

针对 UNGM 模型的特性分析与 滤波算法设计研究

卢山^{1,2}, 张世源¹

(1.上海航天控制技术研究所, 上海 201109; 2.上海市空间智能控制技术重点实验室, 上海 201109)

摘 要:单变量非平稳增长模型(UNGM)与无迹卡尔曼滤波器(UKF)在非线性的比较分析中被广泛使用。但由于 UNGM 复杂的特性,在使用 UKF 进行滤波时会出现基于不同原因的估计失准问题,使得滤波器对比分析的严谨性不足。针对这些问题,对 UNGM 的复杂特性进行了研究,并提出一种具有滑动采样模块的 UKF(SSUKF)。该算法在 UKF 的基础上进行了优化,对滤波信息进行采样分析并实时修正 Sigma 点的分布,能够有效应对 UNGM 的复杂特性。将 SSUKF 应用到不同参数条件下的 UNGM 中,并与 UKF、自举粒子滤波器(BPF)进行比较。仿真结果表明,SSUKF 能够有效解决 UKF 应用于 UNGM 时的失准问题,并且计算速度优于 BPF。相较 UKF,SSUKF 更适合作为利用 UNGM 对非线性滤波器性能进行评估时的基准滤波器。

关 键 词:单变量非平稳增长模型(UNGM);双峰分布;无迹卡尔曼滤波(UKF);非线性滤波

中图分类号:TN713⁺.7

文献标志码:A

文章编号:1000-2758(2023)02-0293-10

随着航天器在深空探测、国防、导航通讯等多个领域发挥着越来越重要的作用,人们对航天器导航、制导与控制精度的要求也越来越高。准确的状态估计是航天器实现轨道、姿态自主控制、执行深空探测、在轨服务等空间任务的前提^[1]。随着任务需求的变化,航天器的运动学、动力学模型越来越复杂,在轨运行环境不确定性因素越来越多,许多研究机构和学者改进和提出了各类非线性滤波算法^[2-3]以获得更高的状态估计精度。

单变量非平稳增长模型(univariate nonstationary growth model, UNGM)是用于验证非线性滤波算法的基准模型,在滤波器设计与评估类文献中被广泛使用^[4-10]。该模型的状态方程具有很强的非线性,而且在观测 y_k 是关于状态 x_k 的偶函数时其状态的后验概率密度呈双峰特性^[11],即状态量在 2 个不同区间内取值的可能性接近,这大大增加了对于状态量进行准确估计的难度。基于以上原因,UNGM 的状

态估计是一个复杂的非线性递推贝叶斯滤波问题,对于滤波器性能的要求非常高^[12]。但是自文献[13]首次将该模型应用于验证非线性滤波器性能以来,鲜有文献针对该模型的性质进行分析研究。由于该模型特性较为复杂,使得一些研究,如文献[14-16]对该模型的使用存在不恰当之处。无迹卡尔曼滤波器(unscented Kalman filter, UKF)^[17]是一种经典的非线性滤波器,经常在滤波器设计类文献中被用作对比仿真试验的基准滤波器。由于 UKF 属于 Sigma 点卡尔曼滤波器,即采用确定性采样的方式获取采样点,其采样点的数量以及分布范围均受限。当待估计状态量的后验概率密度呈双峰特性时,UKF 所使用的采样策略无法同时获得状态量在 2 个概率密度峰值区间的统计信息,会使得 UKF 估计结果失准。基于上述原因,UKF 在对 UNGM 进行估计时,会出现模态估计错误、状态方差发散等问题,同时会影响其作为对比仿真试验中的基准滤波

收稿日期:2022-05-10

作者简介:卢山(1982—),上海航天控制技术研究所研究员,主要从事空间操控的 GNC 技术研究。

通信作者:张世源(1998—),上海航天控制技术研究所助理工程师,主要从事航天器导航制导与控制技术研究。

e-mail:1663085217@qq.com

器时,对滤波器性能进行评估的合理性。

粒子滤波 (particle filtering, PF)^[18] 基于 Bayes 原理的序贯 Monte-Carlo 模拟方法,采样点数目与分布范围不受限制,能够对后验概率密度呈双峰分布的状态量进行估计。在 PF 中引入重采样以解决权值退化问题的滤波器称为自举粒子滤波器 (bootstrap particle filtering, BPF)^[5],是一种简单易行的粒子滤波器。但 BPF 仍存在计算量过大、模型针对性不强等问题,不是一种高效的滤波方法。

状态后验概率密度呈双峰特性的系统模型在工程应用领域也广泛存在: Duffing 振子在谐和与随机噪声联合作用下的系统响应^[19]; 油田产量和可采储量的二重二参数 Weibull 混合分布预测模型^[20]; 毛细管-环电极配置的高压静电雾化系统下水静电雾化雾滴粒径的分布^[21] 等的状态量均具有显著的双峰概率密度分布规律。对 UNGM 模型的特性进行分析,设计一种能够有效应对 UNGM 的滤波器对于工程应用领域具有一定的借鉴意义。

1 UNGM 特性分析

UNGm 的离散化状态空间方程表示为

$$\begin{cases} x_k = ax_{k-1} + \frac{bx_{k-1}}{1+x_{k-1}^2} + \alpha \cos(\beta(k-1)) + w \\ y_k = \frac{x_k^2}{c} + v \end{cases} \quad (1)$$

式中: $a \in (0, 1)$, b, c, α, β 为模型系数, a 与 α 对模型特性影响较大,可以根据研究所需的模型特性进行调整; w, v 为过程噪声和观测噪声。

将状态方程中含状态变量项定义为

$$f(x_k) = ax_{k-1} + \frac{bx_{k-1}}{1+x_{k-1}^2} \quad (2)$$

令 $a = 0.5, b = 25, c = 20, \alpha = 0$ 。假设状态初值 x_0 服从均值为 0 的正态分布。UNGm 的状态方程曲线及状态量在无噪声影响下的递推过程如图 1 所示。

