

一种基于混响干扰稀疏重构的 STAP 方法

寇思玮, 冯西安, 黄辉, 毕杨

(西北工业大学 航海学院, 陕西 西安 710072)

摘要:针对声呐空时自适应处理中混响样本获取及其协方差矩阵估计的难题,提出了一种基于混响稀疏重构的空时自适应处理方法。根据运动平台声呐混响在空时平面的分布规律,沿着混响单元多普勒频移与入射锥角余弦的关系曲线设计混响稀疏重构的空时导向字典;通过将声呐阵列观测数据在所设计的字典上进行稀疏分解,以较高精度重构了待检测距离单元中的混响样本;基于混响概率分布模型的先验信息,生成足够数量的混响样本以满足空时自适应处理中性能损失指标对混响样本数目的要求,从而得到混响协方差矩阵估计。该方法能够直接从待检测距离单元中重构混响样本,有效估计混响协方差矩阵,而不依赖于临近的辅助数据,因此不仅适合于混响统计特性不变的环境,也适合于统计特性变化的环境。声呐前视阵列、侧视阵列的仿真结果表明,该方法的改善因子比传统方法降低约 10 dB,具有良好的抗混响性能。

关键词:空时自适应处理;稀疏重构;混响样本;混响协方差矩阵

中图分类号: TB566

文献标志码: A

文章编号: 1000-2758(2020)06-1179-09

混响抑制是水声信号处理的难题之一。声呐平台运动时,混响频谱会产生扩展,给滤波及目标检测增加了难度。运动平台声呐混响具有空时二维耦合特性,这决定了混响抑制属于二维滤波问题。空时自适应处理(space time adaptive processing, STAP)采用二维联合滤波自适应地感知干扰环境、抑制混响,是声呐抗混响检测的重要理论。

STAP 是 Brennan 等^[1]首次提出的,并应用于机载相控阵雷达来补偿其中的运动效应。在水声信号处理领域,Klemm 将其应用于运动声呐的低速目标检测,获得理想的抗混响性能^[2]。之后,人们在舰载声呐、鱼雷自导等水下目标检测中进行了较多的研究和实验^[3-6]。

在 STAP 中,待检测距离单元(range cell under test, RUT)的干扰协方差矩阵估计是一个重要问题。Reed 等在分析 STAP 收敛性时指出:有限样本的协方差矩阵估计会引起系统输出信干比损失,信干比损失不超过 3 dB 时,所需要的样本数应大于系统自由度的 2 倍^[7]。STAP 系统自由度大,通常采用降

维、降秩、模型参数化等次优处理以及知识辅助训练样本挑选等方法来减小系统对样本数的需求。

干扰样本获取也是一个重要问题。由于假设 RUT 位置还存在目标,传统 STAP 在独立同分布(independent identically distributed, IID)假设下,采用邻近 RUT 的辅助数据作为干扰样本来估计协方差矩阵。当海洋环境变化较大时,混响不满足 IID,辅助数据的统计特性难以代表待检数据的统计特性,将降低 STAP 的性能。特别当 RUT 还存在目标时,STAP 会将 RUT 中的目标当作干扰抑制掉。

稀疏重构(sparse recovery, SR)可利用极少观测样本高精度地恢复信号,为混响样本的高精度恢复提供了新的思路。

Mallat 和 Zhang 首次提出在冗余字典进行稀疏分解(sparse decomposition)的思想,并提出匹配追踪(matching pursuit, MP)算法^[8]。之后, Pati 提出正交匹配追踪(orthogonal matching pursuit, OMP)算法^[9],改善了 MP 过匹配、收敛慢的问题,成为 MP 类算法的代表。1998 年,Chen 和 Donoho 等基于最

收稿日期:2020-04-24

基金项目:国家自然科学基金(61671378)、陕西省自然科学基金(2019JM-568)与浙江省自然科学基金(LY20F030019)资助

作者简介:寇思玮(1989—),女,西北工业大学博士研究生,主要从事稀疏信号处理研究。

优化理论,提出了基追踪(basis pursuit, BP)算法^[10]。通过研究 l_1 与 l_0 范数解的等效性,将一个多项式时间内无法求解的 NP 难问题转化为一个凸优化问题,开辟了稀疏重构的新途径。2006 年, Candès 及华裔科学家 Tao 等提出压缩感知(compressive sensing, CS)理论^[11-13],从信号稀疏表示角度研究数据采集与恢复问题,发展了稀疏重构理论。

近年来,国内外研究者开始将稀疏分解理论用于 STAP,以改善小样本条件下信号检测性能^[14-16],研究工作主要集中在稀疏空时功率谱估计^[17]、利用辅助样本估计干扰协方差矩阵^[18-20]等方面。阳召成、段克清等对这部分工作进行了阶段性总结^[21-22],分析了稀疏重构 STAP(SR-STAP)对非平稳杂波的适应性、杂波样本获取、稀疏重构算法参数选择、多测量向量等应用中面临的关键问题,为深入开展研究提供了重要参考。

本文应用稀疏分解研究 STAP 中混响样本获取及协方差矩阵估计问题,所提出的方法可从待检测距离单元中重构混响样本,有效估计混响协方差矩阵,提高了 STAP 的抗混响性能。

