

# 基于应变-弯矩的半柔壁喷管大挠度变形重构研究

尉成果<sup>1,2</sup>, 张志利<sup>1</sup>, 聂徐庆<sup>2</sup>, 张龙<sup>2</sup>

(1.火箭军工程大学 导弹工程学院, 陕西 西安 710025;  
2.中国空气动力研究与发展中心 设备设计与测试技术研究所, 四川 绵阳 621000)

**摘要:**为提高超声速风洞半柔壁喷管健康监测能力,发展了基于应变-弯矩关系的柔性壁板大挠度变形重构方法。以超声速风洞多支点半柔壁喷管为研究对象,建立了型面组件力学模型,推导了柔性壁板型面曲线的微分方程,给出了柔性壁板大挠度变形的椭圆积分表达式及解析解。基于薄板变形理论对重构算法进行了修正,采用有限元仿真分析了修正效果,修正后的最大偏差仅为修正前的10.78%。利用0.3 m半柔壁喷管实验平台开展实验验证,结果表明:在6种马赫数工况下,所提方法的变形重构结果与实验结果均能良好吻合,在喷管喉道位置坐标偏差约为结构变形的6.12%,验证了所提变形重构算法的有效性和准确性。

**关键词:**半柔壁喷管;大挠度;变形重构;矩形薄板;椭圆积分

**中图分类号:** V216.8

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1000-2758(2022)06-1312-08

先进风洞是支撑飞行器自主研发,引领空气动力学及其相关学科创新发展的战略性基础设施<sup>[1-2]</sup>。柔壁喷管是确保超声速风洞获得设计马赫数下均匀气流的重要部段,喷管型面质量的优劣很大程度上影响着风洞流场品质<sup>[3]</sup>。在柔壁喷管静态调试阶段,可以通过激光跟踪仪等仪器对型面进行测量<sup>[4]</sup>,从而实现型面调节。但是在风洞流场校测及运行阶段,喷管内流道无法放置测量设备,难以实时获取喷管型面信息,进而影响喷管流场调试效率与运行安全。开展柔壁喷管变形重构研究,实时精确感知型面信息,不仅有助于提高风洞流场品质,而且对喷管健康监测和安全运行具有重要意义。

为确保柔壁喷管运行安全,国内外早期超声速风洞多采用曲率保护装置限制柔性壁板弯曲最大曲率,如中国空气动力研究与发展中心(CARDC)的1.2 m超声速风洞<sup>[5]</sup>和加拿大国家航空机构(NAE)五英尺三声速风洞等<sup>[6]</sup>。随着新型传感器技术的发展,电阻式应变传感器、光纤传感器等被应用到风洞健康监测领域,聂旭涛等<sup>[7]</sup>通过动力学仿真给出柔性壁板驱动位移对弯曲应力的影响关系。高川

等<sup>[8]</sup>在柔性壁板应力较大区域设置应变片,作为应力监测点,防止机构运动不同步导致柔性壁板应力过大。马列波等<sup>[9]</sup>通过驱动机构同步监测、应变超阈值监测等手段,利用控制系统实现柔壁喷管安全监测。但是以上研究都是将传感器作为安全连锁控制手段,缺乏柔壁喷管型面变形重构相关研究。

国内外学者在柔性梁变形重构方面研究较多,NASA的William等<sup>[10]</sup>提出了用于机翼变形重构的Ko理论,并发展出针对多种不同截面梁的变形重构方法。王寅等<sup>[11]</sup>采用光纤光栅传感器在翼梁上测得应变数据,利用Ko理论研究了适用于柔性无人机机翼形变的测试方法。Ding等<sup>[12]</sup>基于Ko理论研究了碳纤维层合板的变形重构问题。该方法基于梁的小挠度变形理论,认为梁沿轴线方向不发生变化,存在一定缺陷,不适用于大挠度变形重构问题。美国航空航天局(NASA)兰利研究中心基于最小二乘变分方程提出了逆向有限元法,张科等<sup>[13]</sup>开展了基于逆向有限元法的机翼鱼骨变形重构研究,吴懋琦等<sup>[14]</sup>研究了基于绝对节点坐标法的平面梁有限变形下变形重构问题。但是采用逆向有限元法需要

收稿日期:2022-02-12

基金项目:国家自然科学基金(51935006)资助

作者简介:尉成果(1987—),中国空气动力研究与发展中心副研究员,主要从事风洞结构设计研究。

通信作者:张龙(1991—),中国空气动力研究与发展中心工程师,主要从事风洞结构设计研究。e-mail:long.zhang@cardc.cn

构造出合适的单元,单元类型和节点数量影响变形重构的精度,因而存在单元构造复杂、计算效率不高等缺点。谭跃刚等<sup>[15]</sup>针对薄板变形重构问题,结合应变与曲率、曲线与曲率的关系,提出了一种带误差补偿的曲率积分递推算法,但是该方法的重构精度依赖于分段数量和补偿因子的选取。