由图可知,当 x_0 取值为一数值较小的正数时,由于 $f(x)$ 在原点附近快速增长的特性,状态量会在下一时刻递推至一较大正数 x_1 ,并在后续时刻逼近状态方程函数 $y=f(x)$ 与直线 $y=x$ 在第一象限的交点 (7, 7)。易知该交点为状态量的一个平衡点,即处于该点的状态量受扰动偏离该交点后,均有返回

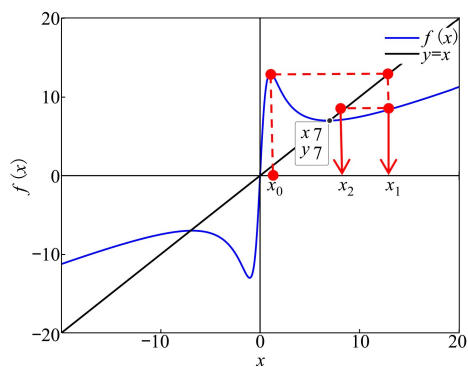


图 1 UNGM 状态方程曲线

该点的趋势。因此在系统噪声的作用下,状态量的值将围绕平衡点上下波动。

当 x_0 取值为负时,递推过程与上述分析相同,此时的平衡点为状态方程函数 $y=f(x)$ 与直线 $y=x$ 在第三象限的交点。在不考虑余弦项与系统噪声时,状态方程为奇函数,故两平衡点关于原点对称。由于状态初值服从均值为零的正态分布,故 x_0 取值为正数、负数的概率各占 0.5,后续时刻的状态量也将以相等的概率围绕第一、第三象限的平衡点上下波动,这即是 UNGM 中状态量概率密度分布呈双峰特性的原因。

令 a 分别取值为 0.5 与 0.9,其余参数不变。从均值为 0,方差为 1 的高斯分布中取 10 000 个样本点作为状态量在 $k=0$ 时刻的初始分布,将这些点代入到 UNGM 状态方程迭代 5 次,得到状态量在 $k=5$ 时刻的概率密度分布如图 2 所示。

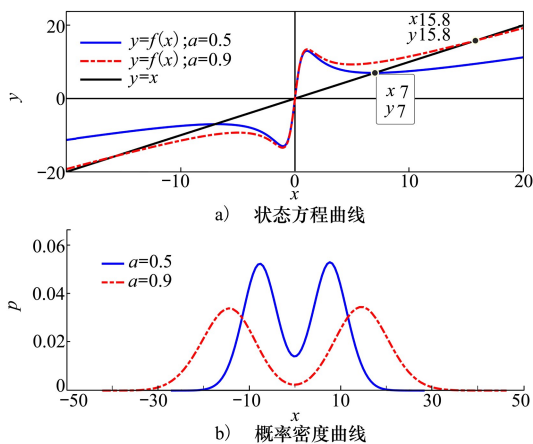


图 2 参数 a 对函数特性的影响

由状态方程曲线可知,参数 a 对 UNGM 模型特性的影响主要在于状态方程函数 $y=f(x)$ 与直线 $y=x$

x 交点的位置,即状态平衡点的大小。 a 取值越大,状态平衡点距离 y 轴越远。由概率密度曲线可知,状态量在 $k = 5$ 时刻的概率密度分布呈明显的双峰特性。分布峰值关于 $x = 0$ 对称,且 a 取值越大,峰值间距越大。

在 $a = 0.5$ 时,令 $\beta = 1.2, \alpha = 8$,其余条件不变。进行 6 次迭代,即令 $\cos(1.2(k - 1))$ 近似变化一个周期,绘制 $k = 1$ 至 $k = 6$ 之间每一时刻的状态方程与概率密度曲线,如图 3 所示。

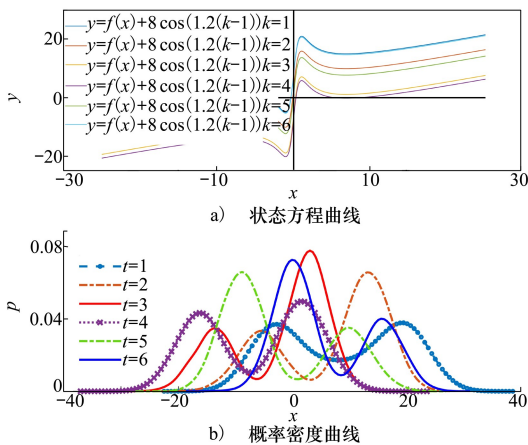


图 3 参数 α 对函数特性的影响

如图 3a) 所示, $\alpha\cos(\beta(k - 1))$ 的存在相当于在每一时刻的状态方程中引入一大小不同的常数,使得状态方程曲线沿 y 轴在 $[\alpha, -\alpha]$ 的范围内上下移动,平衡点也随之上下平移,不再关于原点对称。由于平衡点不断发生变化,状态概率密度的峰值也不再关于 $x = 0$ 对称,同样在一定范围内呈类似周期性的变化。该变化范围的闭区间边界为 $\alpha\cos(\beta(k - 1)) = \pm\alpha$ 时,状态方程函数 $y = f(x)$ 与直线 $y = x$ 交点的 x 轴坐标值。

2 UKF 失准问题分析及 UNGM 的常见使用误区

2.1 模态判断错误

模态判断错误这一失准问题的具体表现为:状态估计误差发散,状态估计方差收敛,状态估计值与状态真实值近似关于 $x = 0$ 对称。

模态判断错误发生的情况共有 2 种。第一种是由 UKF 的状态初值设置不当引起,文献[14]由于忽略了此类失准情况,造成对比仿真结论不合理;第二

种是由过程噪声小概率发生的大幅跳变引起,文献[15]由于忽略了此类失准情况,造成对比仿真结论不严谨。

按文献[14-15]进行参数设置,令 $a = 0.9, b = 25, c = 20, \alpha = 1, \beta = 0.4$;真实初始状态 $x_0 = 0$,初始状态估计值 $\hat{x}_0$ 可在 x_0 的合理邻域内任意给定一数值,初始协方差 $P_0 = 5; w \sim N(0, 10), v \sim N(0, 1)$ 。