1 混响的空时阵列信号模型

声呐阵列与待检距离环的几何关系如图 1 所示。由图可以得到混响、回波多普勒频移与空域入射锥角余弦的耦合关系。入射锥角定义为阵列轴向与观测视线的夹角。

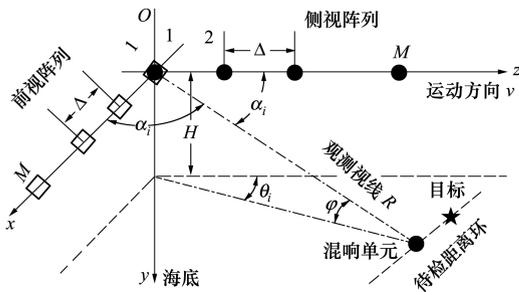


图 1 声呐阵列与待检距离环的几何关系

前视声呐的水声阵列排列在 x 轴上,法线与声呐平台运动速度 v 一致。入射锥角余弦为 $\cos\alpha_i = \sin\theta_i \cdot \cos\varphi$,其中 θ_i 是混响单元或目标的方位角, φ 是俯仰角。待检距离环上混响、回波的多普勒频移为

$$f_{di} = \frac{2(v - v_i)}{\lambda} \sqrt{\cos^2\varphi - \cos^2\alpha_i} \quad (1)$$

式中: λ 是波长; v_i 是混响单元或目标的速度。混响散射体的速度很小,约等于 0, f_{di} 只与角度 α_i 有关。以不同锥角进入水声阵列的混响多普勒频移是不同的,混响多普勒频移范围为 $[0, 2v/\lambda]$ 。(1) 式是圆方程,在空时平面上,混响分布在这个方程确定的半圆线上。运动目标回波的空时位置不在混响分布的半圆线上,与混响是分离的。

侧视声呐的阵元排列在 z 轴上,阵列法线与速度方向垂直。入射锥角余弦为 $\cos\alpha_i = \cos\theta_i \cdot \cos\varphi$ 。混响、回波的多普勒频移为

$$f_{di} = \frac{2(v - v_i)}{\lambda} \cos\alpha_i \quad (2)$$

多普勒频移与入射锥角余弦是线性关系,混响分布在斜直线上,多普勒频移范围为 $\pm 2V/\lambda$ 。同样,运动目标回波的空时位置与混响是分离的。

按照混响单元散射模型,假设待检距离环上存在 d 个混响单元,并考虑存在一个目标,则当混响、回波进入到 M 个阵元、 N 次快拍的水声阵列时,在一定假设条件下,空时阵列信号模型表示为

$$\mathbf{x} = \text{vec}(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^{d+1} A_i \mathbf{S}_i(f_{di}) \otimes \mathbf{S}_s(\alpha_i) \quad (3)$$

式中, \mathbf{X} 是 $M \times N$ 维空时阵列采样矩阵,其元素 x_{mn} 是第 m 个阵元、第 n 次快拍的采样数据, \mathbf{x} 是 $MN \times 1$ 维空时采样向量,为 \mathbf{X} 的向量形式, $\text{vec}(\cdot)$ 是向量化符号。 A_i 是幅度,不妨记 A_{d+1} 是回波幅度,其余为混响幅度。 $\mathbf{S}(f_{di}, \alpha_i) = \mathbf{S}_i(f_{di}) \otimes \mathbf{S}_s(\alpha_i)$ 是相应的空时导向向量,其中的 \otimes 是 Kronecker 直积运算符号, $\mathbf{S}_i(f_{di}) = [1, e^{j\omega_i}, \dots, e^{j(N-1)\omega_i}]^T$ 是频率导向向量,其中 ω_i 是时间角频率,均匀采样时,有 $\omega_i = 2\pi(f_0 + f_{di})/f_s$, f_0 是发射信号频率, $\mathbf{S}_s(\alpha_i) = [1, e^{j\omega_{si}}, \dots, e^{j(M-1)\omega_{si}}]^T$ 是方位导向向量, ω_{si} 是空间角频率,均匀线列阵的空间角频率与入射锥角有关,为 $\omega_{si} = 2\pi\Delta/\lambda \cdot \cos\alpha_i$, Δ 是阵元间距。空时导向向量集合记为 $\mathbf{S}(\Theta) = \{\mathbf{S}(f_{di}, \alpha_i)\}_{i=1}^{d+1}$,其中, $\Theta = \{f_{di}, \alpha_i\}_{i=1}^{d+1}$ 是多普勒频移、入射锥角组成的集合。

2 空时自适应处理分析

2.1 空时最优滤波器

STAP 采用二维联合滤波自适应地感知干扰环境和抑制混响,使输出信混比达到最大。Brennan

根据似然比检测理论推导出空时最优滤波器的处理结构。

对于空时采样向量 \mathbf{x} , 设计 $MN \times 1$ 维加权向量 \mathbf{w} 作为空时滤波器, 它是多普勒频移、入射锥角的函数, 则空时滤波器输出为

$$y = \mathbf{w}^H \mathbf{x} \quad (4)$$

若期望信号输出为 $y_s = A_s \mathbf{w}^H \mathbf{S}(f_d, \alpha)$, 其中 A_s 是信号幅度, $\mathbf{S}(f_d, \alpha)$ 是其空时导向向量, 混响的输出功率为 $P = \mathbf{w}^H \mathbf{R}_c \mathbf{w}$, 其中 \mathbf{R}_c 是混响协方差矩阵。在最小方差无失真响应 (MVDR) 准则下, 构造如下约束最优化问题

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{w}} \quad & \mathbf{w}^H \mathbf{R}_c \mathbf{w} \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{w}^H \mathbf{S}(f_d, \alpha) = 1 \end{aligned} \quad (5)$$

当 \mathbf{R}_c 满秩时, 采用拉格朗日乘子法求解, 可得最优权向量为

$$\mathbf{w}_{\text{opt}} = \boldsymbol{\mu} \mathbf{R}_c^{-1} \mathbf{S}(f_d, \alpha) \quad (6)$$

式中, $\boldsymbol{\mu} = 1 / [\mathbf{S}^H(f_d, \alpha) \mathbf{R}_c^{-1} \mathbf{S}(f_d, \alpha)]$ 是归一化空时导向向量。最优权向量与 \mathbf{R}_c 有关, 依赖于输入混响的二阶统计性能。因此, \mathbf{w}_{opt} 是空时自适应权向量, 能够自适应地感知混响环境。

