

基于 FSK-PSK 复合调制的弹载雷达 抗转发干扰波形优化技术

费智婷^{1,2}, 赵民², 张劲东³, 李晨³, 朱晓华¹

(1.南京理工大学 电子工程与光电技术学院, 江苏 南京 210094; 2.中国运载火箭技术研究院, 北京 100076;
3.南京航空航天大学 电子信息工程学院, 江苏 南京 210016)

摘 要:针对弹载雷达波形易受末制导过程中转发干扰影响的问题,提出了一种基于频移键控(FSK)和相移键控(PSK)复合调制的抗干扰波形优化算法。分析了 FSK-PSK 复合调制信号的模型函数,在转发干扰模型基础上构建了脉内切片转发式干扰抑制模型,基于子脉冲正交性设计了基于交替方向乘子法(ADMM)的脉内 PSK 调制优化算法。仿真结果表明,与 PSK 信号相比,调制优化的 FSK-PSK 信号脉内子脉冲正交性提升约 10 dB,能够有效抑制脉内转发干扰。

关 键 词:复合调制波形;脉内切片转发;波形优化;交替方向乘子法

中图分类号:TN958.6

文献标志码:A

文章编号:1000-2758(2022)01-0125-09

电子对抗技术的迅速发展对末制导的探测能力提出了更高的要求^[1]。目前弹载雷达的探测波形普遍较为简单,极易受到敌方的侦收和转发。因此,提高弹载雷达的波形复杂度,使其具备良好的低截获和抗干扰性能,具有重要的实际应用价值。

频移键控(FSK)和相移键控(PSK)的调制形式^[2]目前普遍运用于各类雷达系统中,FSK-PSK 的复合调制形式具有更高的复杂度,增加了干扰机截获的难度,具有更高的抗干扰能力。文献[3-4]从模糊函数、自相关函数等角度对 FSK、PSK 以及 FSK-PSK 复合调制信号进行了分析和比较,FSK-PSK 信号的自相关函数主副瓣比优于 FSK 信号,并且编码序列长度越长,信号性能越优异。文献[5-7]从模糊函数、低截获性能等方面进行了分析。FSK-PSK 信号比 FSK 和 PSK 信号具有更大的时宽带宽积和更佳的低截获性能。文献[8]利用 Frank 码调制相位编码信号、Costas 码调制跳频编码信号,得到了一种新型 FSK-PSK 信号并对其进行较为细致的研究。文献[9-10]研究了混沌码与线性调频复合调制信号抗转发干扰的性能。

转发干扰,尤其是脉冲转发干扰^[11],使得导引

头无法利用脉间的正交性进行干扰对抗。本文从转发干扰波形优化角度对 FSK-PSK 复合调制信号进行研究,在转发干扰模型基础上构建了脉内切片转发式干扰抑制模型,基于子脉冲正交性设计了基于交替方向乘子法(ADMM)的脉内 PSK 调制优化算法。

FSK-PSK 复合调制信号是一种硬件上比较好实现的典型信号形式。相比线性调频信号,弹载雷达能够利用优化 FSK-PSK 波形进一步提升对转发干扰的抑制能力,因此具有重要的工程应用前景。

1 FSK-PSK 复合调制雷达信号分析

1.1 FSK-PSK 复合调制信号模型

FSK-PSK 复合调制信号是通过脉内相位编码、脉间捷变频的方式进行调制的,即将一个宽脉冲分割为若干个彼此相接的子脉冲,利用跳频编码序列对子脉冲进行调制。然后利用相位编码序列对每个子脉冲进行调制,传统方法中每个子脉冲的相位编码序列是相同的,这样简单形式的信号已不足以应对现代日益发展的雷达电子对抗技术,因此,为了提

高信号的复杂程度和信号脉内的隔离度,本文利用不同的相位编码序列对子脉冲进行调制。图 1 显示了 FSK-PSK 信号的部分形式。

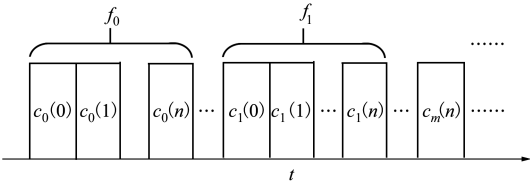


图 1 FSK-PSK 信号波形示意图

图中 f_m 表示第 m 个子脉冲的跳频,若子脉冲的相位编码序列长度为 N ,那么第 m 个子脉冲内的相位编码序列为 $c_m(n) = e^{j2\pi \frac{k_m(n)}{K}}$, $n = 0, 1, \dots, N - 1$,其中 $k_m(n) \in [0, 1, \dots, K - 1]$, K 表示离散相位个数。

设 FSK-PSK 复合调制信号的总脉冲宽度为 T ,共有 M 个子脉冲,那么子脉冲宽度 $T_c = T/M$,这样 FSK-PSK 复合调制信号可用(1)式表示

$$u_{\text{FSK-PSK}}(t) = \sum_{m=0}^{M-1} v_m(t - mT_c), \quad 0 \leq t \leq T \quad (1)$$

式中, $v_m(t)$ 为第 m 个子脉冲信号,可写为

$$v_m(t) = e^{j2\pi f_m t} \sum_{n=0}^{N-1} c_m(n) p_n(t) \quad (2)$$

式中, $f_m = \frac{\sigma_m}{T_p}$, $m = 0, 1, \dots, M - 1$, $\sigma_m \in N_+$ 为跳频系数,而 $p_n(t)$ 是宽度为 $T_p = \frac{T_c}{N}$ 的理想矩形脉冲。

相位编码信号的频谱表达式,推导可得到^[11]

$$V_m(f) = \text{sinc}[(f - f_m)T_p] e^{-j\pi(f - f_m)T_p} \left[\sum_{n=0}^{N-1} c(n) e^{-j2\pi n T_p} \right] \quad (3)$$

