2020年10月 第38卷第5期
西北工业大学学报
Journal of Northwestern Polytechnical University
Oct. 2020 Vol.38 No.5

https://doi.org/10.1051/jnwpu/20203851068

属性相关条件下广义 q-ROF TODIM 决策方法

周延年[1], 徐彤[1], 胡滨[2]

(1.空军工程大学 防空反导学院, 陕西 西安 710043; 2.西北工业大学 自动化学院, 陕西 西安 710072)

摘 要:针对属性具有关联性的 q-ROF 模糊多属性决策问题,提出一种属性相关条件下广义 q-ROF TODIM 决策方法。依据广义 TODIM 决策方法,计算每个方案相对于其他方案关于各属性的收益或损失值;采用 Choquet 积分思想集成属性关联情形下方案关于所有属性的收益或损失值,在此基础上,计算每个方案的总体感知优势度,并依据方案的总体感知优势度的大小对方案进行排序。最后,结合实例分析了参数变化对决策结果的影响,验证了方法的可行性和有效性。

关 键 词:q-ROF 集;属性关联;广义 TODIM 方法;Choquet 积分

中图分类号:TP273 **文献标志码**:A **文章编号**:1000-2758(2020)05-1068-06

自 Zadeh[1] 提出模糊集之后,学者们陆续提出了各种类型的模糊集拓展形式[2-4]。例如直觉模糊集[3]、正交模糊集[5]等。随后,Yager[6]又提出了 q-Rung orthopair 模糊集(q-ROF)的概念,q-ROF 比 IFS 与 PFS 有更加广泛且更强表达模糊信息的能力。学者针对基于 q-ROF 的多属性决策问题,提出了许多决策方法[7-14]。例如,但上述决策方法没有考虑决策者的心理行为,影响了决策结果的有效性。经典 TODIM 方法[15]借鉴了前景理论的思想,重点考虑了决策者参照依赖和损失规避行为。随后,在研究实际多属性决策问题过程中,许多学者发展了经典 TODIM 方法[16-18]。其中,Liamazares[19]在分析经典 TODIM 方法的 2 个悖论的基础上,建立了广义的 TODIM 方法。刘熠等[20]将广义 TODIM 应用到 q-ROF,提出一种广义的 q-ROF TODIM 方法。该方法能够有效解决 q-ROF 多属性决策问题,但它仅针对属性相互独立的情形。在实际多属性决策问题中,属性之间存在着相关性。梁霞等[21]和张永政等[22]将经典 TODIM 方法与 Choquet 积分相结合,分别解决了基于模糊数的多属性决策问题和基于犹豫模糊的多属性决策问题。

为了解决属性相关条件下的 q-ROF 多属性决策问题,同时考虑到决策者的心理因素,提出了一种属性相关条件下广义 q-ROF TODIM 决策方法。该方法应用广义 TODIM 方法建立收益损失矩阵,再应用 Choquet 积分思想集成属性关联情形下方案关于所有属性的收益或损失值,最后通过方案的总体感知优势度对方案进行排序。将所提方法应用于投资公司筛选中,并对参数的灵敏度进行分析,试验结果验证了该方法的可行性和稳定性。

1 基本理论

1.1 q-ROF 集

定义 1[6] 设 $\boldsymbol{X}$ 是任意一个非空集合,$\boldsymbol{X}$ 上 q 次 orthopair 模糊集 q-ROF 定义如下

$$p=\{\langle x,(u_p(x),v_p(x))\rangle \mid x\in \boldsymbol{X}\}$$

式中:$u_p(x),v_p(x):x\rightarrow[0,1]$,对任意的 $x\in\boldsymbol{X}$,使得 $u_p^q(x)+v_p^q(x)\leqslant 1(q\geqslant 1)$。$u_p(x),v_p(x)$ 分别是 x 隶属于 $\boldsymbol{X}$ 和非隶属于 $\boldsymbol{X}$ 的程度。为了方便起见,称 $p=(u,v)$ 为 q-ROFN。其犹豫度记为 γ,表达式为 $\gamma=\sqrt[q]{u^q+v^q-u^qv^q}$。