将最优权向量代入 (4) 式, 得空时最优滤波器的输出为

$$y(f_d, \alpha) = \mathbf{w}_{\text{opt}}^H \mathbf{x} = \boldsymbol{\mu} \mathbf{R}_c^{-1} \mathbf{S}^H(f_d, \alpha) \mathbf{x} \quad (7)$$

式中, $\boldsymbol{\mu} \mathbf{R}_c^{-1}$ 是对混响的白化处理, $\mathbf{S}(f_d, \alpha)$ 是对信号的广义匹配滤波。当混响是高斯白噪声 \mathbf{n} 时, $\mathbf{x} = A_s \mathbf{S}(f_d, \alpha) + \mathbf{n}$ 。将其代入 (7) 式, 并由 $\mathbf{R}_c = 6n^2 \mathbf{I}$, 可得

$$y(f_d, \alpha) = A_s + \frac{1}{MN} \mathbf{S}^H(f_d, \alpha) \mathbf{n} \quad (8)$$

容易看到, 最优权向量对期望信号进行了相位补偿, 实现了相干相加。噪声不能被补偿, 输出以功率相加。空时最优滤波器具有空间处理增益, 高斯噪声中的增益分贝数为 $10 \lg(MN)$ 。

经过空时自适应处理, 就可直接在滤波器输出进行信号恒虚警检测。

2.2 混响样本获取

STAP 的性能用改善因子 (improvement factor, IF) 来衡量。

IF 定义为处理器输出信混比与输入信混比之比。设输入信混比 $I_{\text{SRR}} = A_s^2 / \delta_c^2$, 其中 δ_c^2 是混响方差, 不难得到输出信混比为 $O_{\text{SRR}} = A_s^2 \mathbf{S}^H(f_d, \alpha) \mathbf{R}_c^{-1} \mathbf{S}(f_d, \alpha)$ 。因此, 空时最优滤波器的 I_f 为

$$I_f = \mathbf{S}^H(f_d, \alpha) \mathbf{R}_c^{-1} \mathbf{S}(f_d, \alpha) \sigma_c^2 \quad (9)$$

I_f 是多普勒频移和入射锥角的函数。通常使用其随多普勒频移变化的曲线表示处理器性能。

改善因子依赖于混响协方差矩阵 \mathbf{R}_c , 协方差矩阵估计对于 I_f 有很大影响。实际中, 混响协方差矩阵是由邻近 RUT 的辅助数据估计的, 如图 2 所示。

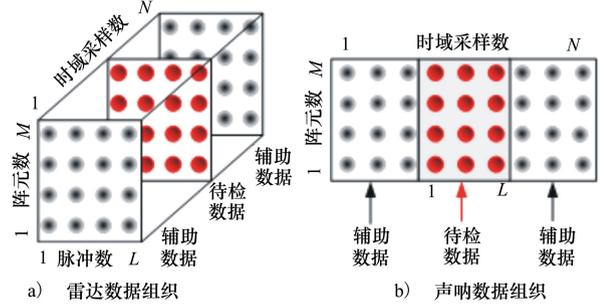


图2 接收数据的组织结构

雷达采用多脉冲体制时, 接收数据的组织形式是三维立方块, 如图 2a) 所示。接收数据按照距离门方式排列, 相同距离门的数据堆砌成 $ML \times 1$ 维观测样本向量, M 是阵元数, L 是脉冲数。

水下声速小, 传播慢, 因此声呐采用单脉冲体制, 1 个探测周期只发射 1 个脉冲, 并完成数据采集和信号检测。采样数据的组织结构是二维形式, 如图 2b) 所示。接收数据按照距离单元排列, M 个阵元在一个距离单元有 L 次快拍, 通常 L 等于发射脉宽 τ 。一个距离单元的数据堆砌成 $ML \times 1$ 维观测样本向量。RUT 中被假设为存在信号, 因此由邻近的辅助数据估计协方差矩阵。

不难看出, 单脉冲体制声呐能提供的样本数据少。不仅如此, 当海洋环境变化较大时, 辅助数据的统计特性难以代表 RUT 中混响的统计特性。当距离单元划分不合理导致辅助数据还存在目标时, STAP 还会将 RUT 中的目标当作干扰抑制掉。因此, 声呐采用 STAP 时, 一般很难获得足够并满足统计性能要求的混响样本。

2.3 混响协方差矩阵估计的样本需求

混响协方差矩阵的最大似然 (ML) 估计为

$$\hat{\mathbf{R}}_c = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \mathbf{r}_i \mathbf{r}_i^H \quad (10)$$

式中: \mathbf{r}_i 是混响样本向量; K 代表样本数。最大似然估计是大样本估计, K 越大, 协方差矩阵估计越接近真值。以 $\hat{\mathbf{R}}_c$ 代替 \mathbf{R}_c , 则与之对应的最优权向量为

$$\mathbf{w}'_{\text{opt}} = \boldsymbol{\mu} \hat{\mathbf{R}}_c^{-1} \mathbf{S}(f_d, \alpha) \quad (11)$$

改善因子为

$$I'_f = \mathbf{S}^H(f_d, \alpha) \hat{\mathbf{R}}_c^{-1} \mathbf{S}(f_d, \alpha) \sigma_c^2 \quad (12)$$

采用性能损失来衡量有限样本带来的影响,将其定义为该改善因子与理想情况改善因子的比值,可得

$$\rho(\hat{\mathbf{R}}_c) = \frac{\mathbf{S}^H \hat{\mathbf{R}}_c^{-1} \mathbf{S}}{\mathbf{S}^H \mathbf{R}_c^{-1} \mathbf{S}} \quad (13)$$

