

# 多体飞行器展开过程动力学特性研究

王宇<sup>1</sup>, 祝小平<sup>1</sup>, 周洲<sup>2</sup>

(1.西北工业大学 航天学院, 陕西 西安 710072; 2.西北工业大学 航空学院, 陕西 西安 710072)

**摘要:**基于多刚体系统动力学理论研究了折叠型多体飞行器动力学建模的方法,考虑多体飞行器为一个完整的多刚体系统,建立了能够完整描述多体飞行器水平发射后自由展开过程的动力学模型。在多体动力学模型的基础上,添加了飞行单元之间柔性连接的卷曲弹簧力矩和阻尼力矩模型。以某折叠型三段翼飞行器为算例进行了数值仿真计算,研究了飞行单元之间的柔性连接刚度系数对折叠型多体飞行器自由展开过程动力学特性的影响以及柔性连接刚度与最大初始折叠角之间的相互关系,并确定了柔性连接刚度系数与最大初始折叠角之间的稳定域包线。

**关键词:**多刚体系统动力学;折叠型多体飞行器;连接刚度系数;折叠角

**中图分类号:**V212.1

**文献标志码:**A

**文章编号:**1000-2758(2023)03-0490-10

随着航空工业技术的发展,高空长航时飞行器成为科研工作者的研究焦点。空中发射技术的发展使高空长航时飞行器能够在平流层中水平发射起飞,从而使飞行器快速切入巡航状态。这种起飞方式减少了对流层的风场对此类飞行器的影响,同时减少了飞行器滑跑、起飞和爬升耗费的时间和能量。但高空长航时飞行器为了提高升阻比,往往采用大展弦比的布局形式,由于大展弦比飞行器的横向尺寸过大,不利于将其带到超高空或是临近空间,也不利于机库的存放,因此需要采用折叠翼技术来解决此类问题。

随着科技的发展,折叠技术越来越多地应用在飞行器上。因其结构简单、占用空间小等,在变体飞行器中得到了广泛的应用,例如美国的F/A-18和F-35C舰载机、俄罗斯的米格-29舰载机都采用了机翼折叠技术,有效缩小了机库存放空间,大大提高了舰上飞机的数量以及战斗能力<sup>[1]</sup>。在飞行器的储存、运输、空中投放与发射过程中,为了能够减小机体横向尺寸,通常改变机翼的结构设计,使其在展开过程中满足一定的力学性能。机翼的展开运动过程是飞行器飞行控制的关键因素。然而大幅度的变形

必然会引起飞行器的转动惯量、重心位置以及焦点位置等一系列机体特性的改变,折叠型多体飞行器的气动力以及动力学特性也会随之变化,因此需要针对折叠型多体飞行器建立合适的动力学模型以及研究折叠型多体飞行器水平展开飞行过程中的动力学特性。

国内外对各种折叠型变体飞行器的动力学建模、仿真以及飞行试验等进行了理论及应用研究。薛臣<sup>[2]</sup>在折叠翼飞行器变形过程飞行控制研究中参考传统固定翼飞行器动力学模型,引入转动惯量对时间的导数并消除与纵向无关的状态量,建立了表征运动特性随着折叠参量变化的纵向线性变参数模型。在折叠翼飞行器的动力学模型的基础上设计了飞行控制器。乐挺等<sup>[3]</sup>在Z型翼变体飞机的纵向多体动力学特性中对机翼变形过程中的Z型翼变体飞行器进行了纵向多体动力学建模仿真,推导了变形过程中变体飞行器的六自由度非线性动力学方程,并通过简化得到了解耦后的纵向动力学方程。随着多体系统动力学理论的发展,采用多体系统动力学理论针对折叠型多体飞行器建立多刚体动力学模型的方法逐渐成为主流。Montalvo和Costello在

收稿日期:2022-06-14

基金项目:陕西省自然科学基金基础研究计划(2023-JC-QN-0043,2022JQ-060)与陕西省重点研发计划(2023-YBGY-373,2021ZDLGY09-08)资助