定义 2 设 $p=(u,v)$ 是 q-ROFN,则 p 的记分函数定义为:$S(p)=\dfrac{1}{2}(1+u^q-v^q)$。

定义 3 设 $p=(u,v)$ 是 q-ROFN,则 p 的准确函数定义为:$H(p)=u^q+v^q$。

收稿日期:2019-12-20
作者简介:周延年(1981—),空军工程大学博士研究生,主要从事机器学习、信号处理研究。

定义 4　设 p_1, p_2 是 2 个 q-ROFN,则

1) 如果 $S(p_1) < S(p_2)$,则 $p_1 < p_2$;

2) 如果 $S(p_1) = S(p_2)$,

(1) 当 $H(p_1) < H(p_2)$,则 $p_1 < p_2$;

(2) 当 $H(p_1) = H(p_2)$,则 $p_1 = p_2$。

定义 5　设 $p_1 = (u_1, v_1)$, $p_2 = (u_2, v_2)$ 是 2 个 q-ROFN,则 p 间的距离定义为

$$d(p_1, p_2) = \frac{1}{2}(|u_1^q - u_2^q| + |v_1^q - v_2^q| + |\gamma_1^q - \gamma_2^q|) \tag{1}$$

1.2　模糊测度和 Choquet 积分理论

定义 6　设有限集 $\boldsymbol{X}$ 上的幂集 $P(\boldsymbol{X})$,定义在 $P(\boldsymbol{X})$ 上的模糊测度 $\psi: P(\boldsymbol{X}) \to [0,1]$,满足

1) $\psi(\varnothing) = 0, \psi(\boldsymbol{X}) = 1$;

2) 如果 $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B} \in P(\boldsymbol{X})$, $\boldsymbol{A} \subseteq \boldsymbol{B}$ 则 $\psi(\boldsymbol{A}) \leqslant \psi(\boldsymbol{B})$。

3) $\psi(\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B}) = \psi(\boldsymbol{A}) + \psi(\boldsymbol{B}) + \lambda\psi(\boldsymbol{A})\psi(\boldsymbol{B})$,其中 $-1 < \lambda$。则称 ψ 是 $\boldsymbol{X}$ 上的 λ-模糊测度。

若 $\lambda = 0$,有 $\psi(\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B}) = \psi(\boldsymbol{A}) + \psi(\boldsymbol{B})$,则属性 $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}$ 相互独立;若 $-1 < \lambda < 0$,有 $\psi(\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B}) < \psi(\boldsymbol{A}) + \psi(\boldsymbol{B})$,则属性 $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}$ 具有冗余关联;若 $\lambda > 0$,有 $\psi(\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B}) > \psi(\boldsymbol{A}) + \psi(\boldsymbol{B})$,则属性 $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}$ 具有互补关联。

在多属性决策问题中,λ-模糊测度能够更精确地描述指标间相互关系。对 $\forall \boldsymbol{A} \in P(\boldsymbol{X})$, $\boldsymbol{A}$ 的模糊测度由(2)式计算

$$\psi(\boldsymbol{A}) = \begin{cases} \dfrac{1}{\lambda}\left[\prod\limits_{x_j \in \boldsymbol{A}}(1 + \lambda\psi(x_j)) - 1\right], & \lambda \neq 0 \\ \prod\limits_{x_j \in \boldsymbol{A}} \psi(x_j), & \lambda = 0 \end{cases} \tag{2}$$

当 $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{X}$ 时, $\psi(\boldsymbol{A}) = \psi(\boldsymbol{X}) = 1$。则有

$$\prod_{x_j \in \boldsymbol{X}}[1 + \lambda\psi(x_j)] = \lambda + 1 \tag{3}$$

定义 7　非负函数 f 在 $\boldsymbol{X}$ 上关于模糊测度 ψ 的离散 Choquet 积分为

$$\int f \mathrm{d}\psi = \sum_{i=1}^{n} f(x_{(i)})[\psi(\boldsymbol{A}_{(i)}) - \psi(\boldsymbol{A}_{(i+1)})] \tag{4}$$

或者

$$\int f \mathrm{d}\psi = \sum_{i=1}^{n} [f(x_{(i)}) - f(x_{(i+1)})]\psi(\boldsymbol{A}_{(i)})$$

