

# 基于有限时间一致的靶机协同中制导律设计

郭晓雯<sup>1</sup>, 凡永华<sup>2</sup>, 张明环<sup>2</sup>, 闫杰<sup>2</sup>, 吴宝元<sup>1</sup>

(1.西安航天动力研究所, 陕西 西安 710100; 2.西北工业大学 航天学院, 陕西 西安 710072)

**摘要:**针对多靶机集群供靶的协同中制导问题,设计了一种带视线角约束的有限时间协同中制导律。建立靶机-目标的相对运动方程及考虑视线角约束的多靶机协同制导模型。对视线方向及法向分别设计了相应协同制导律。在视线方向基于多智能体一致性理论设计了固定时间协同制导律,通过引入速度维度确保各靶机能够同时到达;基于有限时间可变系数滑模控制方法设计了视线法向上的角度约束制导律,使各靶机视线角能在有限时间收敛至期望值且在接近终点时有一定机动能力,并通过 Lyapunov 稳定性理论证明系统的收敛性。仿真结果表明,所设计的协同中制导律可使各靶机以较小的脱靶量同时到达虚拟目标且满足视线角约束,验证了其有效性。

**关键词:**靶机集群;有限时间理论;中制导律;滑模控制

**中图分类号:**V24 **文献标志码:**A **文章编号:**1000-2758(2023)01-0097-08

根据近年来军队实战化训练要求,靶机协同供靶能够更有效地检验和考核防空反导防御系统在复杂环境下对抗多目标饱和攻击的防御性能及装备使用技术,对防空反导防御系统的实战化训练具有重要意义<sup>[1]</sup>。目前传统单架靶机的供靶模式已逐渐无法满足武器装备性能考核要求,因此研究能够模拟敌方多目标典型作战样式的靶机协同供靶模式迫在眉睫<sup>[2-3]</sup>。

协同供靶模式中,靶机协同中制导的目的是根据实际供靶需求,模拟多目标协同饱和攻击场景,形成供靶态势,用来检验、考核武器装备典型对抗场景下多目标探测、识别及毁伤的作战效能。近年来飞行器协同制导一直是研究热点<sup>[4-5]</sup>,主要的研究成果可分为2种。第一种协同制导方法是通过设计共同的命中时间,确保飞行器在相同时间命中目标。Jeon等<sup>[6]</sup>基于线性系统设计了命中时间控制制导律(ITCG)。张友安等<sup>[7]</sup>提出了一种带攻击角约束的制导律,通过控制拦截器的法向加速度实现同时命中目标。文献[8]采用了不同的滑模制导律来实现相同时间命中目标。以上方法中各飞行器之间没有通信,因此易受外界干扰以及飞行器自身的状态

影响。第二种是有信息交互的协同制导,各飞行器在协同飞行的过程中通过相互通信实现命中时间的同步。协同制导分为集中式协同制导<sup>[9-10]</sup>和分布式协同制导。分布式协同制导具有通信要求低、鲁棒性强、可靠性高、扩展性强的优点,靶机由于成本较低,机载飞控计算能力有限,分布式协同制导是靶机供靶应用的研究重点。Wang等<sup>[11]</sup>提出了2个阶段的协同制导律,第一阶段设计了一种分布式一致性协议,使所有导弹状态实现渐进一致性。第二阶段采用局部视线控制律使各导弹到达目标。文献[12]中设计了基于模型预测控制的协同制导律实现同时到达,该方法只能保证受控系统的渐近收敛。郭正玉等<sup>[13]</sup>基于快速非奇异终端滑模理论设计了带有角度约束多弹协同制导律,但仿真时导弹速度恒定不变。文献[14]采用快速非奇异终端滑模控制方法设计了多弹三维协同制导律。文献[15]设计了带打击角度约束的多导弹分布式时间协同制导律,可以为各导弹提前指定好期望的打击角度。文献[16]采用传统弹道成型制导律结合协同参数设计了多弹三维协同中制导律。

当前国内外研究大都是基于导弹速度不控,通

收稿日期:2022-05-14

基金项目:中央高校基本科研业务费专项资金(D5000220138)资助

作者简介:郭晓雯(1990—),西安航天动力研究所博士研究生,主要从事靶机协同编队控制研究。

通信作者:凡永华(1975—),西北工业大学教授,主要从事飞行器制导与控制研究。e-mail:fyhlixin@163.com

过路径规划的方式协调各导弹的剩余飞行时间,从而实现多弹协同。在实际靶机协同供靶中,中制导段靶机需模拟多目标协同攻击场景,形成供靶态势,为考核导弹武器系统机动场景拦截能力,靶机接近时需具有一定过载。中制导段飞行时间较长,靶机携带燃料有限,因此如何在中制导段使靶机快速形成供靶态势,减少能量损耗,同时满足靶机飞行性能约束是需要深入研究的。对此,本文提出一种基于速度控制及攻击角度约束的协同中制导律,一方面引入速度维度通过调节速度大小设计时间协同制导律,实现多靶机同时到达快速形成供靶态势,另一方面基于有限时间滑模设计了带期望视线角约束的制导律同时满足中制导角度约束。最后将本文提出的方法进行仿真分析,验证了本文方法的有效性和合理性。

## 1 模型建立

### 1.1 靶机与目标相对运动模型

考虑地面固定点位目标和采用涡喷发动机为动力的速度可控靶机,建立水平面内的相对运动关系如图 1 所示。图中  $T$  表示目标,  $T_i$  表示靶机中制导段的虚拟目标点。