作者简介:王宇(1994—),西北工业大学博士研究生,主要从事无人机飞行力学与多体系统动力学研究。

通信作者:祝小平(1963—),西北工业大学教授,主要从事无人机总体设计、制导控制与仿真研究。e-mail:zhuxp@nwpu.edu.cn

Meta Aircraft Flight Dynamics 中采用牛顿-欧拉法针对多体飞行器建立了多刚体动力学模型,对其非线性动力学进行了建模与仿真,研究了多体飞行器的飞行动态运动模式以及灵活运动模式,并得到了飞行器连接特性带来的影响<sup>[4-7]</sup>,但其在建模时没有建立约束模型,而是将约束模型简化成接触力模型。高峰等<sup>[8]</sup>在仿生变形飞行器多体动力学建模与仿真中将仿生飞行器简化为五刚体模型,采用拟坐标形式的拉格朗日法并结合涡格法准定常气动力模型建立了仿生飞行器的动力学模型,通过数值仿真计算得到了变形运动规律,但该方法微分运算和推导过程繁琐且无法反映约束力。张杰等<sup>[9]</sup>在一种变体飞行器的动力学建模与动态特性分析中采用凯恩方法对变后掠伸缩折叠翼进行了动力学建模的研究,但该方法采用了惯性力矩和惯性加速度项,增加了方程推导的复杂性。

本文以折叠型多体飞行器为研究对象,该对象的特点在于可以将每个翼段看作是一个独立的飞行单元,飞行单元之间通过铰链进行连接并在铰接处添加卷曲弹簧,折叠型多体飞行器在平稳展开后仍能实现自由变形。该研究对象的特点决定了传统飞行器六自由度模型不再适用,需采用多体系统动力学理论进行建模。因此采用绝对坐标方法和变分方法,建立适用于折叠型多体飞行器的多体动力学模型。在非线性多体动力学模型的基础上,通过数值仿真计算,深入研究折叠型多体飞行器在水平发射后自由展开过程中的动力学特性。并进一步研究飞行单元之间柔性连接的刚度系数对多体飞行器动力学特性的影响以及连接刚度系数与最大初始折叠角之间的相互关系,从而确定连接刚度与最大初始折叠角之间的稳定域包线。

## 1 多体飞行器多刚体动力学模型

### 1.1 无约束刚体的动力学方程

以某折叠型三体飞行器为例(如图 1 所示),将折叠型三体飞行器简化为三刚体模型,该模型由 3 个翼段铰接而成,形成一个完整的无根树系统。模型建立时,忽略旋转铰的尺寸以及铰链间隙,刚体与刚体之间通过旋转铰约束。三体飞行器的多刚体系统的简化模型如图 2 所示。

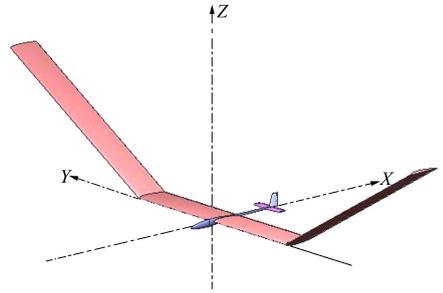


图 1 折叠型三体飞行器示意图

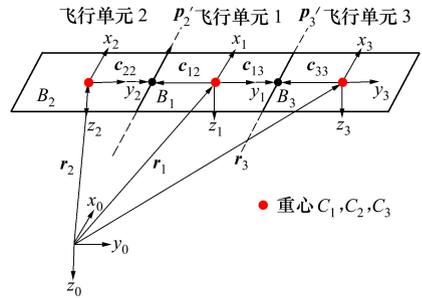


图 2 折叠型多体飞行器多刚体系统简化模型

将每个刚体看作一个独立的飞行单元,  $C_i (i = 1, 2, 3)$  为各个刚体的重心。解除所有铰对刚体的运动学约束,将铰的主动力视为对刚体施加的外力。利用牛顿-欧拉方程分别对各刚体建立动力学方程,从而导出各自独立的无约束刚体相对惯性坐标系的质心运动方程和绕质心转动的姿态运动方程,综合为

$$\begin{bmatrix} m_i \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{J}_i^{(i)} \mathbf{D}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{r}}_i \\ \ddot{\boldsymbol{\delta}}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -(\mathbf{J}_i^{(i)} \dot{\mathbf{D}}_i + (\mathbf{D}_i \dot{\boldsymbol{\delta}}_i)_R \mathbf{J}_i^{(i)} \mathbf{D}_i) \dot{\boldsymbol{\delta}}_i \end{bmatrix}^+ \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{(0,i)} \mathbf{F}_i^{(i)} \\ \mathbf{M}_i^{(i)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{F}_i^* \\ \mathbf{M}_i^{*(i)} \end{bmatrix} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (1)$$