式中, (i) 为向量 $\boldsymbol{f}(x_{(i)})$ 的任意一个置换,使得 $\boldsymbol{f}(x_{(1)}) \leqslant \cdots \leqslant \boldsymbol{f}(x_{(n)})$, $\boldsymbol{A}_{(i)} = (x_{(i)}, \cdots, x_{(n)})$,且 $\boldsymbol{A}_{(n+1)} = 0$。

1.3　广义 TODIM 方法

Liamazares 给出了广义的 TODIM 方法

$$\varphi_j(\boldsymbol{A}_i, \boldsymbol{A}_t) = \begin{cases} g_1(w_j)f_1(d(l_{ij}, l_{tj})), & l_{ij} > l_{tj} \\ 0, & l_{ij} = l_{tj} \\ -g_2(w_j)f_2(d(l_{ij}, l_{tj})), & l_{ij} < l_{tj} \end{cases} \tag{5}$$

式中, $g_1, g_2: (0,1) \to (0, +\infty)$,且 $f_1, f_2: (0,1) \to (0, +\infty)$。

当 g_1, g_2, f_1, f_2 为不同函数时,可得到一些特殊的 TODIM 方法。例如:若 $g_1 = g_2 = x$,

1) $f_1(x) = x^\alpha, f_2(x) = 0$

$$\varphi_j(\boldsymbol{A}_i, \boldsymbol{A}_t) = \begin{cases} w_j(d(l_{ij}, l_{tj}))^\alpha, & l_{ij} > l_{tj} \\ 0, & l_{ij} \leqslant l_{tj} \end{cases} \tag{6}$$

2) $f_1(x) = 0, f_2(x) = \theta x^\beta$

$$\varphi_j(\boldsymbol{A}_i, \boldsymbol{A}_t) = \begin{cases} 0, & l_{ij} \geqslant l_{tj} \\ -w_j\theta(d(l_{ij}, l_{tj}))^\beta, & l_{ij} < l_{tj} \end{cases} \tag{7}$$

3) $f_1(x) = x^\alpha$, $f_2(x) = \theta x^\beta$

$$\varphi_j(\boldsymbol{A}_i, \boldsymbol{A}_t) = \begin{cases} w_j(d(l_{ij}, l_{tj}))^\alpha, & l_{ij} > l_{tj} \\ 0, & l_{ij} = l_{tj} \\ -w_j\theta(d(l_{ij}, l_{tj}))^\beta, & l_{ij} < l_{tj} \end{cases} \tag{8}$$

式中, $\alpha, \beta \in (0,1)$, $\theta > 0$。

2　决策应用

2.1　问题描述

决策方案集为 $\boldsymbol{A} = \{a_i \mid i = 1, \cdots, m\}$,属性集为 $\boldsymbol{C} = \{c_j \mid j = 1, \cdots, n\}$;决策者用 q-ROF 模糊数 $p_{ij} = (u_{ij}, v_{ij})$ 表示方案 a_i 关于属性 c_j 的属性值,得到决策矩阵 $\boldsymbol{P} = [(u_{ij}, v_{ij})]_{m \times n}$。设 $\psi(\boldsymbol{C}) = (\psi(c_1), \psi(c_2), \cdots, \psi(c_n))$ 为属性集 $\boldsymbol{C}$ 的权重向量,且 $\psi(c_j) \in [0, 1]$。当属性间存在关联性时,如何评价方案的优劣性。

2.2　决策方法

为了解决属性相关条件下的 q-ROF 多属性决策问题,同时考虑到决策者的心理因素,提出了一种属性相关条件下广义 q-ROF TODIM 决策方法,具体步骤如下:

Step 1　决策矩阵规范化处理

将决策矩阵 $\boldsymbol{P}$ 规范化处理,得到标准决策矩阵 $\bar{\boldsymbol{P}} = (\bar{p}_{ij})_{m \times n}$,这里

$$\bar{p}_{ij} = (\bar{u}_{ij}, \bar{v}_{ij}) = \begin{cases} (u_{ij}, v_{ij}), c_j \in D_1 \\ (v_{ij}, u_{ij}), c_j \in D_2 \end{cases} \tag{9}$$