由 UKF 滤波原理可知(UKF 算法详情见文献[17],此处不再赘述),在 $k = 1$ 时刻的时间更新步骤中 $x_{1|0}$ 根据 $\hat{x}_0$ 不同的给定值可能为正或为负。由第 1 节中对 UNGM 的分析可知,后续时刻的 $x_{k|k-1}$ 将在状态方程的递推中稳定至第一或第三象限的平衡点附近。在量测更新步骤中引入观测量 y_k 对 $x_{k|k-1}$ 进行修正,得到 k 时刻的估计值 $\hat{x}_k$ 。

真实状态在系统随机噪声的作用下,可能由初始状态 $x_0 = 0$ 跳变至正值或负值,并稳定在 UNGM 位于第一或第三象限的平衡点附近。由于 UKF 无法对初始随机跳变的正负进行判断,故滤波器中的一步预测值 $x_{k|k-1}$ 与状态真实值 x_{true} 可能正负异号,稳定于不同象限的平衡点。

又由于观测方程为偶函数,滤波器只能引入状态真实值的大小,而无法获取其符号信息,故当 $x_{k|k-1}$ 与 x_{true} 异号时, y_k 无法将 $\hat{x}_k$ 修正至与 x_{true} 同一符号。本文将这种情况称为模态判断错误。所以当滤波估计值与真实状态量处于不同象限稳定点的情况下,UKF 会出现估计失准,第一种模态判断错误的具体表现如图 4 所示。

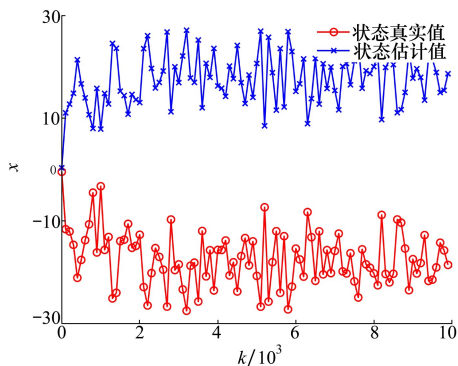


图 4 模态判断错误情况下的 UKF 估计情况

文献[14]认为这种情况是由 UKF 估计误差过大造成,进而得出 UKF 对非线性系统滤波性能不佳的结论。但该结论是不恰当的。由上述分析可知,UKF 的模态判断错误是存在随机性的,并非在每一

次仿真中都会发生。当 UKF 的模态判断正确时,仍能对 UNGM 进行较准确估计,具体表现如图 5 所示。

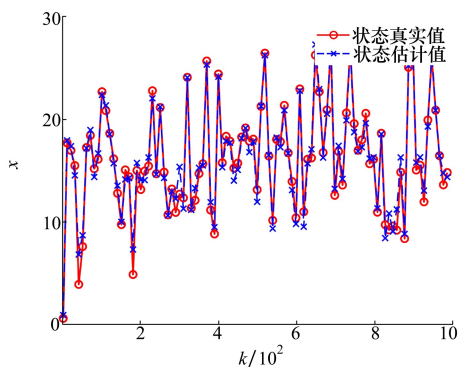


图 5 模态判断正确情况下的 UKF 估计情况

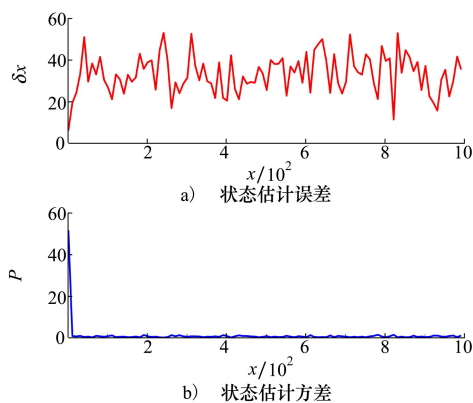


图 6 模态判断错误情况下的状态估计误差与方差

由图 6 可知,在 UKF 的模态判断错误时,虽然 UKF 的状态估计误差发散,但其状态估计方差仍正常收敛至 0 附近,滤波器运行并未出现异常。由图 4 也能够观察到,虽然状态估计值 $\hat{x}_k$ 严重偏离了状态真实值 x_{true} ,但二者近似关于直线 $x = 0$ 对称。由于观测方程为偶函数,量测新息 $r_k = y_k - z_k = x_{\text{true}}^2/c + v - \hat{x}_k^2/c$ 的值将收敛至 0 附近,无法将状态估计误差 δx 的信息引入 UKF。这说明,即使是在模态判断错误的情况下,UKF 仍能较为精确地对状态量绝对值的大小进行估计,只是无法判断其符号的正负。

第二种模态判断错误情况,如图 7 所示。虽然过程噪声 $w \sim N(0, 10)$ 的均值为 0,但仍会有小概率出现幅值较大的情况。通常情况下,状态量会在过程噪声的影响下在某一平衡点附近波动。当滤波时间足够长,状态量便可能受到某一刻较大幅值的过程噪声值影响,正负号发生跳变,并迅速稳定至另一平衡点。本文将这种情况称为状态量的“模态跳

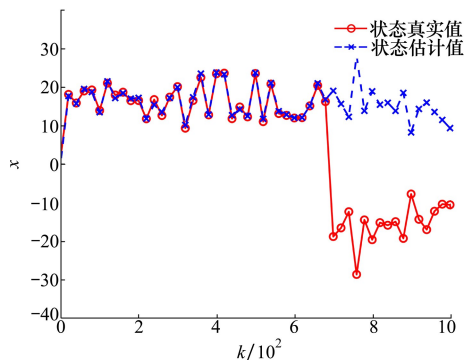


图 7 UKF 模态判断错误

变”。同样受量测方程为偶函数的影响,UKF 无法识别这种模态跳变,发生模态判断错误。

由 UNGM 特性分析可知, a 的值越小,状态平衡点距离 y 轴越近,平衡点的值越小。这表示着 w 使状态量发生符号跳变所需的值越小,状态量在平衡点之间发生跳变的可能性越大,模态跳变越频繁。