因此,FSK-PSK 信号的频谱表达式可写为

$$U_{\text{FSK-PSK}}(f) = \sum_{m=0}^{M-1} V_m(f) e^{-j2\pi m T_c} \quad (4)$$

FSK-PSK 信号带宽 $B_{\text{FSK-PSK}}$ 与 FSK 信号带宽 B_{PSK} 相近,即

$$B_{\text{FSK-PSK}} \approx |f_H - f_L| + \frac{1}{T_p} \quad (5)$$

若 FSK-PSK 信号中的跳频系数 σ_m 是一串可连续的正整数,则

$$B_{\text{FSK-PSK}} = \frac{N}{T_p} = N\Delta f \quad (6)$$

可得到 FSK-PSK 信号的模糊函数表达式

$$\chi_{\text{FSK-PSK}}(\tau, \zeta) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{M-1} \chi_{m,l}(\tau, \zeta) \quad (7)$$

式中: m, l 表示频点对应的子脉冲; $(l - m - 1)T_c \leq \tau \leq (l - m + 1)T_c$, 且有

$$\begin{aligned} \chi_{m,l}(\tau, \zeta) &= \int_{-\infty}^{\infty} v_m(t - mT_c) v_l^*(t + \tau - lT_c) e^{j2\pi \zeta t} dt = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{j2\pi f_m t} \sum_{n=0}^{N-1} c_m(n) p_n(t - mT_c) e^{-j2\pi f_l(t + \tau)} \cdot \\ &\quad \sum_{r=0}^{N-1} c_l^*(r) p_r(t + \tau - lT_c) e^{j2\pi \zeta t} dt = \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{r=0}^{N-1} c_m(n) c_l^*(r) e^{-j2\pi f_l \tau} \chi_{m,n,l,r}(\tau, \zeta) \end{aligned} \quad (8)$$

式中, n, r 表示相位编码的对应序号

$$\chi_{m,n,l,r}(\tau, \zeta) =$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} p_n(t - mT_c) p_r(t + \tau - lT_c) e^{j2\pi(f_m - f_l + \zeta)t} dt \quad (9)$$

当 $|\tau + (n - r)T_p + (m - l)T_c| \leq T_p$ 时, (9) 式化简可得

$$\begin{aligned} \chi_{m,n,l,r}(\tau, \zeta) &= \\ &= [T_p - |\tau + (n - r)T_p + (m - l)T_c|] \\ &\quad e^{j\pi(f_m - f_l + \zeta)[(n+r+1)T_p + (m+l)T_c - \tau]} \times \\ &\quad \text{sinc}\{(f_m - f_l + \zeta)[T_p - \\ &\quad |\tau + (n - r)T_p + (m - l)T_c|]\} \end{aligned} \quad (10)$$

1.2 FSK-PSK 复合调制信号仿真分析

取脉冲宽度 $T = 2 \mu\text{s}$, 码元宽度 $T_p = 0.1 \mu\text{s}$, 采用跳频系数 $\sigma_m = \{1, 3, 2, 4\}$ 编码跳频编码序列, 相位编码序列等同于跳频编码序列, 则 FSK-PSK 信号模糊函数如图 2 所示。

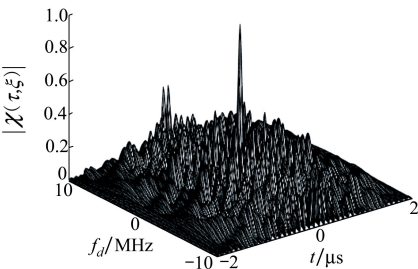


图 2 FSK-PSK 信号模糊函数图

令时延 $\tau = 0$, FSK-PSK 信号模糊函数可转换为距离模糊函数; 令多普勒频移 $\zeta = 0$, FSK-PSK 信号模糊函数转换为其速度模糊函数。图 3 所示为图 2 切割之后的距离、速度模糊函数图。

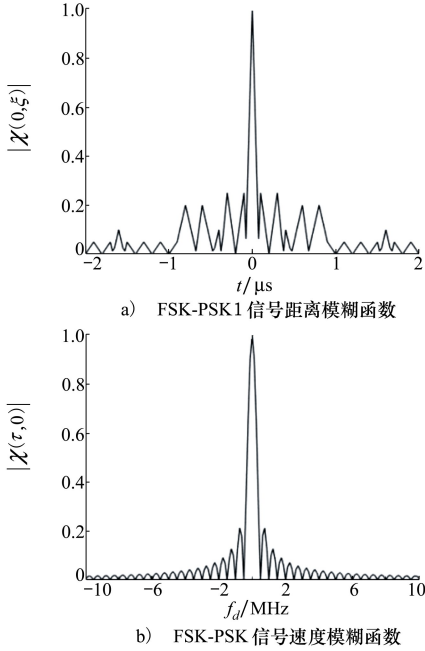


图 3 FSK-PSK 信号距离与速度模糊函数图

FSK-PSK 信号在速度维的主峰幅度同样可直接利用速度模糊函数表示,即

$$|\chi_{\text{FSK-PSK}}(0, \xi)| = |\text{sinc}(\xi T)| \quad (11)$$

因此,FSK-PSK 复合调制信号多普勒敏感,其多普勒容限和单一的 FSK 信号和 PSK 信号是相同的。

$$DT_{\text{FSK-PSK}} = \frac{0.443}{T} \quad (12)$$

2 脉内切片转发式干扰抑制模型

2.1 脉内切片转发式模型

敌方干扰机产生脉内切片转发式干扰的时序模型如图 4 所示^[11]。干扰机在时域按照采样周期截获部分雷达信号,生成截获信号,可视为雷达信号与采样周期为 T_p 且宽度为 τ_0 的理想矩形脉冲相乘,从而获得脉内切片信号。切片信号经功率放大、延时转发处理后生成脉内切片转发式干扰信号。雷达在接收到脉内转发切片干扰信号后,由于转发干扰具有相参性,形成多个欺骗假目标。

对于切片信号宽度等于 FSK-PSK 脉内子脉冲信号宽度的特定切片转发式干扰,可利用脉内子脉冲正交波形来抑制^[12-14]。

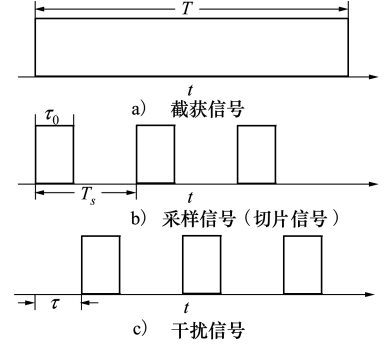


图 4 切片转发式干扰模型示意图

2.2 脉内切片转发式干扰抑制模型

设一个码元内采样 N_s 点,则采样周期为 $T_s = T_p/N_s$,单个子脉冲信号内总采样点数 $N' = N \cdot N_s$ 。将(2)式重写为

$$u_m(t) = e^{j2\pi f_m t} \sum_{n=0}^{N'-1} c'_m(n) p'_n(t), \quad 0 \leq t \leq T_c \quad (13)$$

