化结果对比

指标	E 面			H 面		
	期望值	GGSA	AGSA	期望值	GGSA	AGSA
Half FNBW/(°)	30	37.5	30.8	30	38.8	32.1
PSLL/dB	-30	-27.6	-32.7	-30	-28.3	-30.1

图 4 2 种算法综合均匀同心圆环阵的结果

3.3 稀布同心圆环阵列优化

设计一个稀布同心圆环阵列。为了减小互耦的影响,要求同一圆环上相邻阵元弧向间距不小于 0.5λ ,阵元个数 $N=37$,相邻圆环之间径向间距 $d=0.65\lambda$;对电流激励及阵元位置同时进行优化。笔状

波束期望 PSLL 不超过 -30 dB ,半波束 FNBW 为 20° 。(3)式中, $\alpha=\gamma=0.4,\beta=0.2$,2 种算法优化的结果如图 5 所示。算法迭代 3 500 次的方向图结果如图 5a 至 5d)所示,AGSA 的优化方向图更接近期望方向图。

图 5 2 种算法综合稀布同心圆环阵列的结果

图 5e) 中,算法迭代约 800 次时,AGSA 和 GGSA 性能相当,随着迭代次数增加,前者的收敛速

度明显快于后者(曲线更陡峭);迭代超过2 000次, AGSA的性能稳定,适应度值达到90以上,而GGSA在优化过程中,经常会陷入局部最优,优化性能不变,且经过3 500次迭代后,其适应度值为70,远小于AGSA,说明和GGSA相比,AGSA在收敛速度和优化准确度方面均有大幅度提高;图5f)是AGSA优化得到的阵列分布图。

4 结 论

针对GSA在迭代后期惯性质量的累积效应对算法性能带来的影响,提出了一种自适应引力搜索算法(AGSA)。首先设计了一种随迭代次数变化,符合高斯分布的自适应衰减因子 $\alpha(t)$,当前迭代时

$\alpha(t)$ 的均值会受之前衰减因子的影响,将 $\alpha(t)$ 用于算法中,提高了算法的收敛速度;同时为了改善文献[11]中GGSA开采能力增强对探索能力的削弱,在速度的变化过程中,增加了精英粒子的影响,加强了种群中粒子对速度的全局记忆能力。为了验证AGSA的性能,将其用于2种不同类型的同心圆环阵列的综合过程中,并且和GGSA的结果进行比较,仿真结果验证了AGSA收敛速度提高的同时,优化精度也比GGSA更高。和GGSA相比,AGSA的计算复杂度有一定程度增加,且考虑到互耦效应,论文中的仿真实验是在阵元间距限定的条件下进行的,因此对于阵元间距要求小的大型面阵天线,要综合评估AGSA的性能和计算复杂度。

参考文献:

- [1] ESMAT R, HOSSEIN N, SAEID S. GSA: a Gravitational Search Algorithm[J]. Information Sciences, 2009, 179(13): 2232-2248
- [2] 孙翠珍, 丁君, 兰建锋, 等. 改进的引力搜索算法用于阵列天线方向图综合[J]. 西北工业大学学报, 2017, 35(5): 780-785
SUN Cuizhen, DING Jun, LAN Jianfeng, et al. Application of the Improved Gravitational Search Algorithm for the Pattern Synthesis of Array Antennas[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2017, 35(5): 780-785 (in Chinese)
- [3] CUI C, LI W T, YE X T, et al. Hybrid Genetic Algorithm and Modified Iterative Fourier Transform Algorithm for Large Thinned Array Synthesis[J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2017, 16: 2150-2154
- [4] GENG S, YANHENG L, HAN L, et al. An Antenna Array Sidelobe Level Reduction Approach through Invasive Weed Optimization[J]. International Journal of Antennas and Propagation, 2018, 2018:1-16
- [5] 刘燕, 焦永昌, 张亚明, 等. 基于分解的多目标入侵杂草算法用于阵列天线方向图综合[J]. 西北工业大学学报, 2014, 32(6): 981-986
LIU Yan, JIAO Yongchang, ZHANG Yaming, et al. Pattern Synthesis of Array Antennas Using Multi-Objection Invasive Weed Optimization Based on Decomposition[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2014, 32(6): 981-986 (in Chinese)
- [6] DAS A, MANDAL D, GHOSH S P, et al. Moth Flame Optimization Based Design of Linear and Circular Antenna Array for Side Lobe Reduction[J]. International Journal of Numerical Modelling: Electronic Networks, Devices and Fields, 2019, 32(1): 1-15
- [7] MOHANTY S K, MANGARAJ B B. An Optimal Design of Super-Directive Dipole Linear Antenna Array Using Gravitational Search Algorithm and Large Perfect Reflecting Surface[J]. Recent Advances in Electrical and Electronic Engineering, 2018, 11(2): 227-238
- [8] SHARMA A, MATHUR S. A Novel Adaptive Beamforming with Reduced Side Lobe Level Using GSA[J]. The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering, 2018, 37(6): 2263-2278
- [9] CHATTERJEE A, MAHANTI G K, PATHAK N N. Gravitational Search Algorithm for Synthesis of Selectively Thinned Concentric Ring Array Antenna with Minimum Sidelobe Level and with Fixed and Variable First Null Beamwidth[J]. International Journal of Microwave and Wireless Technologies, 2015, 7(6): 775-781
- [10] RAM G, MANDAL D, KAR R, et al. Opposition-Based Gravitational Search Algorithm for Synthesis Circular and Concentric Circular Antenna Arrays[J]. Scientia Iranica, 2015, 22(6): 2457-2471

- [11] MIRJALILI S, LEWIS A. Adaptive Gbest-Guided Gravitational Search Algorithm[J]. Neural Computing and Applications, 2015, 25(7/8): 1569-1584
- [12] 薛正辉,李伟明,任武. 阵列天线分析与综合[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2011
XUE Zhenghui, LI Weiming, REN Wu. Array Antenna Analysis and Synthesis[M]. Beijing: Beihang University Press, 2011
(in Chinese)
- [13] ZHANG A, SUN G, REN J, et al. A Dynamic Neighborhood Learning-Based Gravitational Search Algorithm[J]. IEEE Trans on Cybernetics, 2018, 48(1): 436-446

An Improved Gravity Search Algorithm and Its Application in Planar Array Synthesis

SUN Cuizhen¹, DING Jun², GUO Chenjiang²

(1.School of Communication and Information Engineering, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an 710054, China;
2.School of Electronics and Information, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: An improved gravity search algorithm, adaptive gravity search algorithm (AGSA), is proposed to solve the problem that the gravity neutralization caused by the cumulative effect of particle inertia mass at the end of iteration, which will affect the optimization performance. An adaptive decay factor is designed, which can produce different gravitation values at different iteration stages of the algorithm and accelerate the mining ability of the algorithm at the later iteration stage. In order to enhance the memory ability of the algorithm, the influence of elite particles is added to the realization of the speed to expand the exploration ability. The improved algorithm is used to optimize uniform concentric ring array, the main lobe width optimized by the AGSA is 6.7° narrower and the side lobe level is 5.1 dB and 1.8 dB lower than the algorithm in the literature. It is clear that the pattern obtained by AGSA meets the desired pattern very well. Moreover, when the number of iterations is 2 000, the fitness value of the improved algorithm is increased by 30%. It can be seen that AGSA outperforms the algorithm in the literature in evolutionary speed and accuracy. Sparse concentric ring array also has the same optimization results. The effectiveness of the proposed improved algorithm in solving the array pattern synthesis is proved.

Keywords: gravitational search algorithm; adaptive attenuation factor; elite particles; uniform concentric ring array; sparse concentric ring array