文献[15]对状态量进行了 100 个时刻的滤波估计后,在估计误差收敛的情况下判定滤波器估计性能良好。这样的结论仍是不够严谨的,原因在于时间样本过少,未能包含上述状态量小概率发生模态跳变时模态判断错误的情况。

2.2 状态估计方差发散

状态估计方差发散的表现:状态估计方差大幅震荡,在模态判断正确的情况下状态估计误差仍不能收敛,滤波器失效。此类情况由 UKF 的 Sigma 点分布不合理引起,文献[6,16]均由于忽略了此类失准情况,造成对比仿真结论不严谨。

按文献[6,16]进行参数设置,令 $a = 0.5, \alpha = 8, \beta = 1.2$,其余条件不变。在这种情况下 UKF 的状态估计误差与状态估计方差曲线如图 8 所示。

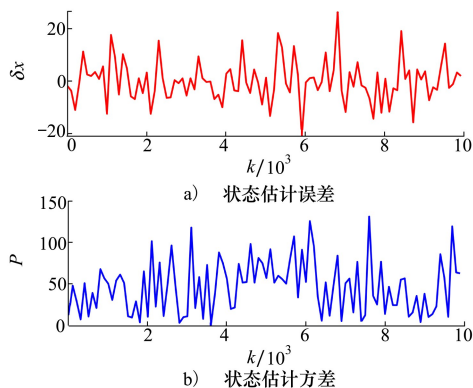


图 8 状态估计方差发散情况

由图可知,在该条件下 UKF 状态估计误差发散,估计方差也未能收敛,滤波器处于失效状态。发生这种情况的原因分析如下。

由 UKF 滤波原理可知,该算法通过 $2n + 1$ 个采样点来近似非线性变化后的状态分布,其中 n 为状态方程维数。故在 UNGM 中,UKF 算法每一时刻在 $f(x)$ 中取 3 个采样点进行时间更新中一步预测值 $x_{k|k-1}$ 与方差 $P_{k|k-1}$ 的计算。其中第一个采样点为上一时刻的状态估计值,另外 2 个采样点根据 Unscented 变换法则关于第一个采样点对称分布。假设某一时刻状态量位于平衡点附近,且估计值的绝对值与真实值接近,具体采样情况如图 9 所示。

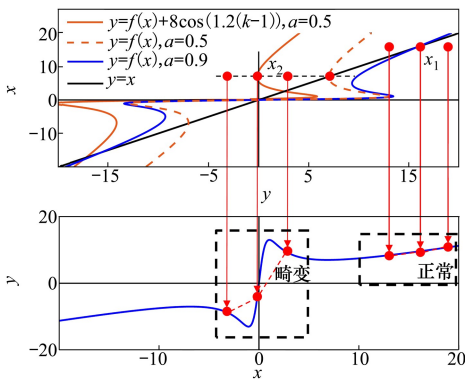


图 9 UKF 采样情况示意图

由 UNGM 特性分析可知,当 a 取值较大且 α 取值较小时,平衡点距离 y 轴较远,如图 9 中的 x_1 ,此时 3 个采样点均位于同一象限。在这种情况下,当 UKF 发生模态判断错误,即估计值与真实值处于不同象限时,由于 $f(x)$ 关于原点对称,UKF 在估计值邻域进行的采样仍能很好地近似真实值邻域内 $f(x)$ 区段对状态分布的影响。

但是当 a 取值较小且 α 取值较大时, $f(x)$ 沿 y 轴上下移动会使得某些时刻的平衡点距离 y 轴很近,如图 9 中的 x_2 。此时,3 个采样点将位于原点邻域内的不同象限。由于 $f(x)$ 在原点附近快速震荡的特性,UKF 采样点的分布将发生畸变,不再能够近似真实值邻域内 $f(x)$ 区段对状态分布的影响。在这种情况下,即使模态判断正确,UKF 仍会估计失准,且状态估计方差发散。具体情况如图 10 所示。

由上述分析可知,第二类状态估计失准情况在任何确定性采样滤波器 (UKF、CKF 等) 的估计过程中均会发生。即使在此类滤波器基础上做出算法优化,只要未改变采样法则,都无法避免此类情况的

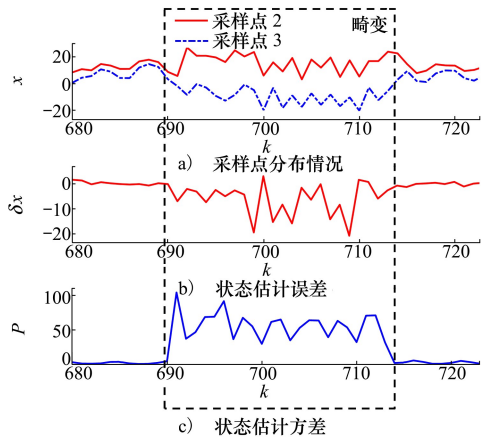


图 10 状态估计方差发散时的 UKF 估计情况

发生。

由卡尔曼滤波基本原理^[22]可知,滤波的目的在于融合状态量与观测量的信息,使得滤波结果的方差小于系统噪声方差与观测噪声方差,以得到更为精确的估计值。故当滤波器估计值的方差无法收敛时,滤波器处于失效状态,估计结果不可靠。

文献[6,16]将优化后的 UKF 与 UKF 应用于本节参数设置条件下的 UNGM,用以比较两者性能。由上述分析可知,在这种参数设置状态下,优化后的 UKF 与 UKF 均处于失效状态,而在滤波器失效时对其估计精度进行比较是缺乏意义的。