式中: $c'_m = [\underbrace{c_m(0), \dots, c_m(0)}_{N_s}, \underbrace{c_m(1), \dots, c_m(1)}_{N_s}, \dots, \underbrace{c_m(N-1), \dots, c_m(N-1)}_{N_s}]$ 表示采样后的第 m 个子

脉冲信号的相位编码序列; $p'_n(t)$ 表示宽度为 T_s 的理想矩形脉冲。

将子脉冲信号表达式(13)代入相关函数定义式

$$\begin{aligned} \chi_{ml}(\tau) &= \int_{-\infty}^{+\infty} e^{j2\pi f_m t} \sum_{n=0}^{N'-1} c'_m(n) p'_n(t) \cdot \\ &\quad e^{-j2\pi f_l(t+\tau)} \sum_{r=0}^{N'-1} c'_l(r) p'_r(t+\tau) dt = \\ &\quad e^{-j2\pi f_l \tau} \sum_{n=0}^{N'-1} \sum_{r=0}^{N'-1} c'_m(n) c'_l(r) \cdot \\ &\quad \int_{-\infty}^{+\infty} p'_n(t) p'_r(t+\tau) e^{j2\pi(f_m - f_l)t} dt \end{aligned} \quad (14)$$

取 $\tau = kT_s$, $-(N'-1) \leq k \leq N'-1$, 则(14)式可转变为

$$\begin{aligned} \chi_{ml}(kT_s) &= e^{j\pi \frac{\sigma_m - (2k+1)\sigma_l}{N_s}} \text{sinc}\left(\frac{\sigma_m - \sigma_l}{N_s}\right) \cdot \\ &\quad \sum_{n=0}^{N'-1} c'_m(n) c'_l(n+k) e^{j2\pi n \frac{\sigma_m - \sigma_l}{N_s}} \end{aligned} \quad (15)$$

将 $\chi_{ml}(kT_s)$ 简写为 $\chi_{ml}(k)$, 定义

$$\mathbf{H}_{ml,k} = \xi_{ml,k} \cdot \mathbf{J}_k \cdot \mathbf{D}_{ml} \quad (16)$$

$$\mathbf{D}_{ml} = \text{diag}\left(e^0, e^{j2\pi \frac{\sigma_m - \sigma_l}{N_s}}, \dots, e^{j2\pi(N'-1) \frac{\sigma_m - \sigma_l}{N_s}}\right) \quad (17)$$

$$\xi_{ml,k} = e^{j\pi \frac{\sigma_m - (2k+1)\sigma_l}{N_s}} \text{sinc}\left(\frac{\sigma_m - \sigma_l}{N_s}\right) \quad (18)$$

那么 FSK-PSK 脉内子脉冲信号的互相关函数的离散形式可表示为

$$\chi_{ml}(k) = \mathbf{c}_l'^H \mathbf{H}_{ml,k} \mathbf{c}_m', \quad -(N' - 1) \leq k \leq N' - 1 \quad (19)$$

当 $m = l$ 时, (19) 式表示子脉冲信号的自相关函数的离散形式

$$\chi_m(k) = \mathbf{c}_m'^H \mathbf{H}_{m,k} \mathbf{c}_m' \quad -(N' - 1) \leq k \leq N' - 1 \quad (20)$$

式中, $\mathbf{H}_{m,k} = e^{-2j\pi k \frac{\sigma_m}{N_s}} \cdot \mathbf{J}_k$ 。

为了提高 FSK-PSK 脉内子脉冲信号的正交性, 可将优化模型描述为: 以脉内子脉冲信号的自相关函数副瓣电平、互相关函数电平加权的最小化为准则, 固定跳频编码序列以离散相位编码序列为优化变量, 对 FSK-PSK 信号进行优化设计。目标函数可表示为

$$\delta = \alpha \sum_m \sum_{k \in \Psi} |\chi_m(k)|^2 + (1 - \alpha) \sum_{m \neq l} \sum_{k \in \Phi} |\chi_{ml}(k)|^2 \quad (21)$$

式中: $\Psi = [k | N_s \leq |k| \leq N' - 1]$ 表示自相关的副瓣范围; $\Phi = [k | 0 \leq |k| \leq N' - 1]$ 表示互相关函数范围; $\alpha \in [0, 1]$ 为加权系数, 当 $\alpha = 1$ 时, 目标函数只考虑抑制自相关函数的副瓣, 而 $\alpha = 0$ 时, 目标函数只考虑抑制互相关函数。

3 抗转发干扰波形优化

3.1 ADMM 算法

ADMM 算法解决的是 2 个变量下的优化问题, 它的方法框架结构是可分的, 通过分解原优化问题交替求解 2 个较易解决的子问题的方式, 就可以减小问题的规模^[15]。在求解过程中, 将 l_1 范数中的变量进行替换形成 $l_1 + l_2$ 的形式, 然后逐次求解, 使问题得到解决。文献[16-20]体现该方法在雷达波形优化方面降低复杂度的优势。

ADMM 框架的基本模型为

$$\begin{aligned} \min \quad & f(\mathbf{x}) + g(\mathbf{z}) \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{Ax} + \mathbf{Bz} = \mathbf{c} \end{aligned} \quad (22)$$