综上,目前已发展出多种基于应变监测的变形重构方法,为梁或板结构的健康监测提供了有利工具,但是也存在模型构造复杂、重构精度依赖于应变测点数量等问题。本文从柔性壁板应变-弯矩关系出发,针对超声速风洞多支点半柔壁喷管大挠度变形问题,建立型面组件力学模型,提出基于应变-弯矩的变形重构方法,推导柔性壁板型面曲线的微分方程,给出柔性壁板变形的椭圆积分表达式及解析解,并基于薄板变形理论对重构算法进行修正,在此基础上开展多支点半柔壁喷管的实验验证。

## 1 多支点半柔壁喷管力学模型

### 1.1 工作原理

如图 1 所示,超声速风洞喷管内部气体流动分 3 个区域:亚声速段、喉部、超声速段。在亚声速段气流马赫数小于 1.0,为使气流加速,截面积需要呈收缩状;气流加速至喉部,马赫数达到 1.0;超声速段则需要截面积扩张,才能保证气流继续加速到给定马赫数。

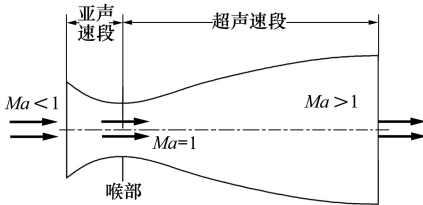


图 1 超声速喷管原理图

图 2 为典型的超声速半柔壁喷管三维模型,包括喉块、柔性壁板、驱动电缸、喷管框架、侧壁等部件。驱动电缸输出位移带动喉块和柔性壁板运动,从而成型出所需马赫数型面。

喉道与出口截面积比决定了喷管出口的马赫数,所以喷管喉块的位置对于出口的气流速度至关重要。柔性壁板弯曲成型出喷管的消波区,精确的型面可以极大降低喷管出口的气流脉动,提高流场品质。增加柔性壁板支撑点数量可以提高型面成型

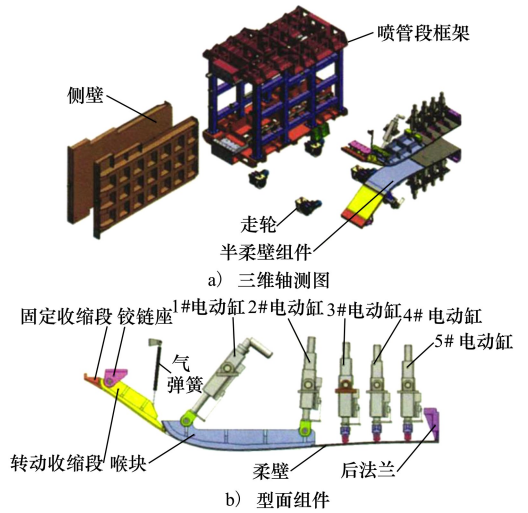


图 2 多支点半柔壁喷管三维模型

精度,因此多支点半柔壁喷管被广泛应用于国内外超声速风洞。

### 1.2 力学模型

图 3 为单侧柔性壁板与喉块组成的型面组件机构简图,柔性壁板在喷管出口端与框架固定连接,自由端与喉块连接,柔性壁板与喉块背气流面设置驱动装置,受驱动装置强制位移约束。型面组件成型包括悬臂矩形薄板大变形和喉块刚体运动 2 类问题,应首先求解柔性壁板成型曲线,然后根据柔性壁板自由端坐标和转角,利用刚体平面运动理论得到喉块成型后的位置。

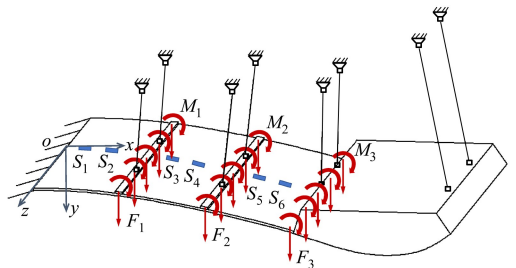


图 3 型面组件机构简图

对于超声速风洞,喉道下游随着截面扩张,气流速度迅速增大,动压上升,型面组件所受气体静压降低,本文忽略该区域内气体压力对柔性壁板变形的影响,主要考虑支撑点的集中力和力矩作用。以柔性壁板固定点建立坐标系,图 3 中  $S_1 \sim S_6$  为应变传感器,  $F_1 \sim F_3$  为柔性壁板在各支撑点受力,  $M_1 \sim M_3$  为力矩。