3 SSUKF 算法设计

由 UKF 失准情况的分析可知,UKF 不适合作为使用 UNGM 对非线性滤波器进行性能评估时的基准滤波器。为解决这一问题,本文提出具有滑动采样模块的 UKF (UKF with sliding sampling module, SSUKF),具体设计如下。

3.1 修正模态判断错误

由 UNGM 特性分析可知,当 $\alpha \neq 0$ 时,状态量后验概率分布的双峰将失去对称性,本文将从这一特性着手进行研究。

假设第 $k-1$ 步状态估计准确,即 $\hat{x}_{k-1} = x_{true}$ 。则当估计值与真实值正负同号时,第 k 步真实值与滤波器一步预测值分别为

$$x_{true} = f(\hat{x}_{k-1}) + \alpha \cos(\beta(k-1)) + w \tag{3}$$

$$x_{k|k-1} = f(\hat{x}_{k-1}) + \alpha \cos(\beta(k-1)) \tag{4}$$

状态方程中 $\cos(\beta(k-1))$ 在同一时刻大小、

符号相同,由于系统噪声 w 服从均值为 0 的正态分布,故此时 $x_{\text{true}} < x_{klk-1}$ 的概率为 0.5。

当估计值与真实值正负异号时,下一步真实值与滤波器一步预测值分别为

$$x_{\text{true}} = f(-\hat{x}_{k-1}) + \alpha \cos(\beta(k-1)) + w \quad (5)$$

$$x_{klk-1} = f(\hat{x}_{k-1}) + \alpha \cos(\beta(k-1)) \quad (6)$$

假设 $\hat{x}_{k-1}$ 为正, $\alpha \cos(\beta(k-1))$ 为正,由于 $f(x)$ 是奇函数,故在不考虑系统噪声 w 时, x_{true} 与 x_{klk-1} 分别为绝对值相同的正数与负数同时加上一个大小相同的正值。此时, x_{klk-1} 的绝对值大于 x_{true} 的绝对值,即

$$\begin{aligned} |f(\hat{x}_{k-1}) + \alpha \cos(\beta(k-1))| &> \\ |f(-\hat{x}_{k-1}) + \alpha \cos(\beta(k-1))| \end{aligned}$$

在这种情况下引入系统噪声 w 后, $x_{\text{true}} < x_{klk-1}$ 的概率将大于 0.5。经计算,当系统噪声 $w \sim N(0, 10)$, $\alpha \cos(\beta(k-1)) = 1$ 时, $x_{\text{true}} < x_{klk-1}$ 的概率,即 $w > -2$ 的概率约为 74%; $\alpha \cos(\beta(k-1)) = 0.8$ 时, $x_{\text{true}} < x_{klk-1}$ 的概率,即 $w > -1.6$ 的概率约为 70%。

$\hat{x}_{k-1}$ 为正, $\alpha \cos(\beta(k-1))$ 为负, $\hat{x}_{k-1}$ 为负, $\alpha \cos(\beta(k-1))$ 为正, $\hat{x}_{k-1}$ 为负, $\alpha \cos(\beta(k-1))$ 为负的情况以此类推。此处仅以 $\hat{x}_k$ 为正, $\alpha \cos(\beta(k-1))$ 为正的情况为例继续推导。在 $x_{\text{true}} < x_{klk-1}$ 的情况下,将真实值的观测数据引入滤波器,对一步预测值 x_{klk-1} 进行修正,修正后的估计值 $\hat{x}_k$ 同样小于 x_{klk-1} 。

基于以上分析设计的“滑动采样模态判别算法”流程为:在 k 时刻获取一定数量的滤波器数据信息 $x_{klk-1}, x_{k-1lk-2}, \dots, x_{k-nl(k-n)-1}; \hat{x}_k, \hat{x}_{k-1}, \dots, \hat{x}_{k-n}$ 作为采样点。其中 n 为采样数量,可以根据 UNGM 参数的变化进行调整; $k > n$, 与当前滤波时刻保持同步。故通过以上形式获取的滤波数据可以看作是在完整滤波时段中向前“滑动”的一串采样点。

当获取样本点的阈值设置为 0.8 时,在采样得到的数据中,进一步选取 $\alpha \cos(\beta(k-1)) > 0.8$ 的时刻点作为样本点,并对 $x_t < x_{tl-1}$ 的时刻进行统计;选取 $\alpha \cos(\beta k) < -0.8$ 的时刻点作为样本点,并对 $x_t > x_{tl-1}$ 的点进行统计, $t = k, k-1, \dots, k-n$ 。若统计点的数量占到样本点数量的 70% 以上,则判定为模态估计错误,令 $\hat{x}_k = -\hat{x}_k$ 。

需要注意的是,当选取样本点的阈值,即 $\alpha \cos(\beta(k-1))$ 的大小确定时, α 的值越大,在一定时间范围内,满足阈值被选取的时刻点 k 越多,反之则越少;采样数量 n 越小,对于模态错误的判断越迅

速,但可能发生误判; n 越大,对模态错误的判断的延迟越长,但判断结果也越准确。

3.2 修正状态估计方差发散

本文在 UKF 的基础上对 Sigma 点采样法则进行修正,以解决状态估计方差发散的问题,方案如下。

对当前时刻的状态估计值 $\hat{x}_k$ 的正负进行判断,若 $\hat{x}_k > 0$,再对采样点中较小的一个,即 $\chi_1 = \hat{x}_k - \sqrt{(\lambda + n)P_k}$ 的正负进行判断,其中 n 为状态量的维数, λ 为 UKF 的比例系数。若 $\chi_1 > 0$ 则代表采样点正常,无需做出任何改动。若 $\chi_1 < 0$ 则代表采样点异常,可能发生畸变。此时可以将比例系数 λ 适度调小,使得 $\chi_1 > 0$,令 3 个采样点集中到同一象限。如无法通过改变 λ 的大小使得 $\chi_1 > 0$,则可以直接令 $\chi_1 = \mu \hat{x}_k$,另一较大采样点 $\chi_2 = (2 - \mu) \hat{x}_k$,同样可以解决采样点畸变造成的状态估计方差发散的问题,其中 $\mu \in [0, 1]$ 。