式中,  $m_i$  和  $\mathbf{J}_i^{(i)}$  为刚体  $B_i$  的质量及刚体  $B_i$  相对质心的惯量张量。 $\mathbf{E}$  为 3 阶单位矩阵。 $\mathbf{r}_i$  为刚体  $B_i$  在惯性坐标系下的位移向量,  $\boldsymbol{\delta}_i$  为刚体  $B_i$  的姿态角向量,  $\dot{\boldsymbol{\delta}}_i$  为刚体的姿态角速度,  $\ddot{\boldsymbol{\delta}}_i$  为刚体的姿态角加速度。 $\mathbf{F}_i$  和  $\mathbf{M}_i$  为刚体  $B_i$  上作用的全部外力的主矢以及对质心  $O_{ci}$  的主矩。 $\mathbf{F}_i^*$  为零刚体的牵连运动在  $B_i$  上产生的惯性力,  $\mathbf{M}_i^{*(i)}$  为零刚体的牵连运动在  $B_i$  上产生的惯性力对质心  $C_i$  的力矩  $\mathbf{M}_i^*$  在惯性坐标系上的坐标阵,由于该无根树系统的零刚体定为大地并认为大地是静止的,因此  $\mathbf{F}_i^*$  与  $\mathbf{M}_i^{*(i)}$  均为  $\mathbf{0}$ 。

$A^{(0,i)}$  为机体坐标系到地面坐标系的转换矩阵。 $D_i$  为角速度的转换矩阵<sup>[10]</sup>。

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{r}}_i &= [\dot{x}_i, \dot{y}_i, \dot{z}_i] \quad \dot{\boldsymbol{\delta}}_i = [\dot{\phi}_i, \dot{\theta}_i, \dot{\psi}_i] \quad \ddot{\boldsymbol{\delta}}_i = [\ddot{\phi}_i, \ddot{\theta}_i, \ddot{\psi}_i] \\ A^{(0,i)} &= \begin{bmatrix} \cos\theta_i \cos\psi_i & \sin\theta_i \cos\psi_i \sin\phi_i - \sin\psi_i \cos\phi_i & \sin\theta_i \cos\psi_i \cos\phi_i + \sin\psi_i \sin\phi_i \\ \cos\theta_i \sin\psi_i & \sin\theta_i \sin\psi_i \sin\phi_i + \cos\psi_i \cos\phi_i & \sin\theta_i \sin\psi_i \cos\phi_i - \cos\psi_i \sin\phi_i \\ -\sin\theta_i & \cos\theta_i \sin\phi_i & \cos\theta_i \cos\phi_i \end{bmatrix} \\ D_i &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin\theta_i \\ 0 & \cos\phi_i & \sin\phi_i \cos\theta_i \\ 0 & -\sin\phi_i & \cos\phi_i \cos\theta_i \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{2}$$

$\dot{D}_i$  为角速度转换矩阵  $D_i$  对时间  $t$  的一阶导数,其矩阵形式可表示为

$$\dot{D}_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\cos\theta_i \cdot \dot{\theta}_i \\ 0 & -\sin\phi_i \cdot \dot{\phi}_i & \cos\phi_i \cos\theta_i \cdot \dot{\phi}_i - \sin\phi_i \sin\theta_i \cdot \dot{\theta}_i \\ 0 & -\cos\phi_i \cdot \dot{\phi}_i & -\sin\phi_i \cos\theta_i \cdot \dot{\phi}_i - \cos\phi_i \sin\theta_i \cdot \dot{\theta}_i \end{bmatrix} \tag{3}$$

### 1.2 旋转铰约束模型

若刚体  $B_j$  及其内接刚体  $B_{i(j)}$  的铰为旋转铰,其第一个约束条件为  $B_j$  上的铰点与  $B_{i(j)}$  上的铰点重合为同一点  $O_j$ 。

$$\mathbf{r}_i^{(0)} + \mathbf{A}^{(0,i)} \mathbf{c}_{ij}^{(i)} - \mathbf{r}_j^{(0)} - \mathbf{A}^{(0,j)} \mathbf{c}_{ij}^{(j)} = 0 \tag{4}$$