将(22)式写成增广拉格朗日函数, ρ 为惩罚项系数, 有

$$L_\rho(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \boldsymbol{\lambda}) = f(\mathbf{x}) + g(\mathbf{z}) + \boldsymbol{\lambda}^T (\mathbf{Ax} + \mathbf{Bz} - \mathbf{c}) +$$

$$\frac{\rho}{2} \|\mathbf{Ax} + \mathbf{Bz} - \mathbf{c}\|^2 \quad (23)$$

则 ADMM 更新公式为

$$\mathbf{x}^{(t+1)} = \underset{\mathbf{x}}{\text{argmin}} L_\rho(\mathbf{x}, \mathbf{z}^{(t)}, \boldsymbol{\lambda}^{(t)})$$

$$\mathbf{z}^{(t+1)} = \underset{\mathbf{z}}{\text{argmin}} L_\rho(\mathbf{x}^{(t+1)}, \mathbf{z}, \boldsymbol{\lambda}^{(t)})$$

$$\boldsymbol{\lambda}^{(t+1)} = \boldsymbol{\lambda}^{(t)} + \rho(\mathbf{Ax}^{(t+1)} + \mathbf{Bz}^{(t+1)} - \mathbf{c}) \quad (24)$$

设置一个较小的正数 δ 作为收敛门限, 当 $\|\mathbf{x}^{(t+1)} - \mathbf{z}^{(t+1)}\| < \delta$ 时即认为原问题收敛。

3.2 基于 ADMM 的抗转发切片波形优化算法

利用 ADMM 架构嵌套拟牛顿法优化 FSK-PSK 脉内子脉冲信号的自相关函数副瓣电平、互相关函数电平, 使两者加权和最小化。优化问题为

$$\begin{aligned} \min_c \quad & \alpha \sum_m \sum_{k \in \Psi} |\chi_m(k)|^2 + (1 - \alpha) \sum_{m \neq l} \sum_{k \in \Phi} |\chi_{ml}(k)|^2 \\ \text{s.t.} \quad & c_m(n) = e^{j2\pi \frac{k_m(n)}{K}} \quad n = 0, 1, \dots, N - 1; \\ & m = 0, 1, \dots, M - 1; k_m(n) \in [0, 1, \dots, K - 1] \end{aligned} \quad (25)$$

(25) 式可转换为

$$\begin{aligned} \min_c \quad & \alpha \sum_m \sum_{k \in \Psi} |\mathbf{c}_m'^H \mathbf{H}_{m,k} \mathbf{c}_m'|^2 + (1 - \alpha) \sum_{m \neq l} \sum_{k \in \Phi} |\mathbf{c}_l'^H \mathbf{H}_{ml,k} \mathbf{c}_m'|^2 \\ \text{s.t.} \quad & c_m(n) = e^{j2\pi \frac{k_m(n)}{K}} \quad n = 0, 1, \dots, N - 1; \\ & m = 0, 1, \dots, M - 1; k_m(n) \in [0, 1, \dots, K - 1] \end{aligned} \quad (26)$$

在问题(26)中引入辅助变量 $\mathbf{z}$ 和约束条件 $\mathbf{c} = \mathbf{z}$, 即

$$\begin{aligned} \min_c \quad & \alpha \sum_m \sum_{k \in \Psi} |\mathbf{c}_m'^H \mathbf{H}_{m,k} \mathbf{c}_m'|^2 + (1 - \alpha) \sum_{m \neq l} \sum_{k \in \Phi} |\mathbf{c}_l'^H \mathbf{H}_{ml,k} \mathbf{c}_m'|^2 \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{c} = \mathbf{z} \\ & z_m(n) = e^{j2\pi \frac{k_m(n)}{K}}, \quad n = 0, 1, \dots, N - 1; \\ & m = 0, 1, \dots, M - 1; k_m(n) \in [0, 1, \dots, K - 1] \end{aligned} \quad (27)$$

问题(26)和问题(27)等价。根据(27)式写出增广拉格朗日方程

$$\begin{aligned} L_\rho(\mathbf{c}, \mathbf{z}, \boldsymbol{\lambda}) = & \alpha \sum_m \sum_{k \in \Psi} |\mathbf{c}_m'^H \mathbf{H}_{m,k} \mathbf{c}_m'|^2 + (1 - \alpha) \sum_{m \neq l} \sum_{k \in \Phi} |\mathbf{c}_l'^H \mathbf{H}_{ml,k} \mathbf{c}_m'|^2 + \\ & \boldsymbol{\lambda}^T (\mathbf{c} - \mathbf{z}) + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{c} - \mathbf{z}\|^2 \end{aligned}$$

$$\lambda_r^T \text{Re}(\mathbf{c} - \mathbf{z}) + \lambda_i^T \text{Im}(\mathbf{c} - \mathbf{z}) + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{c} - \mathbf{z}\|^2 \quad (28)$$

记 $\mathbf{u} = (\lambda_r + j\lambda_i)/\rho$, 则(28) 式可写为

$$L_\rho(\mathbf{c}, \mathbf{z}, \mathbf{u}) = \alpha \sum_m \sum_{k \in \Psi} |\mathbf{c}_m^H \mathbf{H}_{m,k} \mathbf{c}'_m|^2 + (1 - \alpha) \cdot \sum_{m \neq l} \sum_{k \in \Phi} |\mathbf{c}_l^H \mathbf{H}_{ml,k} \mathbf{c}'_m|^2 + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{c} - \mathbf{z} + \mathbf{u}\|^2 - \frac{\rho}{2} \|\mathbf{u}\|^2 \quad (29)$$

记 $\mathbf{c}^{(t)}$ 为第 t 次 ADMM 迭代后的 $\mathbf{c}$ 值($\mathbf{z}$ 和 $\mathbf{u}$ 相应的记为 $\mathbf{z}^{(t)}, \mathbf{u}^{(t)}$), 给定初值 $\mathbf{c}^{(0)}, \mathbf{z}^{(0)}, \mathbf{u}^{(0)}$ 则该问题的求解可按照如下步骤进行:

1) 更新变量 $\mathbf{c}$, 此时变量 $\mathbf{z}^{(t)}, \mathbf{u}^{(t)}$ 被看作已知量

$$\begin{aligned} \mathbf{c}^{(t+1)} = \underset{\mathbf{c}}{\text{argmin}} & \alpha \sum_m \sum_{k \in \Psi} |\mathbf{c}_m^H \mathbf{H}_{m,k} \mathbf{c}'_m|^2 + \\ & (1 - \alpha) \sum_{m \neq l} \sum_{k \in \Phi} |\mathbf{c}_l^H \mathbf{H}_{ml,k} \mathbf{c}'_m|^2 + \\ & \frac{\rho}{2} \|\mathbf{c} - \mathbf{z}^{(t)} + \mathbf{u}^{(t)}\|^2 \end{aligned} \quad (30)$$