性能损失指标 $\rho(\hat{\mathbf{R}}_c)$ 是 $\hat{\mathbf{R}}_c$ 的函数,取值范围为 $0 \leq \rho(\hat{\mathbf{R}}_c) \leq 1$ 。按照 Reed 等的研究结果^[7],在 K 个样本服从 IID 条件下, $\rho(\hat{\mathbf{R}}_c)$ 服从 beta 分布,概率密度函数为

$$f(\rho) = \frac{K!}{(K-L+1)! (L-2)!} \rho^{K-L+1} (1-\rho)^{L-2} \quad (14)$$

式中, $L = MN$ 是处理器自由度。性能损失指标的期望为

$$E(\rho) = \frac{K+2-MN}{K+1} \quad (15)$$

可见,增大样本量可以减小性能损失。若使平均性能损失不超过 3 dB,即 $E(\rho) \geq 0.5$,则 $K \geq 2MN-3$,样本数约大于等于 2 倍系统自由度,这是混响协方差矩阵估计所需要的最少样本数。不同自由度时的性能损失曲线如图 3 所示。

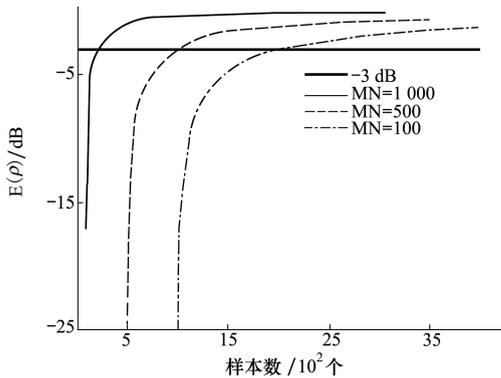


图 3 性能损失曲线

降维、降秩等次最优处理就是通过减小系统自由度达到降低样本需求目的。

3 混响样本的稀疏重构

3.1 空时导向字典设计

由模型(3)稀疏重构混响时,需要密集划分空时平面来设计空时导向字典。

将多普勒频移、入射锥角划分成 $P \times Q$ 个密集

网格,则序号为 (p, q) 的网格对应的空时导向向量为 $\mathbf{S}(f_{dp}, \alpha_q) = \mathbf{S}_t(f_{dp}) \otimes \mathbf{S}_s(\alpha_q)$ 。由空时导向向量构成冗余字典 $\mathbf{D}(\boldsymbol{\Omega}) = \{\mathbf{S}(f_{dp}, \alpha_q)\}_{p=1, q=1}^{P; Q}$,其中 $\boldsymbol{\Omega} = \{f_{dp}, \alpha_q\}_{p=1, q=1}^{P; Q}$ 是多普勒频移、入射锥角组成的集合,则 \mathbf{x} 的空时稀疏表示模型为

$$\mathbf{x} = \sum_{q=1}^Q \sum_{p=1}^P c_{p,q} \mathbf{S}_t(f_{dp}) \otimes \mathbf{S}_s(\alpha_q) = \mathbf{D}(\boldsymbol{\Omega}) \mathbf{c} \quad (16)$$

式中: $c_{p,q}$ 是稀疏分解系数,表示网格上散射波的幅度; \mathbf{c} 是 $PQ \times 1$ 维的稀疏分解系数向量。冗余字典是空时导向向量的扩展形式,每一列 $\mathbf{S}(f_{dp}, \alpha_q)$ 是一个原子,共有 PQ 个原子。不考虑离网格(off-grid)的模型失配问题,空时导向向量集合 $\mathbf{S}(\boldsymbol{\Theta})$ 是冗余字典 $\mathbf{D}(\boldsymbol{\Omega})$ 的子集。

按照模型(3),待检距离环上存在 d 个混响单元和一个目标。当网格密集划分时, $P \times Q \gg d + 1$,因此 \mathbf{c} 中的元素大部分为 0,少量元素不为 0,混响是稀疏的。稀疏分解系数 $c_{p,q}$ 与幅度 A_i 的关系为

$$c_{p,q} = \begin{cases} A_i, & f_{dp} = f_{di}, \alpha_q = \alpha_i \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \quad (17)$$

不为 0 的元素等于混响或回波幅度。稀疏分解系数的平方就是空时二维谱估计。

注意到,前视声呐的混响分布在一个半圆线上,侧视声呐混响分布在一条斜直线上,而运动目标回波的空时参数不在混响分布线上,与混响位置是分离的。根据混响的空时分布特点,若沿着混响分布线设计字典,则该字典只包含混响单元的空时导向向量,而不包含回波空时导向向量。将信号 \mathbf{x} 在这个字典上进行稀疏分解,则混响单元的分解系数就等于该混响幅度。因此,由稀疏分解可重构 RUT 的混响样本。

为此,将声呐工作扇面按照入射锥角等间隔划分为 Q 个角度网格。设第 q 个网格的方位锥角为 α_q ,相应的多普勒频率为 f_{dq} 。在混响分布线上 f_{dq} 是 α_q 的函数,即 $f_{dq} = f_d(\alpha_q)$,因此,沿着混响分布线设计的冗余字典为

$$\mathbf{D}(\boldsymbol{\Omega}) = \{\mathbf{S}(f_{dq}, \alpha_q)\}_{q=1}^Q = \{\mathbf{S}(f_d(\alpha_q), \alpha_q)\}_{q=1}^Q \quad (18)$$

式中, $\boldsymbol{\Omega} = \{f_d(\alpha_q), \alpha_q\}_{q=1}^Q$ 是所有入射锥角组成的集合。冗余字典的每一列 $\mathbf{S}(f_d(\alpha_q), \alpha_q)$ 是一个原子,共有 Q 个原子。将 \mathbf{x} 在这个字典上做稀疏分解,则空时稀疏表示模型为

$$\mathbf{x} = \sum_{q=1}^Q c_q \mathbf{S}_t[f_d(\alpha_q)] \otimes \mathbf{S}_s(\alpha_q) = \mathbf{D}(\boldsymbol{\Omega}) \mathbf{c} \quad (19)$$