当 $\hat{x}_k < 0$ 时,修正思路与上述情况相同,即将采样点调整至同一象限内,不破坏 $f(x)$ 关于原点对称的特性。

4 仿真校验

为进一步验证 SSUKF 应对 UNGM 复杂特性的有效性,本文将 SSUKF 与 UKF、BPF 进行了仿真对比分析。

4.1 SSUKF 与 UKF 的仿真比较

令 $a = 0.5, b = 25, c = 20, \alpha = 8, \beta = 1.2$; 真实初始状态 $x_0 = 0$, 初始状态估计值 $\hat{x}_0$, 可在 x_0 的合理邻域内任意给定一数值, 初始协方差 $P_0 = 5; w \sim N(0, 10), v \sim N(0, 1)$; 仿真步数 $k = 10\ 000$ 。

使用均方根误差 (root mean square error, RMSE) 来定量比较各滤波算法的精度。状态 x 在整个滤波时段的 RMSE 可以表示为

$$E_{\text{RMSE}, x} = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (\hat{x}_i - x_i)^2} \quad (7)$$

式中: x 和 x_i 分别为第 i 步时状态量的估计值与真实值; k 表示滤波总步数。SSUKF 与 UKF 的仿真结果对比如表 1 和图 11 所示。

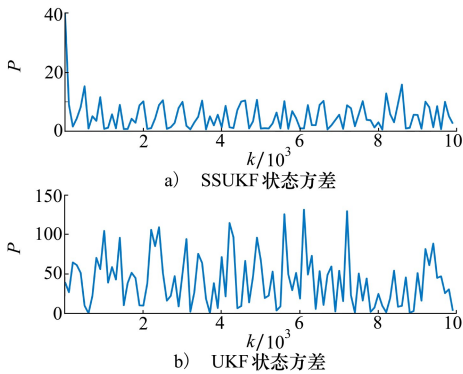


图 11 SSUKF 与 UKF 的状态方差对比

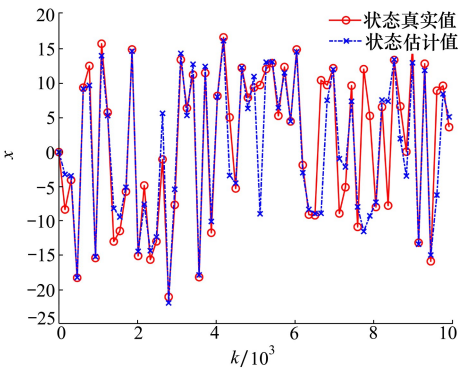


图 13 BPF 的状态估计情况 1

表 1 滤波器性能对比

滤波器名称	均方根误差	t/s
SSUKF	10.477	0.456
BPF	12.745	0.439

由表 1 和图 11 可知,与 UKF 相比,SSUKF 在计算时间基本一致的情况下,状态方差的收敛性与滤波精度都有较大提升。

4.2 SSUKF 与 BPF 的仿真比较

已知 BPF 算法粒子数量多、分布范围广,能够较为有效地处理 UNGM 问题。基于 BPF 的各种优化滤波算法也经常使用 UNGM 进行性能评估。本文通过 2 组不同参数设置的 UNGM,对 BPF 与 SSUKF 进行比较分析,以进一步评估 SSUKF 的性能(BPF 算法详见文献[5],本文不再赘述)。

1) 第一组参数设置

令 $a = 0.7, b = 25, c = 20, \alpha = 4, \beta = 1.2$ 。SSUKF 采样数 $n = 8$, BPF 粒子数为 300。SSUKF 与 BPF 的估计结果如图 12~13 所示。

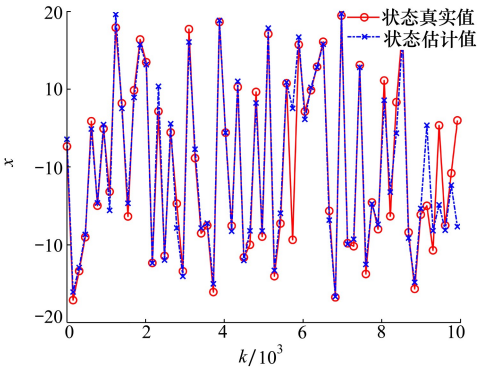


图 12 SSUKF 的状态估计情况 1

表 2 滤波器性能对比

滤波器名称	均方根误差	t/s
SSUKF	7.862	0.453
BPF	6.529	1.156

由表可知,在这种参数设置条件下,BPF 的估计精度略优于 SSUKF,但 SSUKF 的计算时间明显小于 BPF,此时 2 种滤波器性能接近。

2) 第二组参数设置

令 $a = 0.9, \alpha = 1, \beta = 0.4$; 由第 3 节分析可知,由于 a 变大,状态量模态跳变频次降低,故此时可以通过增加 SSUKF 采样点的数量以提高其模态判断的准确性,令 $n = 100$,其余参数不变。SSUKF 与 BPF 的估计结果如图 14~15 所示。

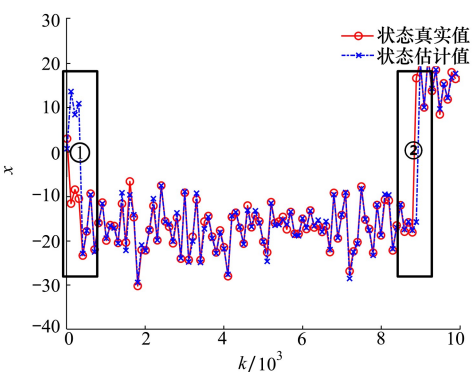


图 14 SSUKF 的状态估计情况 2

由图 14 可知,SSUKF 在区域①发生初始模态判断错误;UNGM 模型在区域②中因系统噪声而发生模态跳变。上述情形包含了 2.1 节中所描述的造成 UKF 失准的两类模态判断错误情况。当这两类模态误判发生时,SSUKF 均正确做出判断并迅速修正。