尽管柔性壁板厚度远小于长度与宽度,属于薄板变形问题,受横向剪切作用,大型柔壁喷管存在沿宽度方向的翘曲问题。但是在柔性壁板靠近中轴线的核心区域,相对两侧边缘处翘曲较小,本文主要针对气流核心区域的柔性壁板变形开展分析,因此假设沿柔性壁板宽度方向各处弯曲角度一致。在计算时可以先假设柔性壁板符合欧拉梁模型,简化为多点支撑的悬臂梁模型并给出解析解,然后基于薄板弯曲理论对抗弯刚度进行修正,从而获得半柔壁喷管型面变形曲线。因此多支点半柔壁喷管柔性壁板可简化为图4中的悬臂梁结构。

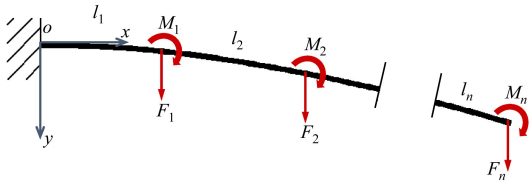


图4 多段悬臂梁受力示意图

## 2 柔性壁板变形重构算法

### 2.1 应变-弯矩关系

根据欧拉梁弯曲的几何方程,结构应变与曲率之间存在以下关系

$$\varepsilon(x) = -\frac{h}{2\rho(x)} \tag{1}$$

依据平面假设与胡克定律,在梁发生平面弯曲时,曲线曲率与弯矩之间关系为

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{1}{\rho(x)} = -\frac{M(x)}{EI} \tag{2}$$

由(1)和(2)式可以得到弯矩与应变关系

$$M(x) = \frac{2EI\varepsilon(x)}{h} \tag{3}$$

式中:  $M(x)$  为梁结构微元所受弯矩;  $I$  为截面惯性矩;  $h$  为柔性壁板厚度。当获取柔性壁板上布置的应变传感信息后,通过线性插值计算出柔性壁板弯矩分布。

### 2.2 大挠度变形推导

对于第  $i$  段柔性壁板,根据悬臂梁模型假设,各支点间梁的应变沿轴线呈线性分布,其斜率为

$$k_i = \frac{\varepsilon_{2i-1} - \varepsilon_{2i}}{x_{2i-1} - x_{2i}} \tag{4}$$

式中:  $\varepsilon_i$  为应变值;  $x_i$  为第  $i$  个应变传感器对应的  $x$  坐标。

由(4)式可知第  $i$  段柔性壁板任意  $x$  位置的应变为

$$\varepsilon(x) = k_i(x - x_{2i}) + \varepsilon_{2i} \tag{5}$$

联合(3)和(5)式可得到第  $i$  段柔性壁板任意  $x$  位置的弯矩为

$$M_i(x) = \frac{2EI[k_i(x - x_{2i}) + \varepsilon_{2i}]}{h} \tag{6}$$

对公式(2)进行微分,得到

$$\frac{d}{ds} \left( \frac{d\theta}{ds} \right) = -\frac{d}{ds} \left( \frac{M_i(x)}{EI} \right) \tag{7}$$

$$\frac{d}{ds} \left( \frac{d\theta}{ds} \right) = -\frac{2k_i}{h} \cos\theta \tag{8}$$

两端同时乘以  $d\theta$  得到

$$\frac{d\theta}{ds} d \left( \frac{d\theta}{ds} \right) = -\frac{2k_i}{h} \cos\theta d\theta \tag{9}$$

积分得到

$$\frac{1}{2} \left( \frac{d\theta}{ds} \right)^2 = -\frac{2k_i}{h} \sin\theta + C_i \tag{10}$$

对于第一段柔性壁板,  $S = l_1$  时边界条件为

$$\begin{cases} \theta = \theta_1 \\ \frac{d\theta}{ds} = \frac{M_1(x)}{EI} = \frac{2}{h} [k_1(l_1 - x_2) + \varepsilon_2] \end{cases}$$

可以求解出

$$C_1 = \frac{2[k_1(l_1 - x_2) + \varepsilon_2]^2}{h^2} + \frac{2k_1}{h} \sin\theta_1 \tag{11}$$

对(10)式两端开平方处理,并且根据梁变形的形状选取正负号,梁变形形状下凹为负,上凸为正,然后进行积分,  $\theta$  为  $0 \sim \theta_1$ ;  $s$  为  $0 \sim l_1$ , 得到

$$\int_0^{\theta_1} \frac{1}{\sqrt{2 \left( -\frac{2k_1}{h} \sin\theta + C \right)}} d\theta = \int_0^{l_1} 1 ds \tag{12}$$