式中, c_q 是稀疏分解系数, $\mathbf{c} = [c_1, \dots, c_Q]^T$ 是 $Q \times 1$ 维向量。比较(19)式和(3)式可知,在混响分布线上,当离散网格上存在混响散射体时,稀疏重构系数就等于混响幅度,否则,等于0。

由于待检距离环上只有 d 个混响单元,而网格划分较密时, $Q \gg d$, 因此 \mathbf{c} 中的元素大部分为0,少量元素不为0,混响是稀疏的。

数学上,稀疏重构是一个约束最优化问题。对于空时稀疏表示模型(19),考虑到噪声存在时,稀疏表示的约束优化模型为

$$\min_{\mathbf{c}} \|\mathbf{c}\|_0, \|\mathbf{x} - \mathbf{D}(\boldsymbol{\Omega})\mathbf{c}\|_2^2 < \varepsilon \quad (20)$$

式中: $\|\cdot\|_0$ 是 l_0 范数,表示 \mathbf{c} 中非零元素的个数; ε 是一个很小的量,表示重构精度。因此,稀疏重构就是利用极少观测样本高精度地恢复信号,对于混响的精确表示与恢复具有优势。

由约束优化模型(20)求得系数向量 \mathbf{c} 后,稀疏重构的混响样本为

$$\mathbf{r} = \sum_{q=1}^Q c_q \mathbf{S}_t[f_d(\alpha_q)] \otimes \mathbf{S}_s(\alpha_q) \quad (21)$$

式中, \mathbf{r} 是 $MN \times 1$ 维向量,其中的元素 r_i 是混响瞬时幅度。

由于混响样本是由待检数据重构的,而不依赖于临近的辅助数据,基于这些样本可有效估计 RUT 的协方差矩阵。因此,基于混响稀疏重构的 STAP 不仅适合于混响统计特性不变的情况,也适合于统计特性变化的情况。不仅如此,稀疏重构有降噪能力,可实现混响样本的精确重构。

3.2 混响稀疏重构算法

求解约束优化模型(20),可得混响幅度。但是 l_0 范数是非凸的,采用遍历方法求是一个 NP 难问题。现在,人们已提出许多优秀算法来求解这个问题。本文采用 Pati 的 OMP 算法,这是一个简便、有效的算法。

OMP 是迭代算法。每次迭代都是按最大内积准则在字典中寻找与上次迭代分解产生的残留误差最匹配的原子,并对得到的原子进行正交化处理。

设 $\mathbf{R}^0 \mathbf{x} = \mathbf{x}$, 表示还未分解的残留误差,则第 m 次迭代就是将残留误差 $\mathbf{R}^m \mathbf{x}$ 对 \mathbf{D} 的原子进行正交投影。假设第一次迭代时,原子 \mathbf{S}_0 是最匹配原子,令 $\mathbf{u}_0 = \mathbf{S}_0$ 。第 m 次迭代时, $\mathbf{R}^m \mathbf{x}$ 选择的最匹配原子 \mathbf{S}_m 为

$$|(\mathbf{R}^m \mathbf{x})^T \mathbf{S}_m| \geq \alpha \sup_{m \in \mathcal{I}_\alpha} |(\mathbf{R}^m \mathbf{x})^T \mathbf{S}_m| \quad (22)$$

式中: $0 < \alpha \leq 1$ 是优化因子; \mathcal{I}_α 是原子序号集合。对该原子做 Gram-Schmidt 正交化处理,表示为

$$\mathbf{u}_m = \mathbf{S}_m - \sum_{k=0}^{m-1} \frac{\mathbf{S}_m^T \mathbf{u}_k}{\|\mathbf{u}_k\|^2} \mathbf{u}_k \quad (23)$$

则有

$$\mathbf{R}^m \mathbf{x} = \frac{(\mathbf{R}^m \mathbf{x})^T \mathbf{u}_m}{\|\mathbf{u}_m\|^2} \mathbf{u}_m + \mathbf{R}^{m+1} \mathbf{x} \quad (24)$$

式中, $\mathbf{R}^{m+1} \mathbf{x}$ 是第 m 次迭代后的残留误差。Mallat 和 Zhang 证明了当每步中选择的原子满足最大内积条件时,残留误差能量将按照指数规律衰减。

由正交化表示(23)式得

$$(\mathbf{R}^m \mathbf{x})^T \mathbf{u}_m = (\mathbf{R}^m \mathbf{x})^T \mathbf{S}_m \quad (25)$$

从而可得

$$\mathbf{R}^m \mathbf{x} = \frac{(\mathbf{R}^m \mathbf{x})^T \mathbf{S}_m}{\|\mathbf{u}_m\|^2} \mathbf{u}_m + \mathbf{R}^{m+1} \mathbf{x} \quad (26)$$

此时, $\mathbf{R}^m \mathbf{x}$ 是在向量空间 $\{\mathbf{S}_k\}_{0 \leq k < m}$ 的补空间上投影,投影得到的分解系数 $c_m = (\mathbf{R}^m \mathbf{x})^T \mathbf{S}_m / \|\mathbf{u}_m\|^2$ 。

由于 $\mathbf{R}^m \mathbf{x}$ 与前面选择到的所有原子正交, $\{\mathbf{S}_k\}_{0 \leq k < m}$ 之间是线性独立的,因此可得

$$\mathbf{x} = \sum_{m=0}^{M-1} c_m \mathbf{u}_m + \mathbf{R}^M \mathbf{x} \quad (27)$$