式中：$\boldsymbol{D}_1$ 为效益型属性集合；$\boldsymbol{D}_2$ 为成本型属性集合。

Step 2 对每个属性 c_j，计算收益损失矩阵 $\boldsymbol{Y}_j = [y_{it}^j]_{m\times m}$，其中元素 y_{it}^j 计算公式如下

$$y_{it}^j = \begin{cases} d(\bar{p}_{ij}, \bar{p}_{tj}), & s(\bar{p}_{ij}) \geqslant s(\bar{p}_{tj}) \\ -d(\bar{p}_{ij}, \bar{p}_{tj}), & s(\bar{p}_{ij}) < s(\bar{p}_{tj}) \end{cases} \tag{10}$$

式中：y_{it}^j 表示两方案 a_i 和 a_t 中，a_i 相对于 a_t 在属性 c_j 的收益或损失；$s(\cdot)$ 表示 q-ROFN 的记分函数，$d(\cdot)$ 表示 2 个 q-ROFN 间的距离。

Step 3 应用公式(3) 计算模糊测度 $\boldsymbol{\lambda}$，再应用公式(2) 计算属性集 $\boldsymbol{C}$ 的所有子集对应的权重。

Step 4 将 $y_{it}^1, y_{it}^2, \cdots, y_{it}^n$ 按由小到大顺序排列，假设排序结果为：$y_{it}^{(1)} \leqslant y_{it}^{(2)} \leqslant y_{it}^{(q)} \leqslant 0 \leqslant y_{it}^{(q+1)} \leqslant \cdots \leqslant y_{it}^{(n)}$；再应用(11) 式计算方案 a_i 相对于方案 a_t 的优势度

$$\phi_{it}^- = \sum_{j=1}^{q} -\theta(-y_{it}^{(j)})^{\beta}[\psi(\boldsymbol{U}_{(j)}) - \psi(\boldsymbol{U}_{(j+1)})]$$

$$\phi_{it}^+ = \sum_{j=q+1}^{n} (y_{it}^{(j)})^{\alpha}[\psi(\boldsymbol{U}_{(j)}) - \psi(\boldsymbol{U}_{(j+1)})] \tag{11}$$

式中：$\alpha, \beta \in (0,1)$，$\theta > 0$ 为损失衰退系数；θ 越小表示决策者的损失规避程度越大；$\boldsymbol{U}_{(i)} = (c_{(i)}, c_{(i+1)}, \cdots, c_{(n)})$，且 $\boldsymbol{U}_{(n+1)} = 0$。

Step 5 方案 a_i 相对于方案 a_t 关于所有属性的个体感知优势度 ϕ_{it} 由下述计算

$$\phi_{it} = \phi_{it}^- + \phi_{it}^+ \tag{12}$$

在此基础上，方案 a_i 总体感知优势度 δ_i 定义如下

$$\delta_i = \sum_{t=1}^{m} \phi_{it} \tag{13}$$

方案优劣排序标准：δ_i 值越大，表示方案 a_i。

3 实例分析

3.1 决策实例

某投资公司需对备选公司 a_1, a_2, a_3 进行评价，评价指标分别为 Risk analysis$\boldsymbol{c}_1$，growth conditions$\boldsymbol{c}_2$，social and political impact$\boldsymbol{c}_3$，environmental impact$\boldsymbol{c}_4$ and social development$\boldsymbol{c}_5$，其中指标 $\boldsymbol{c}, \boldsymbol{c}_3, \boldsymbol{c}_4, \boldsymbol{c}_5$ 存在冗余关系，决策者给出属性的权重向量为 $\psi = (0.45, 0.4, 0.35, 0.38, 0.42)$，决策矩阵 $\boldsymbol{P}$ 如下

$$\boldsymbol{P} = \begin{array}{c} \boldsymbol{c}_1 \\ \boldsymbol{c}_2 \\ \boldsymbol{c}_3 \\ \boldsymbol{c}_4 \\ \boldsymbol{c}_5 \end{array} \begin{bmatrix} (0.5, 0.2) & (0.7, 0.2) & (0.7, 0.2) \\ (0.4, 0.2) & (0.6, 0.3) & (0.5, 0.3) \\ (0.5, 0.4) & (0.4, 0.3) & (0.4, 0.5) \\ (0.3, 0.3) & (0.4, 0.4) & (0.3, 0.4) \\ (0.7, 0.1) & (0.6, 0.1) & (0.6, 0.2) \end{bmatrix}$$