令  $\alpha_1 = \sqrt{\frac{k_1}{EI}}$ ,  $p_1 = \frac{M_1(x)^2}{2k_1EI}$ , (12)式的椭圆积分形式为

$$l_1 = \frac{\sqrt{2}}{\alpha_1 \lambda} f \tag{13}$$

式中,  $\lambda = \sqrt{\sin\theta_1 - p_1 - 1}$ ,  $f = F(\gamma_1, t) - F(\gamma_2, t)$ ,  $F$  为第一类不完全椭圆积分

$$\gamma_1 = \sqrt{\frac{p_1}{-\sin\theta_1 + p_1 - 1}}$$

$$\gamma_2 = \sqrt{\frac{\sin\theta_1 - p_1}{\sin\theta_1 - p_1 + 1}}$$

$$t = \sqrt{\frac{\sin\theta_1 - p_1 + 1}{\sin\theta_1 - p_1 - 1}}$$

求解公式(12)可以得到第一段柔性壁板末端转角  $\theta_1$ , 对于柔性壁板任意一点, 转角为  $\theta \in [0, \theta_1]$ , 对应坐标  $x$  和  $y$  为

$$x = \frac{\sqrt{2}}{\alpha} (\sqrt{p_1 - \sin\theta_1} + \sqrt{\sin\theta + p_1 - \sin\theta_1}) \quad (14)$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{2}\alpha} \frac{1}{\lambda} [f' + (\sin\theta_1 - p_1 - 1)e'] \quad (15)$$

式中,  $f' = F(\gamma'_1, t) - F(\gamma_2, t)$ ,  $e' = E(\gamma'_1, t) - E(\gamma_2, t)$ ,  $\gamma'_1 = \sqrt{\frac{\sin\theta + p_1 - \sin\theta_1}{p_1 - \sin\theta_1 - 1}}$ ;  $E(\cdot)$  为第二类不完全椭圆积分。

对于之后的第  $i$  段, 可以考虑成旋转一定角度的悬臂梁来计算, 旋转角度为前一段自由端的转角, 为已知参数。模型如图 5 所示,  $x_n y_n o_n$  为第  $i$  段梁自身坐标系, 与全局坐标系  $xyo$  之间夹角为  $\theta_{i-1}$ 。

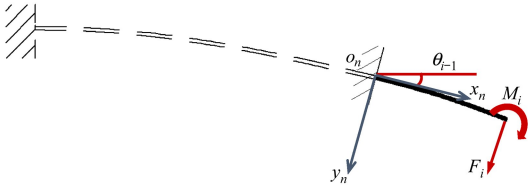


图 5 第  $i$  段柔性壁板受力

在自身坐标系下计算出梁弯曲曲线坐标  $x'_i$ ,  $y'_i$ , 然后对该曲线进行旋转和平移, 组合后得到完整的变形曲线。

$$\begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_{i-1} & -\sin\theta_{i-1} \\ \sin\theta_{i-1} & \cos\theta_{i-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x'_i \\ y'_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_{i-1} \\ y_{i-1} \end{bmatrix} \quad (16)$$

式中,  $x_{i-1}$  和  $y_{i-1}$  分别为前一段梁自由端转角和坐标。

### 2.3 基于薄板理论的抗弯刚度修正

根据薄板弯曲理论, 忽略板内部沿  $x$  和  $z$  方向的拉压力以及平错力的情况下, 薄板受外载荷弯曲变形后的微分方程为

$$D \frac{d^4 y}{dx^4} = q \quad (17)$$

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \mu^2)} \quad (18)$$

式中:  $q$  为薄板单位面积所受载荷;  $D$  为抗弯刚度;  $\mu$

为柔性壁板材料泊松比。

由(18)式可知, 与梁模型抗弯刚度  $EI$  不同, 薄板模型需要考虑泊松比影响。本文在不同柔壁喷管基础上, 考虑了柔性壁板厚度与宽度比例因素, 构造修正系数  $\beta$ , 如(19)式所示。该系数体现了柔性壁板宽度、厚度和泊松比 3 个方面信息, 其物理含义是描述柔性壁板介于板壳和梁 2 种模型之间的程度。厚度和宽度比越小, 越接近板壳模型, 当厚度宽度比无限小时, 抗弯刚度与板壳模型一致。而厚度和宽度比越大, 泊松比对抗弯刚度的影响越小, 越接近梁模型, 考虑到柔壁喷管的柔性壁板厚度和宽度比一般不会大于 1/5, 构造的修正系数仅对厚度和宽度比小于 1/5 的情况适用。将重构算法中抗弯刚度  $EI$  修正为  $\beta EI$ , 其中当厚度与宽度比小于 1/5 时,  $\beta = 1/(1 - \sqrt{1 - h/b} \times \mu^2)$ ; 当厚度与宽度比大于 1/5 时, 无需对抗弯刚度进行修正, 即  $\beta = 1$ 。

## 3 变形重构算法的仿真分析

### 3.1 与 Ko 理论对比

对图 4 中结构, 以  $n = 2$  为例,  $M_1 = 0$ 。利用 ABAQUS 有限元仿真软件开展两段悬臂梁结构变形数值分析, 求解器开启几何非线性选项。对比 Ko 理论与本文算法的变形重构效果。其中悬臂梁的结构参数如表 1 所示, 各工况见表 2。