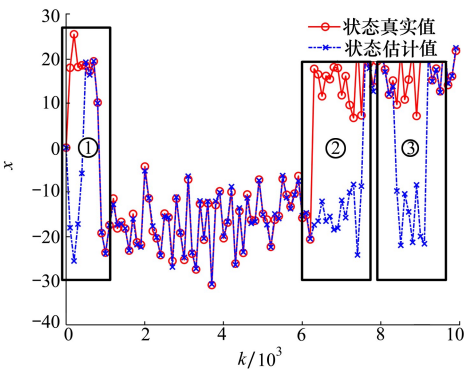


图 15 BPF 的状态估计情况 2

由图 15 可知,BPF 在区域①中迅速修正了模态判断错误;在区域②中则经过了较长的延迟才对模态错误做出修正;在区域③中则发生了模态误判的情况,估计值的符号发生错误跳变。这是由于当 α 较大时,UMGN 后验概率密度的双峰分布间隔较大(详见 UNGM 特性分析),BPF 的粒子分布稀疏使得采样信息充分,导致滤波器性能下降。这也体现了 BPF 对于具体模型针对性不强的特点。

滤波器性能的定量比较如表 3 所示。

表 3 滤波器性能对比

滤波器名称	均方根误差	t/s
SSUKF	5.588	0.473
BPF	15.979	1.331

参考文献:

[1] 卢山,姜泽华,刘禹.空间碎片绳网捕获拖曳恒张力控制[J].宇航学报,2020,41(7):970-977
LU Shan, JIANG Zehua, LIU Yu. Towing control of space debris with constant tension[J]. Journal of Astronautics, 2020, 41(7): 970-977 (in Chinese)

[2] 赵健康,崔超,朱建斌.基一种基于两级 EKF 的 9-D MIMU/GPS 微型无人机组导航系统的鲁棒性设计[J].飞控与探测,2019,2(2):1-9
ZHAO Jiankang, CUI Chao, ZHU Jianbin. A robust double-stage EKF design for navigation system of micro UAVs based on 9-D MIMU/GPS[J]. Flight Control & Detection, 2019, 2(2): 1-9 (in Chinese)

[3] 李松,陈琪锋,钟日进.不完整测量下集群飞行器协同相对定位方法[J].飞控与探测,2019,2(6):18-25
LI Song, CHEN Qifeng, ZHONG Rijin. Collaborative relative positioning method for cluster aircraft under incomplete measurement[J]. Flight Control & Detection, 2019, 2(6): 18-25 (in Chinese)

由上述分析可知,在这种参数条件下,SSUKF 在模态判断准确性以及模态修正速度上均优于 BPF。

4.3 仿真总结

由仿真结果可知,SSUKF 在状态方差的收敛性与滤波精度上均优于 UKF。此外,SSUKF 可以根据模型特性的变化进行对应的参数调整。相较 BPF,SSUKF 的模型针对性更强且计算量更小。

综上所述,SSUKF 通过对 UKF 自身滤波数据的充分利用与适当处理,解决了 UKF 应用于 UNGM 时的失准问题,达到了较好的滤波效果。

5 结 论

- 1) 对非线性滤波器设计与研究过程中普遍使用的 UNGM 进行了详细的特性分析,分析了模型参数对于模型特性的影响及其双峰特性的成因;
- 2) 指出 UKF 应用于 UNGM 时失准的原因主要在于模态判断错误与采样点畸变引起的方差发散,同时结合上述原因分析了在以往研究中使用 UNGM 与 UKF 时的不当之处;
- 3) 提出了 SSUKF,仿真结果表明 SSUKF 能够有效解决 UKF 应用于 UNGM 时的失准问题。在使用 UNGM 对滤波器性能进行评估时,SSUKF 弥补了 UKF 作为基准滤波器时论证不严谨的问题,更适合与各种非线性滤波器进行比较分析;
- 4) SSUKF 在模态跳变的响应速度与模态判断准确性的兼顾层面仍有改进空间;
- 5) 如何将 SSUKF 的模态判断方法应用于实际工程模型中,有待进一步深入研究。