Step 1 获得规范化决策矩阵

由于风险分析 $\boldsymbol{c}_1$ 是成本型指标，需对决策矩阵 $\boldsymbol{P}$ 规范化处理，得到规范化决策矩阵

$$\bar{\boldsymbol{P}} = \begin{array}{c} \boldsymbol{c}_1 \\ \boldsymbol{c}_2 \\ \boldsymbol{c}_3 \\ \boldsymbol{c}_4 \\ \boldsymbol{c}_5 \end{array} \begin{bmatrix} (0.2, 0.5) & (0.2, 0.7) & (0.2, 0.7) \\ (0.4, 0.2) & (0.6, 0.3) & (0.5, 0.3) \\ (0.5, 0.4) & (0.4, 0.3) & (0.4, 0.5) \\ (0.3, 0.3) & (0.4, 0.4) & (0.3, 0.4) \\ (0.7, 0.1) & (0.6, 0.1) & (0.6, 0.2) \end{bmatrix}$$

Step 2 计算指标 $\boldsymbol{c}_j (j = 1,2,3,4,5)$ 下的收益 − 损失矩阵 $\boldsymbol{Y}_j$，其中，$q = 3$。

$$Y_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0.235\,2 & 0.235\,0 \\ -0.235\,2 & 0 & 0 \\ -0.235\,2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$Y_2 = \begin{bmatrix} 0 & -0.237\,0 & -0.131\,9 \\ 0.237\,0 & 0 & 0.105\,1 \\ 0.131\,9 & -0.105\,1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$Y_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0.147\,2 & 0.090\,0 \\ -0.147\,2 & 0 & 0.147\,2 \\ -0.090\,0 & -0.147\,2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$Y_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0.131\,2 & 0.066\,9 \\ 0.131\,2 & 0 & 0.064\,4 \\ -0.066\,9 & -0.064\,4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$Y_5 = \begin{bmatrix} 0 & 0.129\,4 & 0.134\,8 \\ -0.129\,4 & 0 & 0.024\,6 \\ -0.134\,8 & -0.024\,6 & 0 \end{bmatrix}$$

Step 3 应用公式(3)得到模糊测度 $\lambda = -0.89$，表明属性间存在冗余关联，这与实际分析相符。再应用公式(2) 计算属性集 $\boldsymbol{C} = \{\boldsymbol{c}_1, \boldsymbol{c}_2, \boldsymbol{c}_3, \boldsymbol{c}_4, \boldsymbol{c}_5\}$ 幂集的模糊测度，见表 1 所示。

表 1　属性幂集的权重

子集	权重	子集	权重	子集	权重	子集	权重
$\varnothing$	0	$\{c_1,c_4\}$	0.677 8	$\{c_1,c_2,c_3\}$	0.824 9	$\{c_2,c_4,c_5\}$	0.823 7
$\{c_1\}$	0.45	$\{c_1,c_5\}$	0.701 8	$\{c_1,c_2,c_4\}$	0.836 5	$\{c_3,c_4,c_5\}$	0.803 0
$\{c_2\}$	0.4	$\{c_2,c_3\}$	0.625 4	$\{c_1,c_2,c_5\}$	0.852 0	$\{c_1,c_2,c_3,c_4\}$	0.925 9
$\{c_3\}$	0.35	$\{c_2,c_4\}$	0.644 7	$\{c_1,c_3,c_4\}$	0.816 7	$\{c_1,c_2,c_3,c_5\}$	0.936 6
$\{c_4\}$	0.38	$\{c_2,c_5\}$	0.670 5	$\{c_1,c_3,c_5\}$	0.833 2	$\{c_1,c_3,c_4,c_5\}$	0.931 4
$\{c_5\}$	0.42	$\{c_3,c_4\}$	0.611 6	$\{c_1,c_4,c_5\}$	0.844 4	$\{c_1,c_2,c_4,c_5\}$	0.943 8
$\{c_1,c_2\}$	0.689 8	$\{c_3,c_5\}$	0.639 2	$\{c_2,c_3,c_4\}$	0.793 9	$\{c_2,c_3,c_4,c_5\}$	0.917 1
$\{c_1,c_3\}$	0.659 8	$\{c_4,c_5\}$	0.658 0	$\{c_2,c_3,c_5\}$	0.811 6	$\{c_1,c_2,c_3,c_4,c_5\}$	1