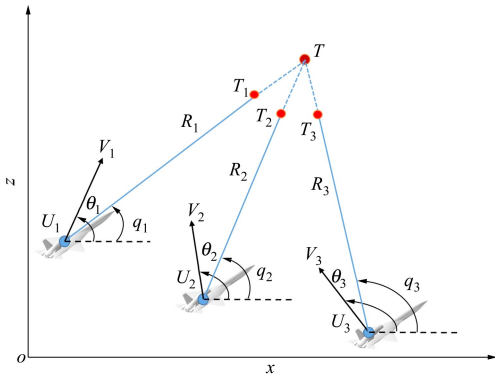


图 1 相对运动关系示意图

质心运动方程可表示为

$$\dot{R}_i = -V_i \cos \eta_i \quad (1)$$

$$R_i \dot{q}_i = V_i \sin \eta_i \quad (2)$$

$$\eta_i = q_i - \theta_i \quad (3)$$

式中:  $R_i$  表示靶机  $U_i$  与中制导段虚拟目标  $T_i$  在  $xoz$  水平面内的距离;  $V_i$  表示靶机  $U_i$  的速度;  $q_i$  表示靶机  $U_i$  相对于目标的视线方位角;  $\theta_i$  表示靶机  $U_i$  的弹道偏角;  $\eta_i$  表示靶机  $U_i$  的偏航前置角。

对(1)式和(2)式求导可得

$$\dot{R}_i = R_i \dot{q}_i^2 - a_{ri} \quad (4)$$

$$\dot{q}_i = -\frac{2\dot{R}_i \dot{q}_i}{R_i} - \frac{a_{qi}}{R_i} \quad (5)$$

在靶机协同中制导段,靶机  $U_i$  一方面通过调节发动机推力改变视线方向加速度  $a_{ri}$ ,从而控制其飞行速度  $V_i$ ;另一方面通过自动驾驶仪控制气动舵面来控制视线法向加速度  $a_{qi}$ ,从而实现在水平面内的转弯。

靶机协同供靶中制导的目的是形成供靶态势,考核地面防空导弹武器系统的多目标作战能力,因此靶机协同中制导需同时到达地面武器系统的作战能力考核距离(图 1 中的虚线段),即各靶机需同时到达虚拟目标点  $T_i$ ,作战能力考核距离需满足地面武器系统的作战能力区间  $[d_{\min}, d_{\max}]$ 。在实际供靶时,靶机存在一定的几何尺寸,因此到达虚拟目标  $T_i$  时通常  $R \neq 0$ ,实际供靶时中制导精度可接受范围为  $R \leq 5 \text{ m}$ ,因此在整个中制导过程中均有  $R \neq 0$ 。

靶机  $U_i$  到达虚拟目标  $T_i$  所需剩余的飞行时间的估算公式为

$$\hat{t}_{\text{go}i} = -\frac{R_i}{\dot{R}_i} \quad (6)$$

对(6)式求导,结合(4)式可得

$$\dot{\hat{t}}_{\text{go}i} = -1 + \frac{R_i^2 \dot{q}_i^2}{\dot{R}_i^2} - \frac{R_i a_{ri}}{\dot{R}_i^2} \quad (7)$$

$$\dot{\hat{t}}_{\text{go}i} = -1 + \tilde{a}_{ri} \quad (8)$$

式中,引入新的虚拟控制量  $\tilde{a}_{ri}$ ,对视线方向控制指令  $a_{ri}$  的设计可转换为对  $\tilde{a}_{ri}$  的设计。

到达虚拟目标点  $T_i$  时各靶机的视线角和视线角速率应满足

$$q_i = q_{fi}, \dot{q}_i = 0 \quad (9)$$

令  $x_1 = q_i, x_2 = \dot{q}_i$ ,结合(5)式可表示为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{2\dot{R}_i}{R_i} x_2 - \frac{a_{qi}}{R_i} \end{cases} \quad (10)$$

由(8)式和(10)式可知,协同中制导律的设计过程分为两部分:①通过设计控制量  $\tilde{a}_{ri}$ ,调节靶机的飞行速度,使得靶机中制导的剩余时间估计值  $\hat{t}_{\text{go}i}$  在固定时间内达到一致,从而保证多靶机能同时到达各自的虚拟目标点  $T_i$ ;②通过设计  $a_{qi}$  使得靶机的视线角收敛到期望视线角且视线角速率收敛到零。

设计  $\bar{a}_{ri}$  时考虑固定时间一致性,是由于靶机协同供靶中制导的末段,为了增大对武器系统的考核难度,在靶机视线法向进行机动,即  $a_{qi}$  与传统的制导律在末段较平稳、加速度小不同,靶机协同中制导末段  $a_{qi}$  需要有一定的机动能力。因此在靶机视线法向完成机动后,靶机的中制导剩余时间应该能够较快在到达虚拟目标点  $T_i$  之前达到一致。

## 1.2 一致性理论

考虑如下—阶多智能体系统,每个智能体的动力学模型为

$$\dot{\xi}_i(t) = u_i(t) \quad (11)$$

式中:  $t$  为时间;  $\xi_i(t) \in \mathbf{R}$  为第  $i$  个智能体的状态;  $u_i(t)$  为第  $i$  个智能体的控制量。