式中,  $\mathbf{c}_{ij}^{(i)}$  和  $\mathbf{c}_{ij}^{(j)}$  为自  $O_{ci}$  和  $O_{cj}$  出发至铰点  $O_j$  的体铰矢量。第二个约束条件单自由度旋转铰  $O_j$  约束的刚体进能够绕转轴基矢量  $\mathbf{p}_j$  转动。因此要求  $B_j$  与其内接刚体  $B_{i(j)}$  上的转轴基矢量重合为同一矢量  $\mathbf{p}_j$ , 表达为

$$\mathbf{A}^{(0,i)} \cdot \mathbf{p}_j^{(i)} - \mathbf{A}^{(0,j)} \mathbf{p}_j^{(j)} = 0 \tag{5}$$

### 1.3 柔性连接模型

各飞行单元之间通过线性卷曲弹簧进行柔性连接,卷曲弹簧作用力矩的计算公式

$$M_{ij} = -K_{fij} \cdot (\phi_i - \phi_j) - C_{fij} \cdot (\dot{\phi}_i - \dot{\phi}_j) + f \tag{6}$$

式中:  $K_{fij}$  为卷曲弹簧的刚度系数;  $C_{fij}$  为卷曲弹簧的阻尼系数;  $\phi_i$  和  $\phi_j$  分别为飞行单元  $i$  和飞行单元  $j$  各自的滚转角;  $\dot{\phi}_i$  和  $\dot{\phi}_j$  分别为飞行单元  $i$  与飞行单元  $j$  的滚转角对时间的一阶导数;  $f$  为预载荷。

### 1.4 约束方程的加速度形式

在各种约束铰的约束方程中,除了  $\mathbf{c}_{ij}^{(i)}, \mathbf{c}_{ij}^{(j)}, p_j^{(i)}$  和  $p_j^{(j)}$  等已知数据以外,  $\mathbf{r}_i^{(0)}, \mathbf{r}_j^{(0)}$  以惯性坐标系下的绝对坐标表示,  $\mathbf{A}^{(0,i)}, \mathbf{A}^{(0,j)}$  以姿态角表示。此类完整约束的约束方程均为绝对坐标的代数方程。设  $s$  为系统内所有铰的约束总数,对于以姿态角为绝对

坐标情形,其约束方程的普遍形式为

$$\Phi_k(q_1, q_2, \dots, q_{6n}, t) = 0 \quad (k = 1, 2, \dots, s) \tag{7}$$

将  $\Phi_k$  按次序排列成  $s$  阶列阵并对时间  $t$  求导,得到

$$\Phi_q \dot{q} + \Phi_t = 0 \tag{8}$$

(8)式中  $s \times 6n$  阶矩阵  $\Phi_q$  为  $\Phi(q)$  的雅可比矩阵,  $\Phi_t$  为  $s$  阶列阵,定义为

$$\Phi_q = \begin{pmatrix} \frac{\partial \Phi_1}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial \Phi_1}{\partial q_{6n}} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial \Phi_s}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial \Phi_s}{\partial q_{6n}} \end{pmatrix}, \quad \Phi_t = \begin{pmatrix} \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} \\ \vdots \\ \frac{\partial \Phi_s}{\partial t} \end{pmatrix} \tag{9}$$

为了能够与动力学方程组联立求解,需要将(8)式再对时间  $t$  求导,得到加速度形式下的约束方程,简称为

$$\Phi_q \ddot{q} = \zeta \tag{10}$$

式中,  $s$  阶列阵  $\zeta$  定义为

$$\zeta = -[\Phi_q \dot{q}]_q \dot{q} + 2\Phi_{qt} \dot{q} + \Phi_{tt} \tag{11}$$

$[\Phi_q \dot{q}]_q$  为  $\Phi_q \dot{q}$  的雅可比矩阵,  $\Phi_{qt}$  和  $\Phi_{tt}$  为  $\Phi_q$  和  $\Phi_t$  对时间  $t$  的偏导数,且  $\Phi_{qt} = \Phi_{tq}$ 。

### 1.5 受约束系统的动力学方程

对于由  $n$  个刚体和  $m$  个铰组成的系统,将系统内所有刚体设想为无约束自由状态建立动力学方程。但实际上这些刚体是依靠铰的约束相互联系才能构成一个完整系统。要确定多体系统的运动,需要将约束方程组与动力学方程组联立求解。首先,将无约束系统动力学方程(1)的各项与绝对坐标的

高斯加速度变分  $\delta\ddot{\mathbf{q}}$  相乘,得到

$$(\mathbf{A}\ddot{\mathbf{q}} - \mathbf{B})^T \delta\ddot{\mathbf{q}} = 0 \quad (12)$$