Step 4　应用公式(11)和公式(12)得到个体感知优势度矩阵 $\Phi=[\phi_{it}]_{3\times3}$,其中 $\alpha=\beta=0.5,\theta=1$

$$\Phi=\begin{bmatrix}0 & 0.364\,4 & 0.350\,6\\ 0.142\,9 & 0 & 0.285\,6\\ -0.048\,2 & -0.115\,5 & 0\end{bmatrix}$$

再应用公式(13)计算方案 $a_i(i=1,2,3)$ 的总体感知优势度 δ_i 为:$\delta_1=0.715,\delta_2=0.428\,5,\delta_3=-0.163\,7$。根据 δ_i 的大小,得到方案的排序结果为:$a_1\succ a_2\succ a_3$。

3.2　灵敏度分析

本节讨论参数 θ,α,β,q 改变时,该方法对决策结果的影响。

1）当 $q=3,\alpha=\beta=0.5$ 时,表 2 为 θ 改变时方案的排序。

表 2　θ 改变时方案排序

θ	a_1	a_2	a_3	排序
1	0.715	0.428 5	−0.163 7	$a_1\succ a_2\succ a_3$
2	0.656 6	0.288 2	−0.472 5	$a_1\succ a_2\succ a_3$
4	0.540 0	0.007 3	−1.090 4	$a_1\succ a_2\succ a_3$
5	0.481 7	−0.133 1	−1.399 3	$a_1\succ a_2\succ a_3$
10	0.190 1	−0.835 2	−2.943 8	$a_1\succ a_2\succ a_3$
15	−0.101 5	−1.537 2	−4.488 5	$a_1\succ a_2\succ a_3$

2）当 $q=3,\theta=1,\beta=0.5$ 时,表 3 为 α 改变时方案的排序。

表 3　α 的改变时方案排序

α	a_1	a_2	a_3	排序
0.1	1.499 9	1.127 6	0.017 8	$a_1\succ a_2\succ a_3$
0.3	1.036 4	0.704 0	−0.091 0	$a_1\succ a_2\succ a_3$
0.5	0.71 5	0.428 5	−0.163 7	$a_1\succ a_2\succ a_3$
0.7	0.490 5	0.247 0	−0.212 0	$a_1\succ a_2\succ a_3$
0.9	0.333 0	0.125 7	−0.244 3	$a_1\succ a_2\succ a_3$

3）当 $q=3,\theta=1,\alpha=0.5$ 时,表 4 为 β 改变时方案的排序。

表 4　β 的改变时方案排序

β	a_1	a_2	a_3	排序
0.1	0.657 8	0.274 3	−0.704 8	$a_1\succ a_2\succ a_3$
0.3	0.691 3	0.365 8	−0.362 8	$a_1\succ a_2\succ a_3$
0.5	0.71 5	0.428 5	−0.163 7	$a_1\succ a_2\succ a_3$
0.7	0.731 6	0.471 7	−0.045 6	$a_1\succ a_2\succ a_3$
0.9	0.743 4	0.501 4	0.025 5	$a_1\succ a_2\succ a_3$

4）当 $\alpha=\beta=0.5,\theta=1$ 时,表 5 为 q 改变时方案的排序。

表 5　q 的改变时方案排序

q	a_1	a_2	a_3	排序
1	0.731 0	0.280 4	−0.180 6	$a_1\succ a_2\succ a_3$
2	0.714 9	0.428 6	−0.163 6	$a_1\succ a_2\succ a_3$
3	0.715 0	0.428 5	−0.163 7	$a_1\succ a_2\succ a_3$
5	0.493 4	0.186 0	−0.096 6	$a_1\succ a_2\succ a_3$
10	0.226 6	0.034 8	−0.036 1	$a_1\succ a_2\succ a_3$
15	0.094 6	0.003 6	−0.014 7	$a_1\succ a_2\succ a_3$
20	0.039 1	−0.000 8	−0.006 0	$a_1\succ a_2\succ a_3$