- [4] KOTTECHA J H, DJURIC P M. Gaussian particle filtering[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2003, 51(10): 2592-2601
- [5] 程水英, 张剑云. 裂变自举粒子滤波[J]. 电子学报, 2008(3): 500-504
CHENG Shuiying, ZHANG Jianyun. Fission bootstrap particle filtering[J]. Acta Electronica Sinica, 2008(3): 500-504 (in Chinese)
- [6] CHANG L, HU B, CHANG G, et al. Robust derivative-free Kalman filter based on huber's M-estimation methodology[J]. Journal of Process Control, 2013, 23(10): 1555-1561
- [7] CHANG L, HU B, CHANG G, et al. Huber-based novel robust unscented Kalman filter[J]. IET Science Measurement & Technology, 2012, 6(6): 502-509
- [8] HERMOSO C A, LINARES P J. Unscented filtering algorithm using two-step randomly delayed observations in nonlinear systems[J]. Applied Mathematical Modelling, 2009, 33(9): 3705-3717
- [9] 朱志宇, 杨官校. 基于 Stiefel 流形的粒子滤波器研究[J]. 物理学报, 2010, 59(12): 8316-8321
ZHU Zhiyu, YANG Guanxiao. Stiefel manifold particle filtering[J]. Acta Physica Sinica, 2010, 59(12): 8316-8321 (in Chinese)
- [10] 王尔申, 庞涛, 曲萍萍, 等. 基于混沌的改进粒子群优化粒子滤波算法[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(5): 885-890
WANG Ershen, PANG Tao, QU Pingping, et al. Improved particle filter algorithm based on chaos particle swarm optimization[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(5): 885-890 (in Chinese)
- [11] CARLIN B P, POLSON N G, STOFFER D S. A Monte Carlo approach to nonnormal and nonlinear state-space modeling[J]. Journal of the American Statistical Association, 1992, 87: 418, 493-500
- [12] BAR S Y, KIRUBARAJAN T, LI X R. Estimation with applications to tracking and navigation[M]. Hoboken: John Sons & Wiley, 2001
- [13] NETTO M, GIMENO L, MENDES M J. A new spline algorithm for non-linear filtering of discrete time systems[J]. IFAC Proceedings Volumes, 1978, 11(1): 2123-2130
- [14] 傅惠民, 肖强, 吴云章, 等. 秩滤波方法[J]. 机械强度, 2014, 36(4): 521-526
FU Huimin, XIAO Qiang, WU Yunzhang, et al. Rank filter method[J]. Journal of Mechanical Strength, 2014, 36(4): 521-526 (in Chinese)
- [15] 傅惠民, 肖强, 娄泰山, 等. 非线性非高斯秩滤波方法[J]. 航空动力学报, 2015, 30(10): 2318-2322
FU Huimin, XIAO Qiang, LOU Taishan, et al. Nonlinear and non-Gaussian rank filter method[J]. Journal of Aerospace Power, 2015, 30(10): 2318-2322 (in Chinese)
- [16] 刘彦, 蒲亦非, 沈晓东, 等. 分数阶 Unscented 卡尔曼滤波器研究[J]. 电子与信息学报, 2012, 34(6): 1388-1392
LIU Yan, PU Yifei, SHEN Xiaodong, et al. Fractional unscented Kalman filter[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2012, 34(6): 1388-1392 (in Chinese)
- [17] 胡迪, 刘丹, 白光明. 基于 UKF 的卫星星敏故障检测算法研究[J]. 西北工业大学学报, 2019, 37(6): 1158-1164
HU Di, LIU Dan, BAI Guangming. Study on fault detection of star-sensor based on UKF[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2019, 37(6): 1158-1164 (in Chinese)
- [18] 郭宇扬, 徐向波, 姬淼鑫. 一种自适应粒子滤波的零速修正方法[J]. 西北工业大学学报, 2020, 38(2): 427-433
GUO Yuyang, XU Xiangbo, JI Miaoxin. A zero-velocity update method for adaptive particle filtering[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2020, 38(2): 427-433 (in Chinese)
- [19] 戎海武, 王向东, 孟光, 等. 谐和与随机噪声联合作用下 Duffing 振子的双峰稳态密度[J]. 应用数学和力学, 2006(11): 1373-1379
RONG Haiwu, WANG Xiangdong, MENG Guang, et al. On double peak probability density functions of a duffing oscillator to combined deterministic and random excitations[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2006(11): 1373-1379 (in Chinese)
- [20] 严永滔, 雷登生, 袁迎中, 等. 具双峰分布特征的全程产量 Weibull 预测模型研究及应用[J]. 油气藏评价与开发, 2016, 6(2): 14-18
YAN Yongtao, LEI Dengsheng, YUAN Yingzhong, et al. Research and application of Weibull model for production prediction with bimodal distribution characteristics[J]. Reservoir Evaluation and Development, 2016, 6(2): 14-18 (in Chinese)
- [21] 郑捷庆, 张军, 刘勇, 等. 高压静电雾化雾滴粒径双峰分布概率密度模型[J]. 高电压技术, 2007(10): 88-91

ZHENG Jieqing, ZHANG Jun, LIU Yong, et al. Probability density function with bimodal shape for droplet diameter distributions of electrostatic spraying[J]. High Voltage Engineering, 2007, 33(10):88-91 (in Chinese)

[22] WELCH G, BISHOP G. An introduction to the Kalman filter[R]. TR 95-041, 1997

Characteristic analysis and filtering algorithm design for UNGM model

LU Shan^{1,2}, ZHANG Shiyuan¹

(1.Shanghai Aerospace Control Technology Institute, Shanghai 201109, China;
2.Shanghai Key Laboratory of Aerospace Intelligent Control Technology, Shanghai 201109, China)

Abstract: The univariate non-stationary growth model (UNGGM) is widely used in the verification of nonlinear filters, and the unscented Kalman filter (UKF) is often used as the reference filter for comparative analysis when using this model to evaluate the filter performance. However, due to the strong nonlinearity of UNGGM and the change of model properties with different parameter settings, the estimation misalignment problem due to different reasons will occur when UKF is used for filtering. To solve these problems, this paper analyzes the complex characteristics of UNGGM in filtering process, and proposes an UKF with sliding sampling module(SSUKF). The algorithm is optimized on the basis of UKF, and can effectively deal with the complex characteristics of UNGGM by sampling and analyzing the filtering information in the filtering process and correcting the distribution of Sigma points in real time. SSUKF is applied to UNGGM under different parameters and compared with UKF and bootstrap particle filter (BPF). The simulation results show that SSUKF can effectively solve the misalignment problem when UKF is applied to UNGGM, and the calculation speed is better than BPF. Compared with UKF, SSUKF is suitable as a benchmark filter for evaluating the performance of nonlinear filters using UNGGM.

Keywords: univariate non-stationary growth model (UNGGM); bimodal distribution; unscented Kalman filter (UKF); nonlinear filtering

引用格式: 卢山, 张世源. 针对 UNGM 模型的特性分析与滤波算法设计研究[J]. 西北工业大学学报, 2023, 41(2): 293-302

LU Shan, ZHANG Shiyuan. Characteristic analysis and filtering algorithm design for UNGM model[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2023, 41(2): 293-302 (in Chinese)