其中的变分  $\delta\ddot{\mathbf{q}}$  并不是独立变量,必须满足  $s$  个约束方程的限制

$$\Phi_q \delta\ddot{\mathbf{q}} = 0 \quad (13)$$

引入  $s$  个拉格朗日乘子  $\lambda_k (k=1,2,\dots,s)$ , 组成列阵  $\boldsymbol{\lambda}$ 。将(13)式表示的  $s$  个约束方程分别与相同标号的拉格朗日乘子相乘,再与动力学普遍方程(12)相加,得到

$$(\mathbf{A}\ddot{\mathbf{q}} - \mathbf{B} + \Phi_q^T \boldsymbol{\lambda})^T \delta\ddot{\mathbf{q}} = 0 \quad (14)$$

令  $\delta\ddot{\mathbf{q}}$  中  $s$  个不独立变分的系数为零,(14)式中仅剩余与  $6n-s$  个独立变分有关的和式。方程(14)成立的充分必要性要求独立变分的系数为零。其结果是括弧内的所有元素均等于零,导出第一类拉格朗日方程组

$$\mathbf{A}\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{B} - \Phi_q^T \boldsymbol{\lambda} \quad (15)$$

方程(15)必须与加速度约束方程  $\Phi_q \ddot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\zeta}$  联立求解,综合为

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A} & \Phi_q^T \\ \Phi_q & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \boldsymbol{\lambda} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{B} \\ \boldsymbol{\zeta} \end{pmatrix} \quad (16)$$

(16)式即为绝对坐标描述下的多体系统动力学方程组。

## 2 气动力模型

由于多体飞行器是由多个翼段通过铰链连接而成,各翼段之间会存在气动干扰,相关的文献、CFD数值仿真计算以及风洞模拟仿真试验<sup>[11]</sup>证明,当翼段与翼段相互接近时,翼尖之间的气动干扰使得各翼段的气动力产生强耦合效应而且连接间隙也会对耦合效应产生影响。因此,在建立折叠型多体飞行器的气动力模型时,主要采用 CFD 方法和升力线法<sup>[12]</sup>研究多体飞行器各翼段之间的耦合效应,同时忽略铰链间隙对多体飞行器各翼段气动力的影响,建立考虑气动耦合效应的数据库,再通过数据拟合得到多体飞行器各翼段的气动力模型。

基于定常 RANS 方法开展不同折叠角下的三翼段耦合气动特性分析。采用结构嵌套网格进行流场网格划分,背景网格远场取 50 倍机体长度,壁面第一层网格高度  $y^+ \approx 0.6$ ,网格总规模 946 万。多体飞行器全机结构网格的划分如图 3 所示。物面和远场分别采用无滑移边界条件和压力远场边界条件。湍

流模型应用 SST 模型,求解采用 Roe 隐格式,空间离散均为二阶精度。计算状态为高度  $H = 0.5 \text{ km}$ ,速度  $V = 10 \text{ m/s}$ 。将每个飞行单元看作一个独立的飞行器,通过 CFD 计算得到各自的气动力和气动扭矩,再将气动力和气动扭矩添加到相应的飞行单元重心位置上。

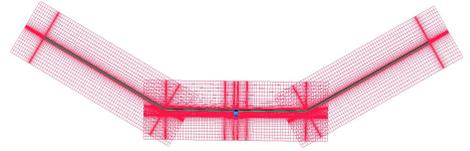


图3 折叠型多体飞行器系统结构网格划分

翼段翼尖与翼尖之间的气动耦合效应使得飞行单元 1 的气动力是对称分布,但是飞行单元 2 与飞行单元 3 的气动力并非对称分布,气动力的分布形式如图 4 所示。

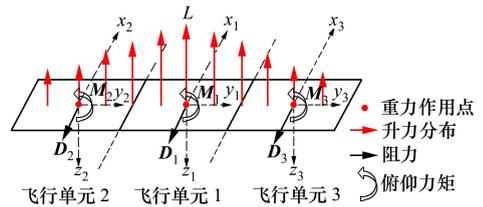


图4 气动力模型示意图

这种气动力分布形式导致飞行单元 2 与飞行单元 3 会产生附加的滚转力矩,通过对数据库拟合可以得到飞行单元各自的气动力模型。任意飞行单元所受到的气动力在气流坐标系下的表达式可以统一写成如下形式

$$\begin{bmatrix} X_{ai} \\ Y_{ai} \\ Z_{ai} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{Di} + \sum_j C_{D\phi_{ij}} \cdot \phi_{ij} \\ C_{C\beta_i} + \sum_j C_{C\phi_{ij}} \cdot \phi_{ij} + C_{Cp_i} \cdot \bar{p}_i + C_{Cr_i} \cdot \bar{r}_i \\ C_{Li} + \sum_j C_{L\phi_{ij}} \cdot \phi_{ij} + C_{Lq_i} \cdot \bar{q}_i \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{2} \rho V_i^2 S \quad (17)$$