多智能体之间通信网络可由无向图  $G = (\mathbf{v}, \mathbf{\varepsilon}, \mathbf{A})$  表示,其中  $\mathbf{v} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  表示由  $n$  个节点组成的集合,  $\mathbf{\varepsilon} \in \mathbf{v} \times \mathbf{v}$  表示连接 2 个节点的边组成的集合。矩阵  $\mathbf{A} = [a_{ij}] \in \mathbf{R}^{n \times n}$  为代表边权值的邻接矩阵,若智能体  $i$  和智能体  $j$  之间可以进行信息交互,则  $a_{ij} = 1$ , 否则  $a_{ij} = 0$ 。在无向图中,信息的传递是双向的,即  $a_{ij} = a_{ji}$ 。若无向图中任意 2 个节点都是互相连通的,则称该无向图是连通图。定义对角矩阵  $\mathbf{D}$  为无向图  $G$  的入度矩阵,则无向图  $G$  的拉普拉斯矩阵为  $\mathbf{L} = \mathbf{D} - \mathbf{A} = [l_{ij}] \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 。其中

$$l_{ij} = \begin{cases} \sum_{k=1, k \neq i}^n a_{ik}, & j = i \\ -a_{ij}, & j \neq i \end{cases} \quad (12)$$

**引理 1**<sup>[17]</sup> 考虑自治系统  $\dot{x}(t) = f(x, t)$ ,  $x \in \mathbf{R}^n$ , 如果存在一个连续正定、径向无界的函数  $V(x)$ , 使得

$$\dot{V}(x) \leq -\mu V(x) - \lambda V(x)^\alpha \quad (13)$$

式中,  $\mu > 0, \lambda > 0, 0 < \alpha < 1$  为实数,那么系统的平衡点是全局有限时间稳定的,且收敛时间  $t_r$  满足

$$t_r \leq \frac{1}{\mu(1-\alpha)} \ln \frac{\mu V(x_0, 0)^{1-\alpha} + \lambda}{\lambda} \quad (14)$$

**引理 2**<sup>[18]</sup> 对于系统  $\dot{x}(t) = f(x(t))$ ,  $x(0) = x_0$ , 假设存在一个正定且径向无界函数  $V(x): \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$ , 有

$$\dot{V}(x) \leq -\alpha V^p(x(t)) - \beta V^q(x(t)) \quad (15)$$

式中,  $\alpha > 0, \beta > 0, 0 < p < 1, q > 1$ , 则系统是固定时间稳定且收敛时间  $t_r$  满足

$$t_r(x_0) \leq \frac{1}{\alpha(1-p)} + \frac{1}{\beta(q-1)} \quad (16)$$

## 2 靶机协同中制导律设计

### 2.1 视线方向制导律设计

文中各靶机之间的通信采用无向网络,即各靶机均能接收到其他靶机之间的信息。

根据(6)和(12)式,各靶机  $U_i$  的剩余时间估计一致性误差  $e_i$  可表示为

$$e_i = \sum_{j=1, j \neq i}^n a_{ij} (\hat{t}_{goj} - \hat{t}_{goi}) \quad (17)$$

即

$$\mathbf{e} = -\mathbf{L} \hat{\mathbf{t}}_{go} \quad (18)$$

式中,  $a_{ij}$  为邻接矩阵  $\mathbf{A}$  的第  $(i, j)$  个元素,  $\mathbf{e} = [e_1 \ e_2 \ \dots \ e_n]^T$ ,  $\hat{\mathbf{t}}_{go} = [t_{go1} \ t_{go2} \ \dots \ t_{gon}]^T$ 。

**定理 1** 考虑视线方向上的子系统,在其通信拓扑结构图  $G$  无向且连通时,选择如下—致性控制协议为制导律,各靶机能实现剩余估计时间  $\hat{t}_{goi}$  的固定时间一致。

$$\bar{a}_{ri} = \alpha_i |e_i|^{k_1} \text{sgn}(e_i) + \beta_i |e_i|^{k_2} \text{sgn}(e_i) \quad (19)$$

式中:  $i = 1, 2, \dots, n; \alpha_i > 0, \beta_i > 0, 0 < k_1 < 1, k_2 > 1; \bar{a}_{ri}$  为生成的靶机  $U_i$  的视线方向加速度指令。

证明:

由(8)式和(19)式

$$\hat{\mathbf{t}}_{goi} = -1 + \bar{a}_{ri} = -1 + \alpha_i |e_i|^{k_1} \text{sgn}(e_i) + \beta_i |e_i|^{k_2} \text{sgn}(e_i) \quad (20)$$

取 Lyapunov 函数为

$$V = \frac{1}{2} \hat{\mathbf{t}}_{go}^T \mathbf{L} \hat{\mathbf{t}}_{go} \quad (21)$$

对(21)式求导,并将(18)、(20)式代入,可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{1}{2} \hat{\mathbf{t}}_{go}^T \mathbf{L} \dot{\hat{\mathbf{t}}}_{go} + \frac{1}{2} \dot{\hat{\mathbf{t}}}_{go}^T \mathbf{L} \hat{\mathbf{t}}_{go} = \\ &= \frac{1}{2} (\mathbf{L} \hat{\mathbf{t}}_{go})^T \dot{\hat{\mathbf{t}}}_{go} + \frac{1}{2} \dot{\hat{\mathbf{t}}}_{go}^T \mathbf{L} \hat{\mathbf{t}}_{go} = \\ &= -\frac{1}{2} \mathbf{e}^T \dot{\hat{\mathbf{t}}}_{go} - \frac{1}{2} \dot{\hat{\mathbf{t}}}_{go}^T \mathbf{e} = -\sum_{i=1}^n e_i \dot{\hat{t}}_{goi} = \\ &= -\sum_{i=1}^n e_i (-1 + \alpha_i |e_i|^{k_1} \text{sgn}(e_i) + \beta_i |e_i|^{k_2} \text{sgn}(e_i)) = \\ &= \sum_{i=1}^n e_i - \sum_{i=1}^n (\alpha_i |e_i|^{k_1+1} + \beta_i |e_i|^{k_2+1}) = \\ &= -\sum_{i=1}^n (\alpha_i |e_i|^{k_1+1} + \beta_i |e_i|^{k_2+1}) \end{aligned} \quad (22)$$