该问题为无约束最优化问题, 可使用拟牛顿法求解, 首先需将复数形式的目标函数转化为实数形式, 设

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{c}}_m &= [\text{Re}(\mathbf{c}_m^T) \quad \text{Im}(\mathbf{c}_m^T)]^T \\ \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} \text{Re}(\mathbf{H}) & -\text{Im}(\mathbf{H}) \\ \text{Im}(\mathbf{H}) & \text{Re}(\mathbf{H}) \end{bmatrix} \\ \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} \text{Im}(\mathbf{H}) & \text{Re}(\mathbf{H}) \\ -\text{Re}(\mathbf{H}) & \text{Im}(\mathbf{H}) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

则有

$$|\mathbf{c}_m^H \mathbf{H}_{m,k} \mathbf{c}'_m|^2 = (\tilde{\mathbf{c}}_m^T \mathbf{A}_{m,k} \tilde{\mathbf{c}}_m)^2 + (\tilde{\mathbf{c}}_m^T \mathbf{B}_{m,k} \tilde{\mathbf{c}}_m)^2 \quad (31)$$

$$|\mathbf{c}_l^H \mathbf{H}_{ml,k} \mathbf{c}'_m|^2 = (\tilde{\mathbf{c}}_l^T \mathbf{A}_{ml,k} \tilde{\mathbf{c}}_m)^2 + (\tilde{\mathbf{c}}_l^T \mathbf{B}_{ml,k} \tilde{\mathbf{c}}_m)^2 \quad (32)$$

在后续计算中, 要将实向量转化为 $\tilde{\mathbf{c}}_m^{(t+1)}$, 还原成复向量 $\mathbf{c}_m^{(t+1)}$ 。

2) 更新变量 $\mathbf{z}$, 此时变量 $\mathbf{c}^{(t+1)}, \mathbf{u}^{(t)}$ 被看作已知量

$$\begin{aligned} \mathbf{z}^{(t+1)} &= \underset{\mathbf{z}}{\text{argmin}} \|\mathbf{c}^{(t+1)} - \mathbf{z} + \mathbf{u}^{(t)}\|^2 \\ \text{s.t. } \mathbf{z}_m(n) &= e^{j2\pi \frac{k_m(n)}{K}} \quad n = 0, 1, \dots, N-1; \\ m &= 0, 1, \dots, M-1; k_m(n) \in [0, 1, \dots, K-1] \end{aligned} \quad (33)$$

(33) 式可转化为

$$\begin{aligned} \mathbf{z}^{(t+1)} &= \underset{\mathbf{z}}{\text{argmax}} \text{Re}((\mathbf{c}^{(t+1)} + \mathbf{u}^{(t)})^H \mathbf{z}) \\ \text{s.t. } \mathbf{z}_m(n) &= e^{j2\pi \frac{k_m(n)}{K}} \quad n = 0, 1, \dots, N-1; \end{aligned}$$

$$m = 0, 1, \dots, M-1; k_m(n) \in [0, 1, \dots, K-1] \quad (34)$$

由于(34) 式是一个线性问题, 且 $\mathbf{z}$ 中的元素彼此独立, 则可将其分解为若干个子问题

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_m^{(t+1)}(n) &= \underset{k}{\text{argmax}} \text{Re}\{[\mathbf{c}_m^{(t+1)}(n) + \mathbf{u}_m^{(t)}(n)]^* \cdot \mathbf{z}_m^{(t)}(n)\} \\ \text{s.t. } \mathbf{z}_m(n) &= e^{j2\pi \frac{k_m(n)}{K}} \quad k_m(n) \in [0, 1, \dots, K-1] \end{aligned} \quad (35)$$

若将复数 $\mathbf{c}_m^{(t+1)}(n) + \mathbf{u}_m^{(t)}(n), \mathbf{z}_m^{(t)}(n)$ 看成复平面上的向量, 则(35) 式中目标函数可表示成

$$\begin{aligned} \text{Re}\{[\mathbf{c}_m^{(t+1)}(n) + \mathbf{u}_m^{(t)}(n)]^* \cdot \mathbf{z}_m^{(t)}(n)\} &= \\ |\mathbf{c}_m^{(t+1)}(n) + \mathbf{u}_m^{(t)}(n)| \cdot |\mathbf{z}_m^{(t)}(n)| \cdot \\ \cos\langle \mathbf{c}_m^{(t+1)}(n) + \mathbf{u}_m^{(t)}(n), \mathbf{z}_m^{(t)}(n) \rangle \end{aligned} \quad (36)$$

忽略常值部分, 则(35) 式转化为

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_m^{(t+1)}(n) &= \underset{k_m(n)}{\text{argmax}} \cos\langle \mathbf{c}_m^{(t+1)}(n) + \mathbf{u}_m^{(t)}(n), \mathbf{z}_m^{(t)}(n) \rangle \\ \text{s.t. } \mathbf{z}_m(n) &= e^{j2\pi \frac{k_m(n)}{K}} \quad k_m(n) \in [0, 1, \dots, K-1] \end{aligned} \quad (37)$$

即求整数 $k_m(n)$ ($0 \leq k_m(n) < K$), 使向量 $\mathbf{z}_m^{(t)}(n)$ 和 $[\mathbf{c}_m^{(t+1)}(n) + \mathbf{u}_m^{(t)}(n)]$ 的夹角最小, $k_m(n)$ 的解为

$$k_m(n) = \lfloor \frac{\arg[\mathbf{c}_m^{(t+1)}(n) + \mathbf{u}_m^{(t)}(n)]}{\frac{2\pi}{K}} + \frac{1}{2} \rfloor \quad (38)$$

则(37) 式的解为

$$\mathbf{z}^{(t+1)} = \exp\left(j2\pi \frac{\lfloor K \cdot \arg(\mathbf{c}^{(t+1)} + \mathbf{u}^{(t)})/2\pi + \frac{1}{2} \rfloor}{K}\right) \quad (39)$$

3) 更新变量 $\mathbf{u}$, 此时其他变量被看作已知量

$$\mathbf{u}^{(t+1)} = \mathbf{u}^{(t)} + \mathbf{c}^{(t+1)} - \mathbf{z}^{(t+1)} \quad (40)$$