表 1 梁结构参数

宽度/mm	厚度/mm	长度 $l_1$ /	长度 $l_2$ /	弹性模量/ MPa
		mm	mm	
5	5	175	175	200 000

表 2 计算工况

工况	$F_1$ /N	$F_2$ /N	$M_2$ /(N · mm)
1	5	10	20
2	-15	20	20
3	5	10	2 000

图 6a) 为 3 种方法计算的变形曲线, 图 6b) 为 2 种变形重构算法与有限元分析结果的偏差, 其中 FEM 代表有限元分析结果, Ko 代表 Ko 理论计算结果, ELL 代表本文算法结果。从图中可以看出, 在 3 种工况下, Ko 理论和本文算法均与有限元仿真结果具有较好的重合性。其中在工况 3 下, 本文算法结果与有限元的最大偏差约为 -0.014 mm, 为 Ko 理论

偏差的 21.13%。结果表明对于悬臂梁结构,本文算法相比于 Ko 理论具有更加精确的变形重构能力。

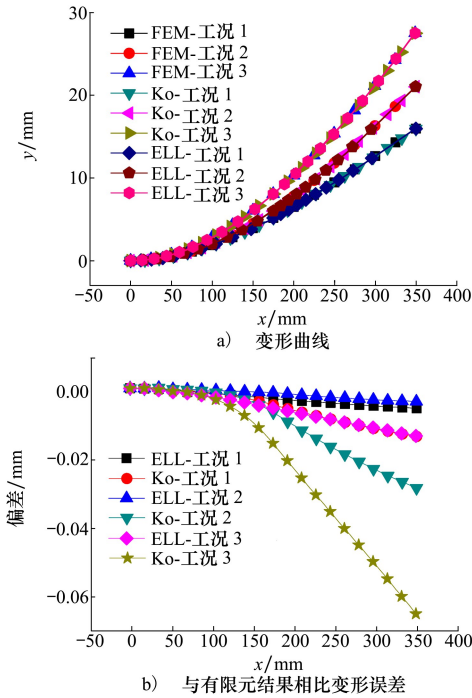


图 6 2 种重构算法比较

### 3.2 修正效果分析

利用图 7 中薄板模型对本文重构算法的修正效果进行验证,长度尺寸  $l_1 = 10 \text{ mm}$ ,  $l_2 = 10 \text{ mm}$ ; 宽度尺寸  $b = 10 \text{ mm}$ ; 选择 2, 1, 0.5, 0.25 mm 4 种厚度规格, 对应宽厚比分别为 5, 10, 20, 40。支撑点 1 强制位移为  $D_1 = 1 \text{ mm}$ , 支撑点 2 强制位移为  $D_2 = 3 \text{ mm}$ 。

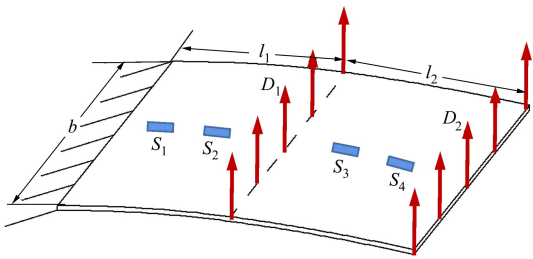


图 7 薄板验证模型

选取板壳单元 S4R 划分网格, 网格尺寸为 0.2 mm, 求解器设置中打开几何非线性选项。图 8 为该薄板的有限元仿真应力分布结果和 y 向变形结果, 实线为固定约束位置, 虚线为对称约束区域, 也是要提取应变和变形的曲线。

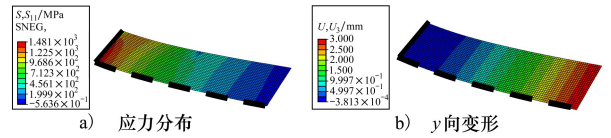


图 8 薄板有限元仿真结果

图 9 给出了 4 种规格薄板修正前后中心线的重构结果。从图中可以看出, 在不同宽厚比条件下, 与修正之前相比, 修正后型面偏差均有明显降低, 重构型面与有限元仿真型面的偏差平均降低为修正前的 2.97%, 修正后最大偏差约为修正前的 10.78%, 重构误差平均从 0.225 mm 降低为 0.006 mm, 型面重构精度明显提高。

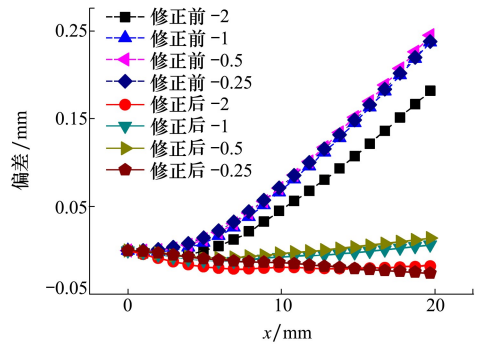


图 9 修正前后偏差曲线

## 4 实验与讨论

利用 CARD C 0.3 m 量级超声速风洞半柔壁喷管实验平台开展实验验证, 实验装置如图 10a) 所示。该实验平台可实现声速至马赫数 3.0 范围的型面成型。柔性壁板设置 4 个驱动点, 喉块设置 2 个驱动点, 喷管出口为柔性壁板固定点, 柔性壁板与喉块之间采用螺钉连接。图 10b) 为柔性壁板及背气流面传感器布置情况。