式中,  $j$  表示与飞行单元  $i$  相邻的飞行单元。 $\phi_{ij}$  表示飞行单元  $i$  与飞行单元  $j$  之间的相对滚转角。 $C_{D\phi_{ij}}$  和  $C_{L\phi_{ij}}$  为气动力耦合项,在本文中,这些耦合项表达的含义是各翼段相对单体气动力的增量对  $\phi_{ij}$  的导

数。 $V$  是质心相对来流的合速度,  $S$  为机翼面积,  $C_{C\beta}$ 、 $C_{C\dot{\rho}}$  和  $C_{C_r}$  分别为侧力系数对侧滑角的导数、侧力系数对滚转角速度的导数和侧力系数对偏航角速度的导数,  $C_{L\dot{\alpha}}$  为升力系数对俯仰角速度的导数。

飞行单元所受到的气动力矩的表达式为

$$\begin{bmatrix} L \\ M \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (C_{l\beta} \cdot \beta + C_{l\dot{\rho}} \cdot \dot{\rho} + C_{l_r} \cdot \dot{r} + \sum_j C_{l\phi_{ij}} \phi_{ij}) \cdot \frac{1}{2} \rho V^2 S l \\ (C_m \cdot \alpha + C_{m\dot{q}} \cdot \dot{q} + \sum_j C_{m\phi_{ij}} \phi_{ij}) \cdot \frac{1}{2} \rho V^2 S c_A \\ (C_{n\beta} \cdot \beta + C_{n\dot{\rho}} \cdot \dot{\rho} + C_{n_r} \cdot \dot{r} + \sum_j C_{n\phi_{ij}} \phi_{ij}) \cdot \frac{1}{2} \rho V^2 S l \end{bmatrix} \quad (18)$$

式中,  $C_{l\phi_{ij}}$ 、 $C_{m\phi_{ij}}$  和  $C_{n\phi_{ij}}$  为气动力耦合项, 其含义为各翼段相对单体气动力矩的增量对  $\phi_{ij}$  的导数。  $l$  为机翼的展长,  $c_A$  为机翼的平均气动弦长,  $C_{l\beta}$  为滚转力矩系数对侧滑角的导数,  $C_{n\beta}$  为偏航力矩对侧滑角的导数,  $C_{l\dot{\rho}}$  和  $C_{l_r}$  分别为滚转力矩系数对滚转角速度的导数和滚转力矩对偏航角速度的导数。  $C_{m\dot{q}}$  和  $C_{n_r}$  分别为偏航力矩系数对滚转角速度的导数和滚转力矩对偏航角速度的导数。

由于多体动力学模型是在惯性坐标系中推导得到的, 因此将气动力添加到动力学模型中时, 需要先通过坐标系转化矩阵  $L_{bai}$  将气流坐标系下的气动力转换到机体坐标系下, 再通过转换矩阵  $A^{(0,i)}$  将气动力转换到惯性坐标系下

$$\begin{bmatrix} X_{gi} \\ Y_{gi} \\ Z_{gi} \end{bmatrix} = A^{(0,i)} \cdot L_{bai} \cdot \begin{bmatrix} X_{ai} \\ Y_{ai} \\ Z_{ai} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\text{式中, } L_{bai} = \begin{bmatrix} \cos\alpha_i \cos\beta_i & \cos\alpha_i \sin\beta_i & -\sin\alpha_i \\ -\sin\beta_i & \cos\beta_i & 0 \\ \sin\alpha_i \cos\beta_i & \sin\alpha_i \sin\beta_i & \cos\alpha_i \end{bmatrix}$$

### 3 折叠型多体飞行器动力学特性研究

#### 3.1 自由铰链连接下三体飞行器的动力学特性

将 3 个翼段之间通过自由铰链连接组成三体飞行器, 飞行器与飞行器之间无卷曲弹簧连接。将每个翼段定义为独立的飞行单元, 则三体飞行器各飞行单元模型的主要几何参数如表 1 中所示。