Pati 已经证明,采用 OMP 算法可使得残留误差在有限的迭代次数内减小到零^[9]。

4 混响协方差矩阵估计

4.1 混响的协方差矩阵估计

混响协方差矩阵估计是大样本估计,按照性能损失分析,所需样本数应大于2倍系统自由度。为此,需要建立混响的概率分布模型,产生足够的混响样本。

混响样本是网格上大量散射波的叠加。按照水声学原理,可建立混响瞬时幅度的正态分布模型,即 $\mathbf{r} \sim N(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}^2)$, 其中 $\boldsymbol{\mu}$ 和 $\boldsymbol{\sigma}^2$ 分别是 \mathbf{r} 的均值向量和方差向量, $N(\cdot, \cdot)$ 表示正态分布。混响样本 \mathbf{r} 是 $MN \times 1$ 维随机向量,当空时采样相互独立时,联合概率密度为

$$p(\mathbf{r}) = \prod_{i=1}^{MN} \frac{1}{(2\pi)^{1/2} \sigma_i} \exp\left\{-\frac{(r_i - \mu_i)^2}{2\sigma_i^2}\right\} \quad (28)$$

式中, μ_i, σ_i^2 分别是 \mathbf{r} 中元素的均值和方差。

产生混响样本时,需要估计正态分布模型的参数。实际应用时,可对阵列信号进行高速采样,然后

使用待检数据中的降采样数据来稀疏重构混响样本,并采用这些重构样本估计正态模型参数。

假设由 K 组降采样数据重构的混响样本为 r_i , 那么, 概率模型中均值和方差参数的最大似然估计为

$$\mu_i = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K r_i \quad (29)$$

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K (r_i - \mu_i)^2 \quad (30)$$

有了混响的正态模型, 计算机仿真容易产生足够的高斯样本。

4.2 小样本时的对角加载

混响样本数较少时, 其协方差矩阵估计对于 STAP 性能有较大影响。采用对角加载可改善协方差矩阵估计的性能。

将 \hat{R}_c 的特征值记为 $\hat{\lambda}_i, i = 1, \dots, L$, 相应特征向量为 \hat{v}_i , 噪声的特征值记为 $\hat{\lambda}_{\min}$, 则最优权向量可表示为

$$w_{\text{opt}} = \frac{\mu}{\hat{\lambda}_{\min}} \left[S - \sum_{i=1}^L \left(\frac{\hat{\lambda}_i - \hat{\lambda}_{\min}}{\hat{\lambda}_i} \right) \hat{v}_i^H S \hat{v}_i \right] \quad (31)$$

在样本数较多的理想情况下, 小特征值 $\hat{\lambda}_{\min}$ 等于噪声功率 σ_n^2 , 但在有限样本时, \hat{R}_c 的小特征值在真实值 σ_n^2 附近波动将使权向量发生变化, 影响处理性能。在实际情况中, 样本数受限时, 采用对角加载减小 $\hat{\lambda}_{\min}$ 的波动。加载协方差矩阵估计为

$$\hat{R}_{\text{Load}} = \hat{R}_c + \sigma_L^2 I \quad (32)$$

式中, σ_L^2 为对角加载量。对角加载相当于增大了噪声, 对处理器的抗混响性能带来损失。一般情况下, 对角加载量范围为 $\sigma_n^2 \leq \sigma_L^2 \leq 10\sigma_n^2$ 。

5 计算机仿真

分别采用声呐前视阵和侧视阵来验证本文方法的正确性, 并与采用辅助数据的传统空时最优滤波器进行性能比较。

仿真参数: 设前视阵和侧视阵都是均匀线列阵, 阵元数为 14, 半波长布阵。高频窄带脉冲宽度为 5 ms。平台速度约为 25.72 m/s。设待检数据包含有回波、混响和噪声, 而辅助数据只有混响和噪声。

按照单元散射模型对待检测距离单元和邻近距离单元的混响建模。将入射锥角等间隔划分, 间隔为 5° , 共 37 个散射单元。混响幅度服从高斯分布,

信混比 -10 dB, 信噪比 20 dB。

目标在前视阵中方位角 10° , 速度约为 6.17 m/s, 目标在侧视阵中方位角 40° , 速度约为 6.17 m/s。

本文方法和传统空时最优滤波器的方位搜索步长 1° , 多普勒搜索步长 1 Hz。

仿真实验 1: 空时二维谱估计

图 4 是空时二维谱估计比较。图 4a) 至 4b) 分别是前视阵信号的傅氏空时谱估计和稀疏重构空时谱估计。图 4c) 至 4d) 分别是侧视阵信号的傅氏空时谱估计和稀疏重构空时谱估计。冗余字典的网格间隔参数为 $1^\circ \times 1$ Hz。

在空时平面, 混响分布在多普勒频移与入射锥角余弦确定的曲线上, 前视阵的混响分布曲线是半圆, 侧视阵是斜直线。目标回波的空时位置与混响是分离的。傅氏空时谱估计的分辨率低, 不能分辨目标与混响分布线, 而稀疏重构空时谱估计的方位分辨率突破瑞利限, 频率分辨率突破傅立叶分辨率, 分辨性能优于傅氏空时谱, 清楚地分辨出了目标与混响分布线。

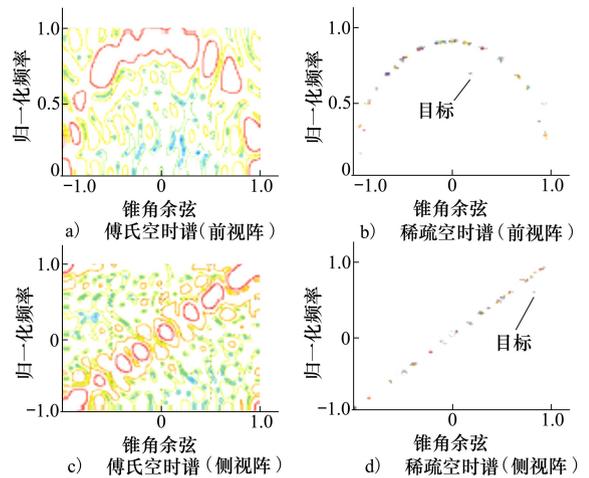


图 4 空时二维谱估计比较

仿真实验 2: 空时自适应处理比较

图 5 是前视阵列的空时自适应处理结果比较, 比较了本文方法与传统空时最优滤波器的性能。其中本文方法采用待检数据稀疏重构混响样本, 冗余字典的网格间隔参数为 1° , 传统方法采用辅助数据作为混响样本。图 5a) 是 2 类方法混响协方差矩阵估计的特征值比较, 协方差矩阵估计均采用了对角加载技术, 加载量取噪声功率。曲线明显下降之前的部分是混响特征值, 之后是噪声特征值。图 5b)