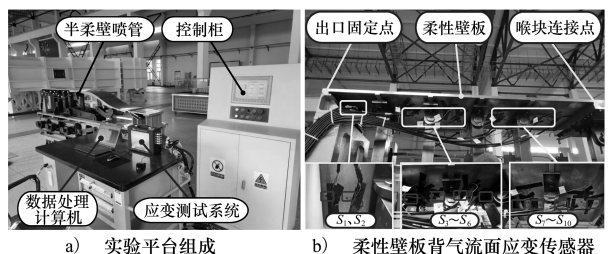


图 10 0.3 m 量级半柔壁喷管实验平台

柔性壁板与支撑点连接处厚度为 15 mm,其余位置厚度均为 10 mm,因此本文假设柔板为 10 mm 均匀厚度。柔性壁板材料为 07Cr17Ni7Al,材料弹性模量为 203.4 GPa,屈服强度为 982 MPa,抗拉强度为 1 274 MPa。

共计开展 6 种马赫数型面测试,分别为 1.0(声速型面),1.3,1.5,2.0,2.5,3.0。采用 TST5933 便携式动态信号测试系统进行应变测试,图 10 为全行程工作时应变测量结果, $S_1 \sim S_{10}$  对应 10 个应变传感器。型面成型顺序为:零位→马赫数 1.3→马赫数 1.5→马赫数 2.0→马赫数 2.5→马赫数 3.0→零位→声速型面→零位,在每个型面停留约 20 s 时间。

图 11 为全行程应变测试结果,可以看出,马赫数 1.0 工况下, $S_1 \sim S_{10}$  均为负值,即压应力状态。应变传感器  $S_3$  在马赫数 1.5 和 2.0 工况下出现轻微的压应力现象,其余均为拉应力。柔性壁板在马赫数 2.5 工况下应变水平最高,最大应变位置对应传感器为  $S_8$ ,最大值约为  $1.27 \times 10^{-3}$ ,对应应力值约为 258.32 MPa,为材料屈服强度的 26.3%。

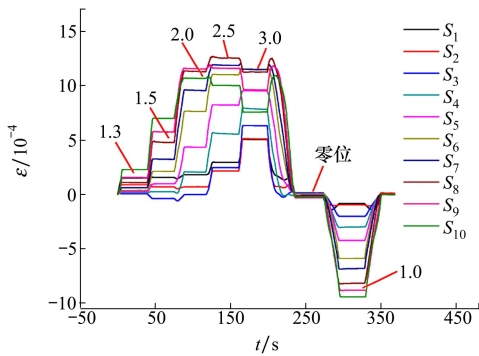


图 11 沿轴向应变测量结果

以图 10b) 中柔性壁板出口固定点为坐标原点,建立空间坐标系。沿风洞逆气流方向为  $x$  轴正方向,垂直于柔性壁板表面为  $y$  轴正方向,垂直于  $x$  和  $y$  轴指向测量仪器侧为  $z$  轴正方向。

在风洞无气流情况下,利用 Leica AT960 绝对位置激光跟踪仪测量喷管型面,测量时由操作人员手持激光跟踪仪靶球,紧贴柔性壁板及喉块内气流面移动,获取靶球中心移动轨迹后,再根据靶球半径对测量轨迹进行偏置,得到被测型面。

图 12a) 为实测型面与重构型面曲线对比,图 12b) 为二者偏差,可以看出,6 种马赫数工况下,本文算法与实测结果均可以良好吻合。其中柔性壁板

范围内偏差在  $-1 \sim 0.5$  mm。柔性壁板与喉块连接处最大变形达到 80 mm,为柔板厚度的 8 倍,属于典型的大挠度变形问题。该位置变形重构结果与实测结果偏差约为  $-1.15$  mm,仅为变形量的 1.44%。