表 1 模型的主要几何参数

| 飞行单元 | 展长/m | 翼面积/m <sup>2</sup> | 气动弦长/m | 质量/kg |
|------|------|--------------------|--------|-------|
| 1    | 3.8  | 0.87               | 0.3    | 3.75  |
| 2    | 3.8  | 0.87               | 0.3    | 3.75  |
| 3    | 3.8  | 0.87               | 0.3    | 3.75  |

设置三体飞行器的初始状态, 给定飞行单元 2 和飞行单元 3 初始滚转角扰动, 其中位置和姿态角的初始条件为

$$x_1 = 0 \text{ m}, x_2 = 3.49 \text{ m}, x_3 = -3.49 \text{ m}$$

$$y_1, y_2, y_3 = 0 \text{ m}$$

$$h_1, h_2, h_3 = 0 \text{ m}$$

$$\theta_i, \psi_i = 0 \text{ rad } (i = 1, 2, 3)$$

$$\phi_1 = 0 \text{ rad}, \phi_2 = 0.017 \text{ rad}, \phi_3 = -0.017 \text{ rad}$$

绝对速度和姿态角速度的初始条件为

$$\begin{cases} \dot{x}_i = 10 \text{ m/s} \\ \dot{y}_i = 0 \text{ m/s} \\ \dot{h}_i = 0 \text{ m/s} \\ \phi_i, \dot{\theta}_i, \dot{\psi}_i = 0 \text{ rad/s} \end{cases}, i = 1, 2, 3$$

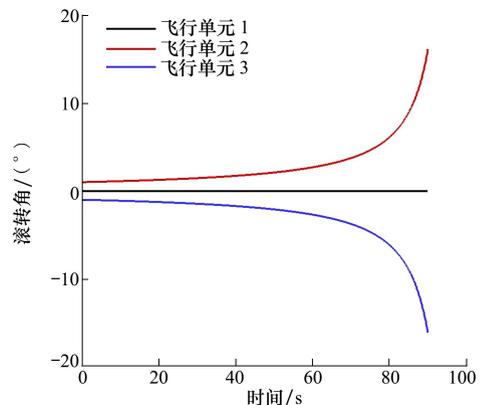


图 5 滚转角随时间的变化曲线

从图 5 滚转角的动态响应曲线中可以看出, 自由铰链连接的三体飞行器在初始滚转角扰动作用下飞行单元 2 与飞行单元 3 的滚转角会单调发散。由此可见, 自由铰链连接的三体飞行器具有先天不稳定问题。安朝等在多体组合式无人机飞行力学稳定性分析及增稳控制研究<sup>[13-14]</sup>中得到了相同的运动特性, 不同于传统飞行器, 自由铰链连接的多体飞行器系统具有不稳定的复合运动振动飞行模态, 该复合模态主要是由于飞行单元之间的相对滚转导致。

### 3.2 柔性连接下三体飞行器的动力学特性

在自由铰链连接的三体飞行器的基础上,将飞行单元之间通过卷曲弹簧进行柔性连接,研究柔性连接对三体飞行器动力学特性的影响。

在多刚体动力学模型的基础上,添加线弹性柔性连接模块。同时设置飞行单元之间的卷曲弹簧刚度系数为  $5(\text{N} \cdot \text{m})/\text{rad}$ ,其余初始状态与3.1节中相同,数值仿真的计算结果如图6所示。