令

$$\alpha_a = \min \{ \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \}$$

$$\beta_a = \min \{ \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n \} \quad (23)$$

**引理 3**<sup>[19]</sup> 对于任意向量  $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in \mathbf{R}^n$ , 如果  $0 < p < 2$ , 则有下述不等式恒成立

$$\sum_{i=1}^n |x_i|^p \geq \left( \sum_{i=1}^n x_i^2 \right)^{p/2} \quad (24)$$

对于任意向量  $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in \mathbf{R}^n$ , 如果  $p > 2$ , 则有下述不等式成立

$$\sum_{i=1}^n |x_i|^p \geq n^{1-p/2} \left( \sum_{i=1}^n x_i^2 \right)^{p/2} \quad (25)$$

将(23)式代入(22)式中, 并由引理 3 可知

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\alpha_a \sum_{i=1}^n |e_i|^{k_1+1} - \beta_a \sum_{i=1}^n |e_i|^{k_2+1} \leq \\ &-\alpha_a \left( \sum_{i=1}^n e_i^2 \right)^{\frac{k_1+1}{2}} - \beta_a n^{\frac{1-k_2}{2}} \left( \sum_{i=1}^n e_i^2 \right)^{\frac{k_2+1}{2}} = \\ &-\alpha_a (\mathbf{e}^T \mathbf{e})^{\frac{k_1+1}{2}} - \beta_a n^{\frac{1-k_2}{2}} (\mathbf{e}^T \mathbf{e})^{\frac{k_2+1}{2}} \end{aligned} \quad (26)$$

**引理 4**<sup>[20]</sup> 记  $\lambda_2(\mathbf{L})$  为无向连通图  $\mathbf{G}$  对应的拉普拉斯矩阵  $\mathbf{L}$  的第二小特征值, 则有  $\lambda_2(\mathbf{L}) > 0$ , 且对任意满足  $\mathbf{1}_n^T \mathbf{x} = 0$  的向量  $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ , 存在  $\mathbf{x}^T \mathbf{L} \mathbf{x} \geq \lambda_2 \mathbf{x}^T \mathbf{x}$ .

由于  $\mathbf{L} \mathbf{1}_n = 0_n$ ,  $\mathbf{1}_n^T \mathbf{L} \mathbf{1}_n = (\mathbf{L}^{1/2} \mathbf{1}_n)^T (\mathbf{L}^{1/2} \mathbf{1}_n) = 0$ , 因此  $\mathbf{L}^{1/2} \mathbf{1}_n = 0_n$ , 从而  $\mathbf{1}_n^T \mathbf{L}^{1/2} \hat{\mathbf{t}}_{go} = 0$ , 再由引理 4, 可知  $(\mathbf{L}^{1/2} \hat{\mathbf{t}}_{go})^T \mathbf{L} (\mathbf{L}^{1/2} \hat{\mathbf{t}}_{go}) \geq \lambda_2 (\mathbf{L}^{1/2} \hat{\mathbf{t}}_{go})^T (\mathbf{L}^{1/2} \hat{\mathbf{t}}_{go})$ , 即

$$\hat{\mathbf{t}}_{go}^T \mathbf{L} \mathbf{L} \hat{\mathbf{t}}_{go} \geq \lambda_2 \hat{\mathbf{t}}_{go}^T \mathbf{L} \hat{\mathbf{t}}_{go} \quad (27)$$

将(18)式和(21)式代入(27)式可得

$$\mathbf{e}^T \mathbf{e} \geq 2\lambda_2 V \quad (28)$$

将(28)式代入(26)式

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\alpha_a \lambda_2^{\frac{k_1+1}{2}} (2V)^{\frac{k_1+1}{2}} - \beta_a n^{\frac{1-k_2}{2}} \lambda_2^{\frac{k_2+1}{2}} (2V)^{\frac{k_2+1}{2}} = \\ &-\bar{\alpha}_a V^{\frac{k_1+1}{2}} - \bar{\beta}_a V^{\frac{k_2+1}{2}} \end{aligned} \quad (29)$$

结合引理 2 可得, 多靶机的剩余时间估计  $\hat{t}_{goi}$  将在固定时间收敛到一致, 且收敛时间

$$t_r \leq \frac{1}{\bar{\alpha}_a \left( 1 - \frac{k_1+1}{2} \right)} + \frac{1}{\bar{\beta}_a \left( \frac{k_2+1}{2} - 1 \right)} \quad (30)$$

## 2.2 视线法向制导律设计

靶机集群协同中制导的目的不仅需要靶机集群同时到达各虚拟目标点  $T_i$ , 还需要各靶机到达时具有期望的方位角, 本节针对该场景进行制导律设计。

根据(10)式, 首先设计滑模面:

$$s_i = c_i e_i + \dot{e}_i + \lambda_i f(e_i) \quad (31)$$

$$f(e_i) = \begin{cases} |e_i|^{\rho_i} \text{sgn}(e_i) & |e_i| \geq \eta \\ e_i^2 \text{sgn}(e_i) & |e_i| < \eta \end{cases} \quad (32)$$