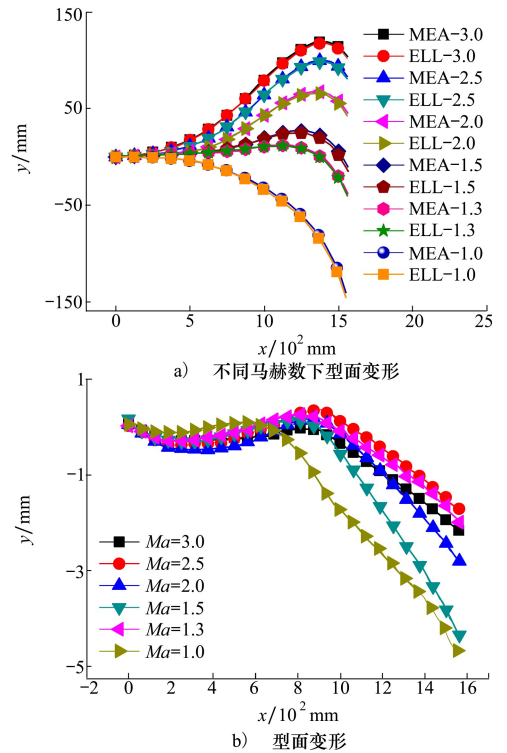


图 12 变形重构与实测型面对比

表 3 给出了 6 种马赫数型面下喉道位置偏差详细结果,可以看出最大绝对误差发生在马赫数 1.0 工况下,绝对值为 3.56 mm;相对误差最大发生在马赫数 1.5 工况,约为喉道高度变形量的 6.12%。

表 3 半柔壁喷管变形重构结果

马赫数型面	喉道高度/mm	重构误差/mm	百分比/%
1.0	-98	-3.56	3.83
1.3	12	-0.41	-2.43
1.5	27.03	-1.96	-6.12
2.0	67.51	-1.73	-2.38
2.5	99.98	-1.07	-1.02
3.0	119.41	-1.59	-1.28

本文变形重构算法对超声速风洞半柔壁喷管柔性壁板力学模型进行了一定的简化,包括应变分布的线性近似估计、柔性壁板出口刚性固定约束、柔性壁板等厚度假定等,这些都会带来一定的变形重构误差。除此之外,应变与型面测量误差也是影响变形重构偏差的一个重要因素。尽管存在一定的偏

差,但是本文算法变形重构结果与实验结果最大偏差仅为 6.12%,表现了良好的变形重构能力。

### 5 结 论

1) 针对超声速风洞多支点半柔壁喷管,发展了基于应变-弯矩的大挠度变形重构方法。建立了半柔壁喷管力学模型,基于欧拉梁理论推导了柔性壁板大挠度变形微分方程和解析解,并利用薄板理论对模型进行了修正。

2) 采用有限元仿真手段初步分析了本文变形重构算法的重构效果,针对梁模型本文算法求解误差为 Ko 理论的 21.13%;针对矩形薄板模型,修正后的变形重构误差降低为修正前的 10.78%。

3) 利用 0.3 m 超声速半柔壁喷管实验平台开展实验研究,实验结果表明,在喷管喉道位置本文变形重构结果与实测型面最大偏差仅为结构变形的 6.12%。与以往超声速风洞应力安全监测方式相比,本文方法极大提高了半柔壁喷管的健康监测能力。

### 参考文献:

[1] 郭东明, 雒建斌, 方岱宁, 等. 大型风洞设计建设中的关键科学问题[J]. 中国科学基金, 2017, 31(5): 420-427  
 GUO Dongming, LUO Jianbin, FANG Daining, et al. Key scientific issues on the design and construction of large wind tunnels [J]. Bulletin of National Natural Science Foundation of China, 2017, 31(5): 420-427 (in Chinese)

[2] PARYZ R. Recent developments at the NASA Langley research center national transonic facility [C] // 49th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, 2011

[3] 廖达雄, 陈吉明, 郑娟, 等. 0.6 m 连续式跨声速风洞总体性能[J]. 实验流体力学, 2018, 32(6): 88-93  
 LIAO Daxiong, CHEN Jiming, ZHENG Juan, et al. General performance of 0.6 m continuous transonic wind tunnel[J]. Journal of Experiments in Fluid Mechanics, 2018, 32(6): 88-93 (in Chinese)

[4] 中国空气动力研究与发展中心设备设计及测试技术研究所. 大型风洞挠性喷管激光跟踪测量方法: 中国, CN201210582090.0[P]. 2013-06-05

[5] 刘政崇, 廖达雄, 董谊信. 高低速风洞气动与结构设计[M]. 北京: 国防工业出版社, 2003: 381  
 LIU Zhengchong, LIAO Daxiong, DONG Yixin. Aerodynamic and structural design of high and low speed wind tunnel[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2003: 381 (in Chinese)

[6] OHMAN L H. The role of the NAE 5x5 foot wind tunnel in the development of modern airfoil sections[C] // 14th Anglo-American Aeronautical Conference, 1975

[7] 聂海涛, 郭隆德, 刘伯林. 基于 ADAMS 风洞柔壁喷管动力学仿真分析[J]. 实验流体力学, 2011, 25(2): 73-76  
 NIE Xutao, GUO Longde, LIU Bolin. Dynamics simulation and analysis of flexible nozzle in wind tunnel based on ADAMS[J]. Journal of Experiments in Fluid Mechanics, 2011, 25(2): 73-76 (in Chinese)