通过表 2 至表 5 可知:随着 θ 越大,备选项的总体感知优势度在减小,表明决策者是风险偏爱的;随着 α 增大,各方案的总体感知优势度在减小,这是因为 q-ROF 的距离测度介于 0,1 之间,且 $\alpha\in[0,1]$,由公式(11)知,总体感知优势度随着 α 的增大在减少;随着 β 增大,各方案的总体感知优势度在增加,同理,由公式(11)知,总体感知优势度随着 β 的增大而增大;随着 q 的增大,各方案的总体感知优势度大致在减小。该试验表明:参数 θ,α,β,q 的改变,不影响排序的稳定性。

3.3　对比分析

为了说明该算法的有效性,下面将基于广义 q-ROF TODIM 决策方法和 q-ROF TOPSIS 决策方法对

比分析。利用 TOPSIS 方法对第 3.1 节示例进行计算,得到各备选方案的相对贴近度和排序结果见表 6。

表 6 相对贴近度和排序

备选方案	d^+	d^-	贴近度	排序
a_1	0.043 9	0.109 4	0.713 6	1
a_2	0.097 2	0.026 1	0.211 7	3
a_3	0.101 1	0.027 2	0.212 0	2

从表 6 可以看出,备选方案的排序为 $a_1 > a_3 > a_2$。虽然 2 个方法的最优方案均为 a_1,但方案 a_2,a_3 的排序相反,且基于 TOPSIS 方法获得的评价值区分度比较低。从实际分析可知,基于广义 TODIM 方法更优。其主要原因在于,广义 TODIM 方法是基于决策者的心理行为特征,符合决策者的实际需要,更具有说服力。

4 结 论

q-ROF 是模糊集更一般的形式,用于描述决策问题中的不确定性。本文在考虑决策者参照依赖和损失规避心理行为的情形下,对属性具有关联关系的多属性决策问题,提出了一种属性相关条件下广义 q-ROF TODIM 决策方法。该方法通过 q-ROF 距离公式计算各方案的收益损失矩阵,结合广义 TODIM 方法和 Choquet 积分的思想得到方案的感知优势度,通过感知优势度对方案进行排序。并以投资公司筛选为例,通过本文算法的仿真结果和灵敏度分析表明方法的有效性和适用性,既能充分考虑决策者的心理因素,也能解决属性之间的关联性。

参考文献:

[1] ZADEH L A. Fuzzy Sets[J]. Information and Control, 1965, 8(3): 338-353

[2] TURKSEN I B. Interval Valued Fuzzy Sets Based on Normal Forms[J]. Fuzzy Sets and Systems,1986, 20: 191-210

[3] ATANASSOV K T. Intuitionistic Fuzzy Sets[J]. Fuzzy Sets and Systems,1986,20(1): 87-96

[4] HU J H, XIAO K L, CHEN X H, et al. Interval Type-2 Hesitant Fuzzy Set and Its Application in Multi-Criteria Decision Making[J]. Computers & Industrial Engineering, 2015, 87: 91-103

[5] YAGER R. Pythagorean Membership Grades in Multicriteria Decision Making[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2014, 22(4): 958-965

[6] YAGER R. Generalized Orthopair Fuzzy Sets[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2017, 25(5): 1222-1230

[7] WEI G W, WEI C, WANG J, et al. Some Q-Rung Orthopair Fuzzy Maclaurin Symmetric Mean Operators and Their Applications to Potential Evaluation of Emerging Technology Commercialization[J]. Int J Intell Syst, 2019, 34: 50-81

[8] YANG W, PANG Y F. New Q-Rung Orthopair Fuzzy Partitioned Bonferroni Mean Operators and Their Application in Multiple Attribute Decision Making[J]. Int J Intell Syst, 2019, 34: 439-476

[9] WANG J, GAO H, WEI G W, et al. Methods for Multiple-Attribute Group Decision Making with Q-Rung Interval-Valued Orthopair Fuzzy Information and Their Applications to the Selection of Green Suppliers[J]. Symmetry, 2019, 11: 1-27

[10] LIU P D, LIU W Q. Multiple-Attribute Group Decision-Making Based on Power Bonferroni Operators of Linguistic Q-Rung Orthopair Fuzzy Numbers[J]. Int J Intell Syst, 2019, 34: 652-689

[11] WANG P, WANG J, WEI G, WEI C. Similarity Measures of Q-Rung Orthopair Fuzzy Sets Based on Cosine Function and Their Applications[J]. Mathematics, 2019: 7, 1-23