式中:  $e_i = q_i - q_{fi}$ ,  $q_{fi}$  表示靶机  $U_i$  的期望到达方位角; 幂指数  $0 < \rho_i < 1$ ; 参数  $c_i > 0$ ;  $\lambda_i > 0$ ;  $\eta$  为一个很小的正常数。

选取滑模趋近律为

$$\dot{s}_i = -\frac{k_{zi} |\dot{R}_i|}{R_i} s_i - \varepsilon_i \text{sgn}(s_i) \quad (33)$$

式中:  $k_{zi}$  为趋近系数;  $\varepsilon_i$  为增益系数, 且满足  $m_{1i}, m_{2i}, m_{3i}, m_{4i} > 0, \varepsilon_i > 0$ 。

为了考核导弹武器系统对机动目标的拦截能力, 要求靶机在接近虚拟目标点  $T_i$  时有一定的过载能力, 因此本文设计系数  $k_{zi}$  为

$$k_{zi} = m_{1i} + m_{2i} (m_{3i})^{-\frac{m_{4i} R_i}{V_i}} \quad (34)$$

式中:  $m_{3i} > 1$ , 通过设计  $m_{1i}, m_{2i}$  使  $k_{zi}$  在  $R_i$  较大时的取值较小接近  $m_{1i}$ , 在  $R_i$  较小时取值较大接近  $m_{1i} + m_{2i}$ , 从而使靶机在接近虚拟目标点  $T_i$  时视线法向产生一定的机动能力。

对(31)式求导, 并与(33)式联立, 可得

$$\begin{aligned} a_{qi} &= R_i \left[ \frac{k_{zi} |\dot{R}_i|}{R_i} s_i + \varepsilon_i \text{sgn}(s_i) + \right. \\ &\left. \dot{q}_i \left( c_i - \frac{2\dot{R}_i}{R_i} \right) + \lambda_i f(e_i) \right] \end{aligned} \quad (35)$$

下面对该制导律的稳定性进行证明。

证明:

选取 Lyapunov 函数

$$V_i = \frac{1}{2} s_i^2 \quad (36)$$

求  $V_i$  对时间的导数

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= s_i \dot{s}_i = -\frac{k_{zi} |\dot{R}_i|}{R_i} s_i^2 - \varepsilon_i s_i \text{sgn}(s_i) = \\ &-\frac{2k_{zi} |\dot{R}_i|}{R_i} V_i - \varepsilon_i |s_i| = \\ &-\frac{2k_{zi} |\dot{R}_i|}{R_i} V_i - \sqrt{2} \varepsilon_i V_i^{1/2} \end{aligned} \quad (37)$$

由引理 1 可知系统是有限时间稳定的, 且收敛时间满足

$$T_{li} \leq \frac{R_i}{k_{zi} |\dot{R}_i|} \ln \frac{2k_{zi} |\dot{R}_i| V_{i1}^{1/2}(0) + \sqrt{2} \varepsilon_i R_i}{\sqrt{2} \varepsilon_i R_i} \quad (38)$$

式中的  $V_{i1}(0)$  为(36)式中 Lyapunov 函数的初值。

下面在此基础上证明误差收敛,在滑模面上  $s_i = 0$ ,选取 Lyapunov 函数

$$V_i = \frac{1}{2}e_i^2 \quad (39)$$

当  $|e_i| \geq \eta$  时,由(32)式可得

$$\dot{e}_i = -c_i e_i - \lambda_i |e_i|^{\rho_i} \text{sgn}(e_i) \quad (40)$$

则

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= e_i \dot{e}_i = -c_i e_i^2 - \lambda_i |e_i|^{\rho_i} \text{sgn}(e_i) e_i = \\ &= -c_i e_i^2 - \lambda_i |e_i|^{\rho_i+1} = \\ &= -2c_i V_i - 2^{\frac{\rho_i+1}{2}} \lambda_i V_i^{\frac{\rho_i+1}{2}} \end{aligned} \quad (41)$$

由引理 1 可知系统是有限时间稳定的,且收敛时间满足

$$T_{2i} \leq \frac{1}{c_i \bar{\rho}_i} \ln \frac{2c_i V_{i2}^{\bar{\rho}_i/2}(0) + \bar{\lambda}_i}{\bar{\lambda}_i} \quad (42)$$

式中:  $\bar{\rho}_i = 1 - \rho_i$ ,  $\bar{\lambda}_i = 2^{(\rho_i+1)/2} \lambda_i$ ,  $V_{i2}(0)$  为(38)式中 Lyapunov 函数的初值。

由(41)和(42)式可得,误差  $e_i$  在有限时间内进入区间  $|e_i| < \eta$ ,并满足

$$|e_i| \leq c_i |e_i| + \lambda_i |e_i|^{\rho_i} < c_i \eta + \lambda_i \eta^{\rho_i} \quad (43)$$

可得视线法向制导律的收敛时间满足

$$\begin{aligned} T_i &\leq T_{1i} + T_{2i} \leq \\ &= \frac{R_i}{k_{zi} |\dot{R}_i|} \ln \frac{2k_{zi} |\dot{R}_i| V_{i1}^{1/2}(0) + \sqrt{2} \varepsilon_i R_i}{\sqrt{2} \varepsilon_i R_i} + \\ &= \frac{1}{c_i \bar{\rho}_i} \ln \frac{2c_i V_{i2}^{\bar{\rho}_i/2}(0) + \bar{\lambda}_i}{\bar{\lambda}_i} \end{aligned} \quad (44)$$