[8] 高川, 周波, 蒋婧妍. 基于 CompactRIO 的风洞喷管执行器位置监测系统开发[J]. 自动化与仪器仪表, 2020(1): 74-76  
 GAO Chuan, ZHOU Bo, JIANG Jingyan. Development of position monitoring system for wind tunnel nozzle actuator based on CompactRIO[J]. Automation & Instrumentation, 2020(1): 74-76 (in Chinese)

[9] 马列波, 陈海峰, 高鹏, 等. 某风洞全柔壁喷管安全运行控制策略设计[J]. 测控技术, 2022, 41(3): 90-94  
 MA Liebo, CHEN Haifeng, GAO Peng, et al. Control strategy of safety operation for flexible nozzle in wind tunnel[J]. Measurement & Control Technology, 2022, 41(3): 90-94 (in Chinese)

[10] KO W L, FLEISCHER V T. Methods for in-flight wing shape predictions of highly flexible unmanned aerial vehicles; formulation of Ko displacement theory[R]. NASA/TP-2010-214656

[11] 王寅, 朱振宇, 陈志平, 等. 一种适于柔性无人机机翼形变的测试方法[J]. 计算机测量与控制, 2012, 20(11): 2894-2896  
 WANG Yin, ZHU Zhenyu, CHEN Zhiping, et al. A method of wing shape predictions for highly flexible UAVs[J]. Computer Measurement & Control, 2012, 20(11): 2894-2896 (in Chinese)

[12] DING G, YUE S, ZHANG S, et al. Strain-deformation reconstruction of CFRP laminates based on Ko displacement theory[J]. Nondestructive Testing and Evaluation, 2021, 36(2): 145-157

- [13] 张科,袁慎芳,任元强,等. 基于逆向有限元法的变形机翼鱼骨的变形重构[J]. 航空学报,2020,41(8): 250-260  
ZHANG Ke, YUAN Shenfang, REN Yuanqiang, et al. Shape reconstruction of self adaptive morphing wings' fish bone based on inverse finite element method[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2020, 41(8): 250-260 (in Chinese)
- [14] 吴懋琦,谭述君,高飞雄. 基于绝对节点坐标法的平面梁有限变形下变形重构[J]. 力学学报,2021,53(10): 2776-2789  
WU Maoqi, TAN Shujun, GAO Feixiong. Shape reconstruction of plane beam with finite deformation based on absolute nodal coordinate formulation[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2021, 53(10): 2776-2789 (in Chinese)
- [15] 谭跃刚,黄兵,刘虎,等. 基于分布应变的薄板变形重构算法研究[J]. 机械工程学报,2020,56(13): 242-248  
TAN Yuegang, HUANG Bing, LIU Hu, et al. Research on deformation reconstruction algorithm of thin plate based on distributed strain[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(13): 242-248 (in Chinese)

## A large-deflection deformation reconstruction method for semi-flexible plate nozzle based on strain-moment relationship

YU Chengguo<sup>1,2</sup>, ZHANG Zhili<sup>1</sup>, NIE Xuqing<sup>2</sup>, ZHANG Long<sup>2</sup>

(1.College of Missile Engineering, Rocket Force University of Engineering, Xi'an 710025, China;  
2.Facility Design and Instrumentation Institute, China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang 621000, China)

**Abstract:** To enhance the health detection capability of the semi-flexible plate nozzle in a supersonic wind tunnel, a large-deflection deformation reconstruction algorithm for a semi-flexible plate nozzle based on the strain-moment relationship is developed. The multi-jack semi-flexible plate nozzle in the supersonic wind tunnel is studied; its mechanical model of contour assembly is established. The differential equation of flexible plate contour curve is deduced, and the elliptic integral expression of the flexible plate deformation is given. Based on the deformation theory of a rectangular thin plate, the deformation reconstruction algorithm is modified, and its correction effect is simulated and analysed with the finite element method. The maximum deviation after correction is only 10.78% compared with that before correction. The 0.3 m semi-flexible plate nozzle is used as the experimental platform to carry out the experimental study. The experimental results show that under the 6 Mach number, the large-deflection deformation reconstruction results based on strain-moment relationship are in good agreement with the experimental results. The coordinate deviation of the nozzle throat position is about 6.12% compared with the structural deformation, thus verifying that the deformation reconstruction algorithm in this paper is effective and accurate.

**Keywords:** semi-flexible plate nozzle; large deflection; deformation reconstruction; rectangular plate; elliptic integral

**引用格式:**尉成果,张志利,聂徐庆,等. 基于应变-弯矩的半柔壁喷管大挠度变形重构研究[J]. 西北工业大学学报,2022,40(6): 1312-1319

YU Chengguo, ZHANG Zhili, NIE Xuqing, et al. A large-deflection deformation reconstruction method for semi-flexible plate nozzle based on strain-moment relationship[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2022, 40(6): 1312-1319 (in Chinese)