是传统方法的空时响应。图 5c) 是本文方法的空时响应。图 5d) 是改善因子比较。

从特征值来看,稀疏重构的降噪作用减小了混响样本中的噪声成分,使得 R_c 中描述噪声的特征值很小,这有助于减小噪声对 STAP 的影响。传统方法以辅助数据作为混响样本,含有较大的噪声, R_c 中的噪声特征值也较大。从空时响应看,2 类方法均在混响的半圆分布位置出现深凹槽,表现出良好的抗混响性能。但本文方法的凹槽更深,性能更优。

再从 I_r 来看,改善因子在混响多普勒频移位置有一凹槽,表示了方法的混响抑制性能,凹槽越深,抗混响性能越好。本文方法以较高的精度稀疏重构

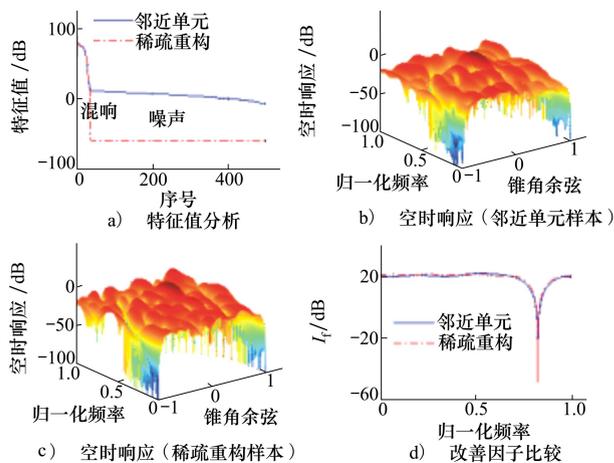


图 5 前视阵的空时自适应处理比较

了混响样本,其 I_r 凹槽平均值比传统方法降低约 10 dB,具有更强的抗混响能力。

图 6 是侧视阵列的空时自适应处理结果比较,其中的混响样本获取方法、冗余字典网格间隔参数与前视阵列情况相同。图 6a) 是混响协方差矩阵估计的特征值比较。图 6b) 是传统方法的空时响应。图 6c) 是本文方法的空时响应。图 6d) 是改善因子比较。

同样,本文方法重构的混响样本中含有较小的噪声,描述噪声的特征值较小,空时响应在混响分布位置的凹槽更深, I_r 凹槽平均值比传统方法降低约 10 dB,表现出更强的抗混响能力。

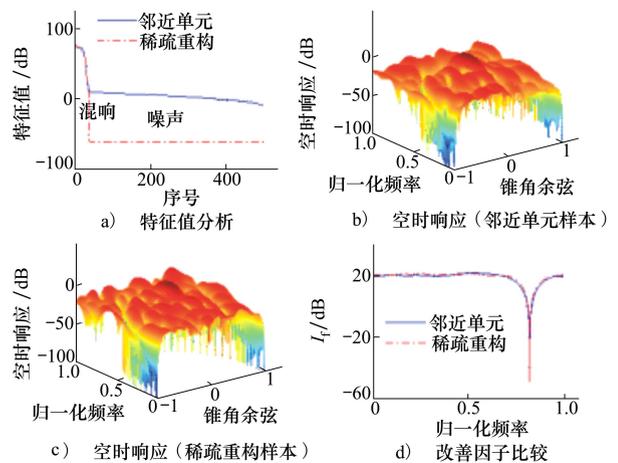


图 6 侧视阵的空时自适应处理比较

6 结论

本文采用稀疏分解来重构 STAP 的混响样本,以较高的精度从待检数据中重构了混响样本,并基于混响模型的先验信息生成足够数量的样本来估计

混响协方差矩阵,改善了 STAP 的抗混响性能。由于从待检数据来重构混响样本,而不是依赖于邻近 RUT 的辅助数据,在混响统计特性变化的海底环境中也具有较大应用前景。

声呐前视阵列和侧视阵列的计算机仿真结果验证了本文方法的性能。

参考文献:

- [1] BRENNAN L E, REED I S. Theory of Adaptive Radar[J]. IEEE Trans on AES, 1973, 9(2): 237-252
- [2] KLEMM R. Detection of Slow Targets by a Moving Active Sonar[J]. Acoustic Signal Processing for Ocean Exploration, 1993, 388(5): 165-170
- [3] 詹昊可,蔡志明,苑秉成. 鱼雷声呐空时自适应混响抑制方法[J]. 武汉理工大学学报, 2007, 31(6): 947-950
ZHAN Haoke, CAI Zhiming, YUAN Bingcheng. Space-Time Adaptive Reverberation Suppression in Active Sonar of Torpedo [J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2007, 31(6): 947-950 (in Chinese)
- [4] 赵申东,周田宰,沈建森. STAP 抗混响辅助样本的选取方法[J]. 鱼雷技术, 2016, 24(6): 417-421