[12] 徐玥,刘练珍. q 阶犹豫模糊集及其在决策中的应用[J],模式识别与人工智能,2018,31(9):816-836
XU Yue, LIU Lianzhen. Q-Rung Hesitant Fuzzy Sets and Its Application to Multi-Criteria Decision-Making[J], Pattern Recognition and Artificial Intelligence,2018, 31(9): 816-836 (in Chinese)

[13] LIU Peide, WANG Peng. Multiple-Attribute Decision Making Based on Archimedean Bonferroni Operators of Q-Rung Orthopair Fuzzy Numbers[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2019, 27(5): 834-848

[14] JIE W, WEI G W, WEI C, et al. MABAC Method for Multiple Attribute Group Decision Making under Qrung Orthopair Fuzzy Environment[J]. Defence Technology, 2019, 16: 208-216

[15] GOMES L, LIMA M. TODIM: Basic and Application to Multicriteria Ranking of Projects with Environmental Impacts[J]. Foun-

dations of Computing and Decision Sciences, 1991, 16(3): 113-127

[16] HUANG Y H, WEI G W. TODIM Method for Pythagorean 2-Tuple Linguistic Multiple Attribute Decision Making[J]. Journal of Intelligent and Fuzzy Systems, 2018, 35(1): 901-915

[17] LI Y W, SHAN Y Q, LIU P O. An Extended TODIM Method for Group Decision Making with the Interval Intuitionistic Fuzzy Sets[J]. Math Probl Eng, 2015, 6: 1-9

[18] 梁霞, 刘政敏, 刘培德. 基于广义 Choquet 积分的 Pythagorean 不确定语言 TODIM 方法及其应用[J]. 控制与决策, 2018, 33(7): 1303-1312

LIANG Xia, LIU Zhengmin, LIU Peide. Pythagorean Uncertain Linguistic TODIM Method Based on Generalized Choquet Integral and Its Application[J]. Control and Decision, 2018, 33(7): 1303-1312 (in Chinese)

[19] LIAMAZARES B. An Analysis of the Generalized TODIM Method[J]. European Journal of Operational Research, 2018, 269(3): 1041-1049

[20] 刘熠,秦亚,刘好斌, 等. 广义 q-ROF TODIM 方法及应用[J]. 控制与决策, 2020, 35(8): 2021-2028

LIU Yi, QIN Ya, LIU Haobin, et al. Generalized q-ROF TODIM Method and Its Application[J]. Control and Decision, 2020, 35(8): 2021-2028 (in Chinese)

[21] 梁霞,姜艳萍,梁海明. 考虑属性关联的 C-TODIM 决策方法[J]. 运筹与管理,2015,24(2): 101-107

LIANG Xia, JIANG Yanping, LIANG Haiming. C-TODIM Decision Making Method Considering Correlated Attributes[J]. Operations Research and Management Science, 2015, 24(2): 101-107 (in Chinese)

[22] 张永政,叶春明,耿秀丽,等. 基于犹豫模糊广义 Choquet 积分的风险型供应商选择方法[J].工业工程与管理,2019,24(4): 47-54

ZHANG Yongzheng, YE Chunming, CENG Xiuli, et al. A Risky Supplier Selection Approach Based on Hesitant Fuzzy Generalized Choquet Integral[J]. Industrial Engineering Management, 2019, 24(4): 47-54 (in Chinese)

Generalized q-ROF TODIM Decision-Making Method Considering Attribute Correlation

ZHOU Yannian[1], XU Tong[1], HU Bin[2]

(1.School of Air and Missile Defense, Air Force Engineering University, Xi'an 710043, China;
2.School of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: Aiming at solving the problem of q-ROF fuzzy multi-attribute decision-making with attribute relevance, a generalized q-ROF TODIM decision-making method considering attribute correlation is proposed in this paper. According to the generalized TODIM decision method, the profit or loss values of each scheme relative to other schemes are calculated, and the idea of Choquet integral is used to integrate the income or loss values of all attributes of the scheme in the case of attribute association, the overall perceived dominance of each scheme is calculated, and the alternative schemes are ranked according to the overall perceived dominance of the scheme. Finally, combined with an example, the influence of parameter changed on the decision-making results is analyzed, and the feasibility and effectiveness of the method are verified.

Keywords: q-ROF set; correlated attributes; generalized TODIM method; Choquet integral; decision making