基于 ADMM 的抗转发切片波形优化算法的求解步骤可总结为: 初始化变量 $\mathbf{c}^{(0)}, \mathbf{z}^{(0)}, \mathbf{u}^{(0)}$, 然后重复步骤 1) 到步骤 3), 当迭代次数达到设置的最大迭代次数, 或者 $|\delta^{(t+1)} - \delta^{(t)}| \leq \varepsilon$ 时算法终止, 其中 ε 是一个较小正数, 表示目标函数变化值达到收敛门限。

3.3 计算复杂度分析

在上述 ADMM 过程中, (30) 式占据了大部分的计算量和计算过程, 由于其需要计算 (30) 式的梯度。考虑到 FSK-PSK 的优化调制序列个数为 MN , 因此其梯度的计算量包含复数乘法次数为

$$2(MN)^2[8(MN)^3 + 4(MN)^2] + 2MN \quad (41)$$

因此,基于 ADMM 的抗转发切片波形优化算法的计算复杂度达到了 $O(M^5N^5)$ 。

总体来看,虽然该算法计算复杂度优于遗传算法等搜索类算法,但整体复杂度仍较高。该算法适合非在线计算。由于实际电子对抗环境下转发模型参数的先验信息可以通过雷达提前侦测或干扰分析等手段获取,因此通过提前计算的方式可以对 FSK-PSK 波形进行优化。

4 仿真校验

设计 FSK-PSK 信号的子脉冲数目 $M = 4$,子脉冲信号的跳频系数分别对应了 $\sigma_m = \{1,3,2,4\}$,子脉冲信号的相位编码码长 $N = 50$,离散相位数 $K = 2$ 。设置优化模型的加权系数分别为 $\alpha = \{0,0.1, \dots, 1\}$,优化算法迭代次数上限为 50 次,分别用上述 ADMM 算法以及 GA 算法对相同的初始波形进行脉内子脉冲信号正交波形优化。其优化前后结果对比图如图 5 所示。

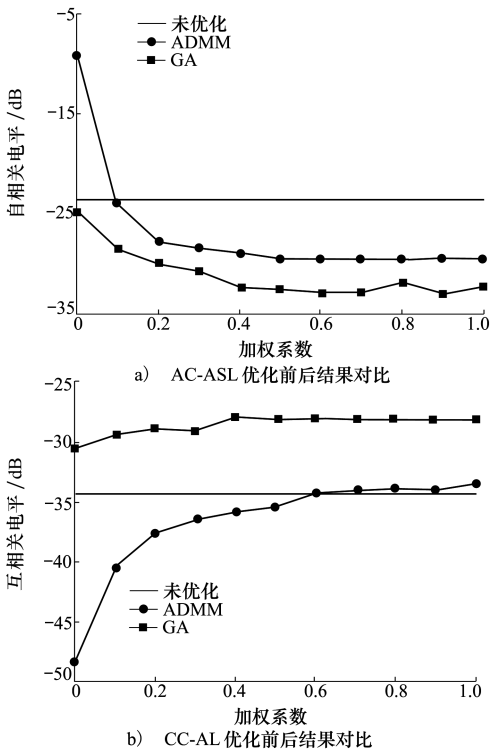


图 5 优化前后 AC-ASL 与 CC-AL 结果对比

根据基于 FSK-PSK 信号的脉内子脉冲正交波形设计模型,定义脉内子脉冲信号的自相关-平均副瓣电平(auto correlation-average sidelobe level, AC-ASL)、互相关-平均电平(cross correlation-average level, CC-AL)

$$\begin{aligned} \text{AC-ASL} &= \frac{1}{2(N' - N_s) \cdot M} \sum_m \sum_{k \in \Psi} |X_m(k)|^2 \\ \text{CC-AL} &= \frac{2}{(2N' - 1) \cdot M(M - 1)} \sum_{m \neq l} \sum_{k \in \Phi} |X_{ml}(k)|^2 \end{aligned} \quad (42)$$

式中, $\Psi = [k | N_s \leq |k| \leq N' - 1]$ 是自相关函数的副瓣区域,而 $\Phi = [k | 0 \leq |k| \leq N' - 1]$ 则是信号互相关区域。

由图 5a) 可知,随着加权系数的增加,对 AC-ASL 的优化比重增加,经过 2 种算法优化后的 AC-ASL 值在总体趋势上逐渐下降。GA 算法相比 ADMM 算法对 AC-ASL 的抑制更加明显,其值都在未优化波形和 ADMM 优化波形 AC-ASL 值之下。而 ADMM 算法优化的波形在加权系数较小时,其 AC-ASL 值高于未优化波形 AC-ASL,在加权系数较大时,其 AC-ASL 值才低于未优化波形 AC-ASL 值。由图 5b) 可知,随着加权系数的增加,对 CC-AL 的优化比重逐渐减小,经过 2 种算法优化的 CC-AL 值在总体趋势上逐渐上升。经过 GA 算法优化之后的 CC-AL 值均大于未优化前波形和 ADMM 算法优化波形的 CC-AL 值。

从图 6~7 可以发现,经过 ADMM 算法优化之后的 FSK-PSK 脉内子脉冲信号自相关函数副瓣以及互相关函数均得到抑制。表 1 所示为经过 ADMM 算法优化前后的结果对比表。由表 1 可知,经过 ADMM 算法优化后,波形 AC-ASL 和 CC-AL 均得到抑制。随着离散相位数 K 的增加,优化效果未必进一步提升。

对比 FSK-PSK 信号和 PSK 信号的 AC-ASL 与 CC-AL,具体数据如表 2 所示。由表 2 可知,FSK-PSK 信号的 AC-ASL 值等同于 PSK 信号的 AC-ASL 值,但是 FSK-PSK 信号的 CC-AL 值明显优于 PSK 信号的 CC-AL 值。与 PSK 信号相比,FSK-PSK 对转发干扰的改善接近 10 dB。