当  $|e_i| < \eta$  时,可得滑模面为

$$\dot{e}_i = -c_i e_i - \lambda_i e_i^2 \text{sgn}(e_i) \quad (45)$$

可得

$$|e_i| \leq c_i |e_i| + \lambda_i |e_i|^2 < c_i \eta + \lambda_i \eta^2 \quad (46)$$

类似地,可得误差在时间  $T_i$  内收敛。

综上,收敛时间  $T_i \leq T_{1i} + T_{2i}$ 。

至此,完成了对该制导律稳定性和有限时间收敛特性的证明。

### 3 仿真分析

下面考虑 3 架靶机协同供靶的场景,进行仿真验证。3 架靶机之间的通信网络如图 2 所示,初始参数如表 1 所示。目标位置为  $(x_t, z_t) = (0, 0)$ ,靶机中制导虚拟目标点分布在以目标为圆心,半径

30 km 的圆上,3 架靶机期望视线偏角分别为:  $q_{j1} = -20^\circ$ ,  $q_{j2} = 40^\circ$ ,  $q_{j3} = -60^\circ$ 。仿真步长 0.001 s。

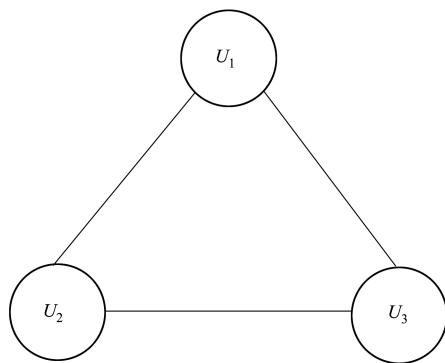


图 2 3 架靶机之间的通信拓扑

表 1 靶机初始参数

靶机	$R/\text{km}$	$q/(\circ)$	$\theta/(\circ)$	$V/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	$q_f/(\circ)$
$U_1$	200	-10	0	240	-20
$U_2$	185	10	0	240	40
$U_3$	160	-30	0	240	-60

在设计的协同中制导律中,仿真参数选取为:视线方向制导律(19)中参数取值为:  $k_1 = 7/9$ ,  $k_2 = 9/7$ ,  $\alpha = 0.35$ ,  $\beta = 0.14$ ,视线法向制导律(34)中参数取值为  $m_1 = 0.2$ ,  $m_2 = 10$ ,  $m_3 = 9/8$ ,  $m_4 = 0.2$ ,  $\varepsilon = 0.000\ 01$ ,  $c = 0.1$ ,  $\rho = 0.7$ ,  $\lambda = 0.01$ ,  $\eta = 0.000\ 1$ 。考虑发动机性能约束靶机轴向的加速度上限为  $10\ \text{m/s}^2$ ,法向加速度上限为  $50\ \text{m/s}^2$ 。

采用本文设计的协同制导律,3 架靶机在中制导起始位置不同的情况下,能够以期望的视线角同时到达各自虚拟目标点,仿真结果如图 3~9 所示。

图 3 为 3 架靶机的水平面轨迹曲线,从图中可以看出,3 架靶机从不同初始位置到达各自虚拟目标点,靶机的水平轨迹较为平直路径较短,且在轨迹末段有一定机动能力。从图 4 中可以看出 3 架靶机与目标的相对距离随着飞行时间的增大而减小,在 635.253 s 同时到达距离目标 30 km 的中制导虚拟目标点。图 5 为 3 架靶机的剩余飞行时间估计值,从图中可以看出,各靶机的剩余飞行时间在进入中制导后 12 s 之内达到一致。图 6~7 给出了各靶机在视线方向和视线法向的加速度曲线。由图 6 在初始阶段视线方向,由于各靶机初始位置不同,初始段靶机  $U_1$  和  $U_3$  加速度短时间内达到限幅  $10\ \text{m/s}^2$ ,之

后快速收敛到 0 附近,使得各靶机剩余飞行时间估计值快速趋于一致。图 7 可以看出在整个飞行过程中各靶机整体加速度较小且曲线较平稳,起始阶段不超过  $7 \text{ m/s}^2$ ,之后快速收敛至 0 附近,在接近虚拟目标点时加速度先变大之后快速收敛至 0,这可以使靶机到达虚拟目标点时,在满足期望视线角的同时,增加对地面武器系统的考核难度。图 8 为 3 架靶机的视线角,从图中可以看出,随着飞行时间的增加各靶机的视线角收敛至期望值,满足到达虚拟目标时的视线角约束。从图 9 中可以看出,在中制导起始阶段距离较远的靶机 1 和靶机 2 加速,距离较近的靶机 3 减速,在接近虚拟目标点进行二次加速,

以适应视线法向机动对剩余时间估计值带来的影响。从表 2 可以看出,3 架靶机可以同时到达虚拟目标,脱靶量均不超过  $0.5 \text{ m}$ ,满足靶机协同供靶中制导精度要求,并且均以期望的视线角到达虚拟目标,3 架靶机的期望视线角误差不超过  $0.05^\circ$ 。

表 2 脱靶量、制导时间和角度误差

靶机	脱靶量/m	制导时间/s	误差/ $(^\circ)$
$U_1$	0.335 7	635.253	0.011 0
$U_2$	0.314 0	635.253	-0.005 0
$U_3$	0.265 1	635.253	0.045 6