- ZHAO Shendong, ZHOU Tianzai, SHEN Jiansen. Selection of Auxiliary Samples for Reverberation Suppression via STAP[J]. *Torpedo Technology*, 2016, 24(6): 417-421 (in Chinese)
- [5] 郝程鹏, 施博, 闫晟, 等. 主动声纳混响抑制与目标检测技术[J]. *科技导报*, 2017, 35(20): 102-108
- HAO Chengpeng, SHI Bo, YAN Sheng, et al. Reverberation Suppression and Target Detection for Active Sonar[J]. *Science & Technology Review*, 2017, 35(20): 102-108 (in Chinese)
- [6] WEI M Y, SHI B, HAO C P, et al. A Novel Weak Target Detection Strategy for Moving Active Sonar[C]//2018 Oceans-MTS/IEEE Kobe Techno-Oceans, Japan, 2018
- [7] REED I S, MALLETT J D, BRENNAN L E. Rapid Convergence Rate in Adaptive Arrays[J]. *IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems*, 1974, 10(6): 853-863
- [8] MALLAT S, ZHANG Z. Matching Pursuit with Time-Frequency Dictionaries[J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 1993, 41(12): 3397-3415
- [9] PATI Y C, REZAIIFAR R, KRISHNAPRASAD P S. Orthogonal Matching Pursuit: Recursive Function Approximation with Applications to Wavelet Decomposition[C]//Proceedings of 27th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, USA, 1993: 1-5
- [10] CHEN S S, DONOHO D L, SAUNDERS M A. Atomic Decomposition by Basis Pursuit[J]. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 1998, 20(1): 33-61
- [11] CANDÉS E J. Compressive Sampling[C]//Proceedings of the International Congress of Mathematicians, 2006: 1433-1452
- [12] CANDÉS E J, ROMBERG J, TAO T. Robust Uncertainty Principles: Exact Signal Reconstruction from Highly Incomplete Frequency Information[J]. *IEEE Trans on Information Theory*, 2006, 52(2): 489-509
- [13] CANDÉS E J, TAO T. Near-Optimal Signal Recovery from Random Projections: Universal Encoding Strategies[J]. *IEEE Trans on Information Theory*, 2006, 52(12): 5406-5425
- [14] YANG Z C, DE LAMARE R C, LIU W J. Sparsity-Based STAP Using Alternating Direction Method with Gain/Phase Errors[J]. *IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems*, 2017, 53(6): 2756-2768
- [15] SUN Y Z, YANG X P, TENG L, et al. Robust Sparse Bayesian Learning STAP Method for Discrete Interference Suppression in Nonhomogeneous Clutter[C]//IEEE Radar Conference, USA, 2017: 1003-1008
- [16] FENG W K, GUO Y D, ZHANG Y S, et al. Airborne Radar Space Time Adaptive Processing Based on Atomic Norm Minimization[J]. *Signal Processing*, 2018, 148: 31-40
- [17] TUUK P B, MARPLE L. Compressed Sensing Radar Amid Noise and Clutter[C]//IEEE Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, USA, 2012: 446-450
- [18] YANG Z C, LI X, WANG H Q, et al. Adaptive Clutter Suppression Based on Iterative Adaptive Approach for Airborne Radar[J]. *Signal Processing*, 2013, 93(2): 3567-3577
- [19] GAO Z Q, TAO H H. Robust STAP Algorithm Based on Knowledge Aided SR for Airborne Radar[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2017, 11(2): 321-329
- [20] LI Z H, ZHANG Y H, HE X Y, et al. Low-Complexity Off-Grid STAP Algorithm Based on Local Search Clutter Subspace Estimation[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2018, 15(12): 1862-1866
- [21] 阳召成, 黎湘, 王宏强. 基于空时功率谱稀疏性的空时自适应处理技术研究进展[J]. *电子学报*, 2014, 42(6): 1194-1204
- YANG Zhaocheng, LI Xiang, WANG Hongqiang. An Overview of Space-Time Adaptive Processing Technology Based on Sparsity of Space-Time Power Spectrum[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2014, 42(6): 1194-1204 (in Chinese)
- [22] 段克清, 袁华东, 许红, 等. 稀疏恢复空时自适应处理技术研究综述[J]. *电子学报*, 2019, 47(3): 748-756
- Duan Keqing, Yuan Huadong, Xu Hong, et al. An Overview on Sparse Recovery Space-Time Adaptive Processing Technique[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2019, 47(3): 748-756 (in Chinese)

A Space-Time Adaptive Processing Method Based on Sparse Reconstruction of Reverberation Interference

KOU Siwei, FENG Xi'an, HUANG Hui, BI Yang

(School of Marine Science and Technology, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: Aiming at the problem of how to obtain reverberation samples and estimate their covariance matrix in the space-time adaptive processing (STAP) of sonar system, a new space-time adaptive processing method is proposed based on sparse reconstruction of reverberation in this paper. Firstly, according to the space-time distribution characteristics of reverberation received by moving platform sonar, a space-time steering dictionary for sparse reconstruction of reverberation is designed along the relation curve between Doppler frequency shift and incident cone angle cosine of the reverberation unit. Then, a reverberation sample in the range cell under test (RUT) is reconstructed with high precision by sparse decomposition of signals obtained from the sonar array in the space-time steering dictionary. Finally, based on the prior information of reverberation probability distribution model, a sufficient number of reverberation samples are generated to meet the requirement of performance loss index on reverberation sample size in the space-time adaptive processing, so as to correctly obtain estimation of the covariance matrix of reverberation. This method can reconstruct the reverberation samples and estimate the reverberation covariance matrix directly from the data in RUT without relying on the auxiliary data from units adjacent to the RUT. Therefore, it is not only suitable for the environment with constant reverberation statistical characteristics, but also suitable for the environment with varying statistical characteristics. Simulation results of sonar forward-looking array and side-looking array indicate that the improvement factor of the proposed method is about 10dB lower than the traditional space-time adaptive processing method. So this new STAP method has good anti-reverberation performance.

Keywords: sonar system; space-time adaptive processing; sparse reconstruction; reverberation samples; reverberation covariance matrix; range cell under test; simulation