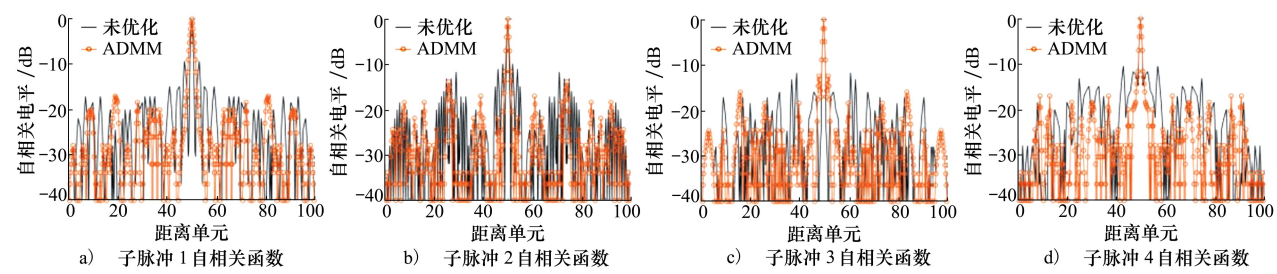


图 6 优化前后 FSK-PSK 脉内子脉冲信号自相关函数对比

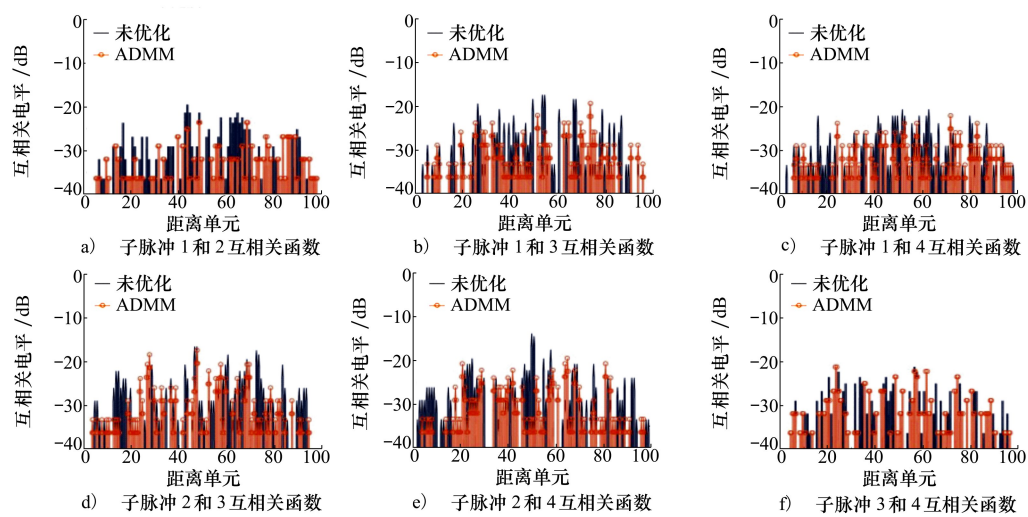


图 7 优化前后 FSK-PSK 脉内子脉冲信号互相关函数对比

表 1 优化前后 AC-ASL 和 CC-AL 数据对比						dB
优化状态	K=2		K=4		K=8	
	AC-ASL	CC-AL	AC-ASL	CC-AL	AC-ASL	CC-AL
未优化	-23.489 8	-34.326 8	-23.539 5	-33.240 8	-23.062 0	-32.977 7
ADMM	-27.608 7	-37.539 8	-26.896 6	-37.058 2	-28.561 6	-37.695 2

表 2 FSK-PSK 信号和 PSK 信号对比						dB
信号类型	K=2		K=4		K=8	
	AC-ASL	CC-AL	AC-ASL	CC-AL	AC-ASL	CC-AL
FSK-PSK	-23.489 8	-34.326 8	-23.539 5	-33.240 8	-23.062 0	-32.977 7
PSK	-23.489 8	-24.455 1	-23.539 5	-23.520 9	-23.062 0	-23.418 1

5 结 论

针对干扰机产生的特定长度脉内切片转发式干扰,提出了基于 FSK-PSK 信号的脉内等长子脉冲正交波形对抗该切片转发式干扰。通过基于 ADMM

的算法实现对相关函数的联合优化,实现对 FSK-PSK 信号自相关函数旁瓣电平与互相关函数电平的抑制。仿真结果表明,不同于 GA 算法以牺牲互相关函数的代价来换取对自相关函数副瓣的抑制,此算法可在部分加权系数之下实现对 FSK-PSK 脉内子脉冲信号的自相关函数和互相关函数的联合优

化。优化后的 FSK-PSK 信号可实现子脉冲的高正交性,可有效抑制特定脉内切片转发式干扰。与 PSK 信号相比,FSK-PSK 对转发干扰的改善接近 10 dB。

参考文献:

- [1] 贺平. 雷达对抗原理[M]. 北京:国防工业出版社, 2016
HE Ping. Radar countermeasure principle[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2016 (in Chinese)
- [2] 陈伯孝. 现代雷达系统分析与设计[M]. 西安:西安电子科技大学出版社, 2012
CHEN Boxiao. Analysis and design of modern radar system[M]. Xi'an: Xidian University Press, 2012 (in Chinese)
- [3] DONOHOE J P, INGELS F M. The ambiguity properties of FSK/PSK signals[C]//IEEE International Conference on Radar, Arlington, 1990
- [4] SKINNER B J, DONOHOE J P, INGELS F M. Correlation properties of Gaussian FSK/PSK radar signals[C]//Proceedings of Southeastcon'93, Charlotte, 1993
- [5] 刘婧逸, 张杰, 陈国海. 基于 GGSAA 的 MIMO 雷达正交复合调制信号设计[J]. 中国电子科学研究院学报, 2010, 5(3): 324-330
LIU Jingyi, ZHANG Jie, CHEN Guohai. Design of MIMO radar orthogonal composite modulation signal based on GGSAA[J]. Journal of China Academy of Electronic Sciences, 2010, 5(3): 324-330 (in Chinese)
- [6] 李英祥. 一种具有 LPI 特性的雷达信号—新的 FSK/PSK 信号[J]. 信号处理, 2002(2): 177-179
LI Yingxiang. A radar signal with LPI characteristics—new FSK/PSK signal[J]. Signal Processing, 2002(2): 177-179 (in Chinese)
- [7] 李建雷, 周先敏, 汤善武. 基于遗传算法的低旁瓣 FSK/PSK 信号设计[C]//和谐开发中国西部声学学术交流会, 2006
LI Jianlei, ZHOU Xianmin, TANG Shanwu. Design of low sidelobes FSK/PSK signal based on genetic algorithm[C]//Harmonic Development of Western China Acoustics Academic Exchange Conference, 2006 (in Chinese)
- [8] 彭智慧, 林明, 胡知非. 复合编码调制 Frank/Costas 雷达信号性能分析[J]. 科学技术与工程, 2013, 13(24): 7059-7066
PENG Zhihui, LIN Ming, HU Zhifei. Analysis of Frank/Costas radar signal performance with compound coded modulation[J]. Science Technology and Engineering, 2013, 13(24): 7059-7066 (in Chinese)
- [9] 乔彩霞, 郝新红, 陈齐乐, 等. 基于相关旁瓣平均的混沌码与线性调频复合调制无线电引信抗数字射频存储干扰方法[J]. 兵工学报, 2020, 41(4): 19-26
QIAO Caixia, HAO Xinhong, CHEN Qile, et al. Anti-digital RF memory interference method of chaotic code and linear frequency modulated radio fuze based on correlative sidelobes average[J]. Acta Armamentarii, 2020, 41(4): 19-26 (in Chinese)
- [10] 陈齐乐, 晏祺, 郝新红, 等. 无线电近炸引信混沌码调相与线性调频复合调制波形设计与分析[J]. 兵工学报, 2018, 39(11): 50-59
CHEN Qile, YAN Qi, HAO Xinhong, et al. Design and analysis of composite modulation waveform of chaotic code phase modulation and linear frequency modulation for radio proximity fuze[J]. Acta Armamentarii, 2018, 39(11): 50-59 (in Chinese)
- [11] 张建中, 穆贺强, 文树梁, 等. 基于脉内 LFM-Costas 频率步进的抗间歇采样干扰方法[J]. 系统工程与电子技术, 2019, 41(10): 2170-2177
ZHANG Jianzhong, MU Heqiang, WEN Shuliang, et al. An anti-interval sampling interference method based on intravascular IFM-Costas frequency stepping[J]. Systems Engineering and Electronics, 2019, 41(10): 2170-2177 (in Chinese)
- [12] 张建中, 穆贺强, 文树梁, 等. 基于脉内步进 LFM 时频分析的抗间歇采样干扰方法[J]. 北京理工大学学报, 2020, 40(5): 87-95
ZHANG Jianzhong, MU Heqiang, WEN Shuliang, et al. Anti-interval sampling method based on intra-pulse stepping IFM time-frequency analysis[J]. Journal of Beijing Institute of Technology, 2020, 40(5): 87-95 (in Chinese)
- [13] 张建中, 穆贺强, 文树梁, 等. 基于脉内步进 LFM 波形的抗间歇采样转发干扰方法[J]. 系统工程与电子技术, 2019, 41(5): 82-89
ZHANG Jianzhong, MU Heqiang, WEN Shuliang, et al. Anti-interval sampling and repeater jamming method based on intra-pulse stepping LFM waveform[J]. Systems Engineering and Electronics, 2019, 41(5): 82-89 (in Chinese)
- [14] 周畅, 汤子跃, 余方利, 等. 基于脉内正交的抗间歇采样转发干扰方法[J]. 系统工程与电子技术, 2017(2): 269-276

- ZHOÜ Chang, TANG Ziyue, YU Fangli, et al. Anti-interval sampling and repeater jamming method based on intra-pulse orthogonality[J]. Systems Engineering and Electronics, 2017(2): 269-276 (in Chinese)
- [15] BOYD Stephen. Distributed optimization and statistical learning via the alternating direction method of multipliers[M]. Oxford: Oxford University Press, 2010
- [16] CHENG Z, LIAO B, HE Z, et al. A nonlinear-ADMM method for designing mimo radar constant modulus waveform with low correlation sidelobes[J]. Signal Processing, 2019, 159: 93-103
- [17] CHENG Z, LIAO B, SHI S, et al. Co-design for overlaid MIMO radar and downlink miso communication systems via cramer-rao bound minimization[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2019, 67(24): 6227-6240
- [18] TANG B, LI J, LIANG J. Alternating direction method of multipliers for radar waveform design in spectrally crowded environments[J]. Signal Processing, 2018, 142: 398-402
- [19] WANG Y, WANG J. Constant modulus probing waveform design for mimo radar via admm algorithm[C] //2018 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, 2018
- [20] RAEI E, ALAEE-KERAHROODI M, SHANKAR M R B. ADMM based transmit waveform and receive filter design in cognitive radar systems[C] //2020 IEEE Radar Conference, 2020

Waveform optimization technology of missile borne radar based on FSK-PSK composite modulation for anti repeater jamming

FEI Zhiting^{1,2}, ZHAO Min², ZHANG Jindong³, LI Chen³, ZHU Xiaohua¹

(1.School of Electronic and Optical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China;
2.China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing 100076,China;
3.College of Electronic and Information Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: Aiming at the waveform of missile borne radar is simple and easy to be affected by the repeater jamming in the terminal guidance, an anti-jamming waveform optimization algorithm based on the frequency shift keying (FSK) and phase shift keying(PSK) composite modulation is proposed. The model function of FSK-PSK composite modulation signal is analyzed. Based on the orthogonality of sub pulses, an optimization algorithm of intra pulse PSK modulation based on the alternating direction multiplier method(ADMM) is designed. The simulation results show that comparing with PSK signal, the intra pulse sub pulse orthogonality of FSK-PSK signal optimized by modulation is improved by about 10 dB, which can effectively suppress the intra pulse forwarding interference.

Keywords: composite modulation signal; intrapulse slice repeater; waveform optimization; alternating direction method of multiplier

引用格式: 费智婷, 赵民, 张劲东, 等. 基于 FSK-PSK 复合调制的弹载雷达抗转发干扰波形优化技术[J]. 西北工业大学学报, 2022, 40(1): 125-133
FEI Zhiting, ZHAO Min, ZHANG Jindong, et al. Waveform optimization technology of missile borne radar based on FSK-PSK composite modulation for anti repeater jamming[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2022, 40(1): 125-133 (in Chinese)