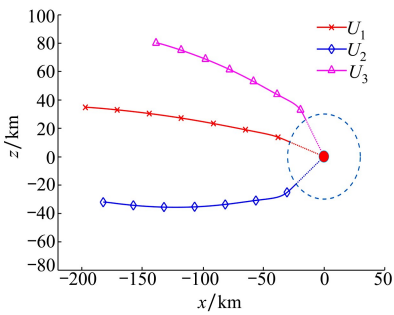


图 3 水平面轨迹曲线

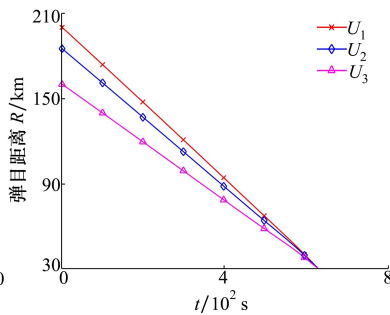


图 4 相对距离曲线

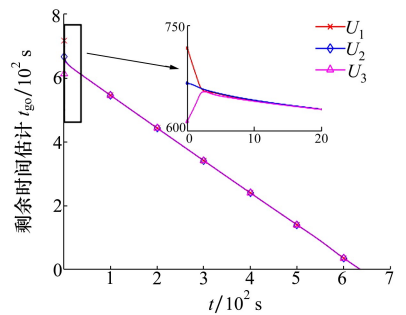


图 5 剩余时间估计值

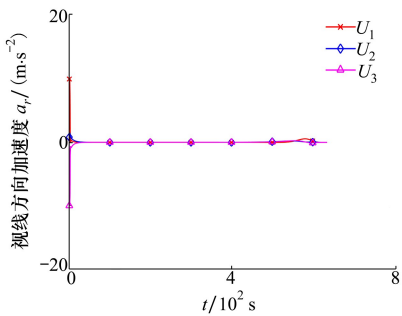


图 6 视线方向加速度曲线

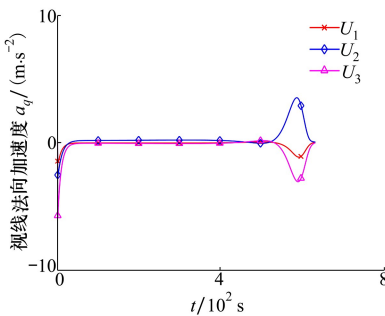


图 7 视线法向加速度曲线

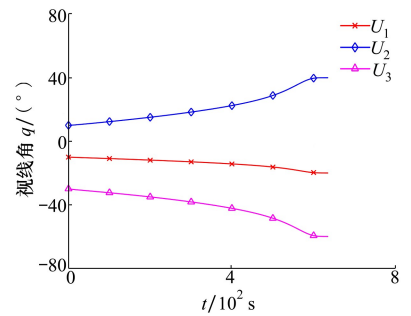


图 8 视线角曲线

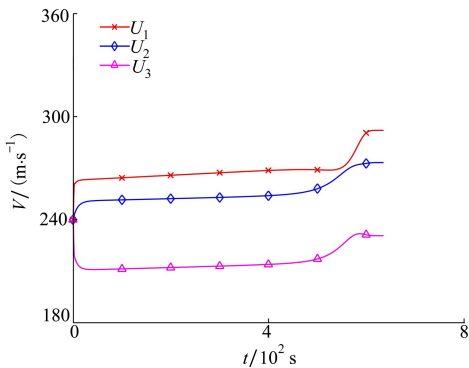


图 9 3 架靶机速度曲线

### 4 结 论

本文针对靶机协同供靶中制导问题进行了研究,基于多智能体一致性理论设计了固定时间协同制导律,通过引入速度维度,解决了传统算法增加路径长度而产生附加能量消耗,各靶机剩余飞行时间能够在固定时间内达到一致,从而实现协同供靶;在视线法向方向,基于有限时间滑模设计了带角度约束的可变系数制导律,可使各靶机的视线角在有限时间内收敛到期望值且在接近虚拟目标点时有一定

的机动能力。仿真结果表明,本文所设计的带角度约束及时间协同的制导律,剩余时间估计值收敛快能够快速形成供靶态势,能够实现同时到达中制导

虚拟目标点且脱靶量小、期望角度精度高,整个中制导过程中加速度曲线较平滑,具有较高的可信性和实用性,且具有较高的工程应用价值。

## 参考文献:

- [1] 王正青. 面向实战摸清底数——谈复杂环境与边界条件下的武器装备试验鉴定[J]. 现代防御技术, 2019, 47(5): 1-7  
WANG Zhengqing. Combat oriented base performance testing: testing identification of weapon system in complex scenes and boundary conditions[J]. Modern Defence Technology, 2019, 47(5): 1-7 (in Chinese)
- [2] 王道波, 任景光, 蒋琬玥, 等. 无人靶机及其自主控制技术发展[J]. 科技导报, 2017, 35(7): 49-57  
WANG Daobo, REN Jingguang, JIANG Wanyue, et al. An overview of the development of target drones and associated autonomous control[J]. Science & Technology Review, 2017, 35(7): 49-57 (in Chinese)
- [3] 马岩, 毛师彬, 沈雯, 等. 空中靶机集群协同飞行研究[J]. 兵工自动化, 2021, 40(8): 35-38  
MA Yan, MAO Shibin, SHEN Wen, et al. Research on aerial target drones coordinated formation flight[J]. Ordnance Industry Automation, 2021, 40(8): 35-38 (in Chinese)
- [4] 刘翔, 梁晓庚. 攻击角约束多拦截弹协同制导控制一体化研究[J]. 西北工业大学学报, 2019, 37(2): 273-282  
LIU Xiang, LIANG Xiaogeng. Integrated guidance and control of multiple interceptors with impact angle constraints considered [J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2019, 37(2): 273-282 (in Chinese)
- [5] HE S, WANG W, WANG J. Discrete-time super-twisting guidance law with actuator faults consideration[J]. Asian Journal of Control, 2017, 19(6): 1-8
- [6] JEON I, LEE J, TAHK M. Impact-time-control guidance law for anti-ship missiles[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2006, 14(2): 260-266
- [7] ZHANG Y A, MA G X, LIU A L. Guidance law with impact time and impact angle constraints[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2013, 26(4): 960-966
- [8] HU Q L HAN T, XIN M. Sliding-mode impact time guidance law design for various target motions[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2019, 42(1): 136-148
- [9] ZHAO E J, WANG S Y, CHAO T, et al. Multiple missiles cooperative guidance based on leader-follower strategy[C]// Proceedings of 2014 IEEE Chinese Guidance, Navigation and Control Conference, Piscataway, 2014
- [10] ZHAO E J, CHAO T, WANG S, et al. An adaptive parameter cooperative guidance law for multiple flight vehicles[C]// Proceedings of AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference, Reston, 2015
- [11] WANG Y, DONG S, OU L, et al. Cooperative control of multi-mimssile systems[J]. IET Control Theory & Applications, 2014, 9(3): 441-446
- [12] KANG S, WANG J A, LI G, et al, Optimal cooperative guidance law for salvo attack: an MPC-based consensus perspective[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2018, 54(5): 2397-2410
- [13] 郭正玉, 王超磊, 钱航, 等. 带有攻击角约束的大机动目标协同攻击制导律[J]. 西北工业大学学报, 2020, 38(6): 1257-1265  
GUO Zhengyu, WANG Chaolei, QIAN Hang, et al. Cooperative intercepting guidance law for large maneuvering target with impact angle constraint[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2020, 38(6): 1257-1265 (in Chinese)
- [14] 司玉洁, 熊华, 宋勋, 等. 三维自适应终端滑模协同制导律[J]. 航空学报, 2020, 41(增刊): 723759  
SI Yujie, XIONG Hua, SONG Xun, et al. Three dimensional guidance law for cooperative operation based on adaptive terminal sliding mode[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2020, 41(suppl 1): 723759 (in Chinese)
- [15] YAN P P, FAN Y H, LIU R F, et al. Distributed target-encirclement guidance law for cooperative attack of multiple missiles[J]. International Journal of Advanced Robotics Systems, 2020, 17(3): 1-15
- [16] WU Z H, FANG Y W, FU W X, et al. Cooperative optimal mid-course guidance laws with parameter optimization[C]// Proceedings of the 39th Chinese Control Conference, 2020
- [17] YU S H, Yu X G, Shirinzadeh B, et al. Continuous finite-time control for robotic manipulators with terminal sliding mode[J].

Automatica, 2005, 41(11): 1957-1964

- [18] ZUO Z Y, TIAN B L, DEFOORT M, et al. Fixed-time consensus tracking for multiagent systems with high-order integrator dynamics[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2018, 63(2): 563-570
- [19] AGHABABA M P, KHANMOHAMMADI S, ALIZADEH G. Finite-time synchronization of two different chaotic systems with unknown parameters via sliding mode technique[J]. Applied Mathematical Modelling, 2011, 35(6): 3080-3091
- [20] WANG L, XIAO F. Finite-time consensus problems for networks of dynamic agents[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2010, 55(4): 950-955

## Design of finite time cooperative mid-course guidance law for unmanned target drone aircrafts

GUO Xiaowen<sup>1</sup>, FAN Yonghua<sup>2</sup>, ZHANG Minghuan<sup>2</sup>, YAN Jie<sup>2</sup>, WU Baoyuan<sup>1</sup>

(1.Xi'an Aerospace Propulsion Institute, Xi'an 710100, China;  
2.School of Astronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

**Abstract:** For cooperative mid-course guidance problem of multiple unmanned target drone aircrafts (UTDA), a novel cooperative guidance law with impact angle constraints is proposed in this study. Firstly, the relative motion equation of UTDA and target, and the multiple-UTDA cooperative guidance model with impact angle constraints are constructed. Then, the process of cooperative guidance law design is divided into two stages. In the first stage, the acceleration command on the LOS direction is designed based on the fixed-time consensus theory, the speed dimension is introduced which can guarantee the consensus of all UTDA's impact times in fixed time. In the second stage, an impact-angle-control guidance law is proposed based on the approaches of variable coefficients sliding mode control and finite-time convergence theory to reach the virtual targets, the acceleration command on the direction of perpendicular to the LOS is developed, which can ensure that all the LOS angles converge to the desired terminal LOS angle in finite-time and some mobility when approaching the virtual targets is achieved, and the Lyapunov stability is adopted. Finally, numerical simulations express that the cooperative mid-course guidance law designed in this study can make each UTDA reach the virtual target at the same time with small miss distance and meet the LOS constraint, and demonstrate the effectiveness of the proposed mid-course guidance law.

**Keywords:** unmanned target drone aircraft (UTDA) swarm; finite-time theory; mid-course guidance law; sliding mode control

**引用格式:** 郭晓雯, 凡永华, 张明环, 等. 基于有限时间一致的靶机协同中制导律设计[J]. 西北工业大学学报, 2023, 41(1): 97-104

GUO Xiaowen, FAN Yonghua, ZHANG Minghuan, et al. Design of finite time cooperative mid-course guidance law for unmanned target drone aircrafts[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2023, 41(1): 97-104 (in Chinese)