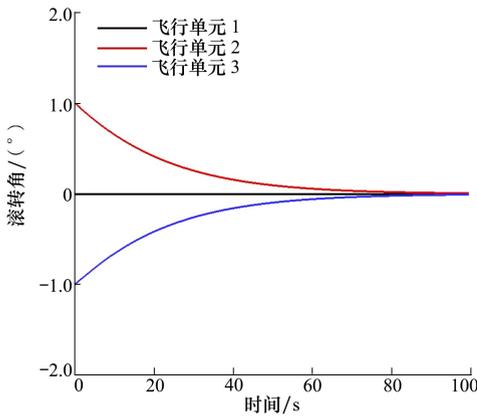
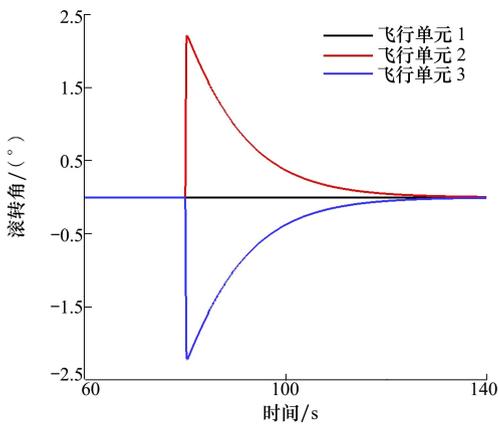
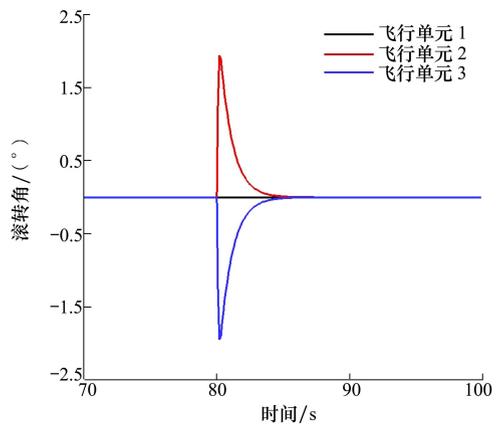


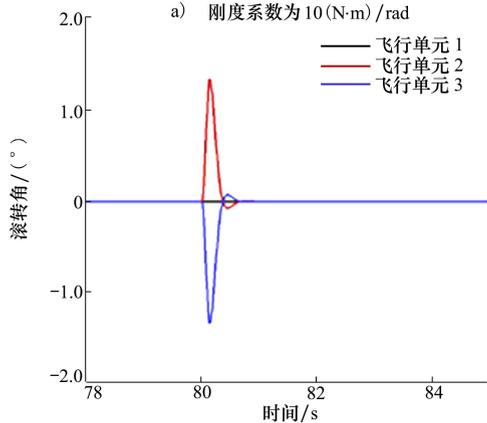
图6 滚转角随时间的变化曲线



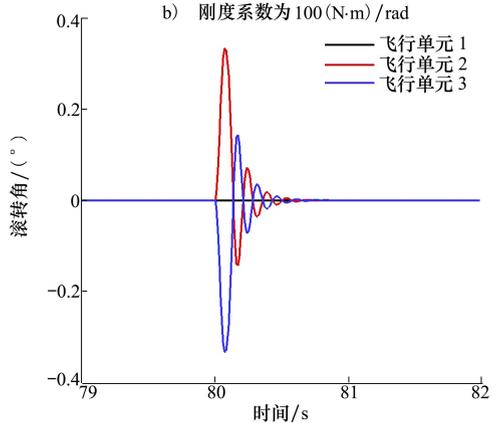
a) 刚度系数为  $10(\text{N} \cdot \text{m})/\text{rad}$



b) 刚度系数为  $100(\text{N} \cdot \text{m})/\text{rad}$



c) 刚度系数为  $1000(\text{N} \cdot \text{m})/\text{rad}$



d) 刚度系数为  $10000(\text{N} \cdot \text{m})/\text{rad}$

图7 滚转角随时间的变化曲线

对比图5与图6的动态响应曲线,从滚转角的动态响应曲线中可以看出,在相同的初始滚转角扰动情况下,自由铰链连接的三体飞行器滚转角单调发散,而柔性连接下的三体飞行器滚转角收敛,说明卷曲弹簧的恢复力矩对于三体飞行器的复合运动振动飞行模态而言具有一定的增稳作用。

### 3.3 连接刚度系数对三体飞行器动力学特性的影响

接下来将研究在相同强度的短时突风扰动作用下,柔性连接刚度系数的大小对三体飞行器动力学特性的影响。短时突风扰动的强度为  $2 \text{ m/s}$ 。设置三体飞行器的连接刚度系数分别为  $10, 100, 1000, 10000(\text{N} \cdot \text{m})/\text{rad}$ 。

从图7中滚转角的动态响应曲线中可以看出,相同强度的短时突风扰动下,连接刚度系数越大,受到相同强度扰动后,飞行单元2与飞行单元3的滚转角变化幅值越小,即左右飞行器的摆动幅度越小。从数值仿真结果中可以看出,当刚度系数增加10%,三体飞行器受扰动后摆动的幅值相应减少15%。说明连接刚度系数越大,对多体飞行器复合

运动模态的增稳效果越好。除此之外,随着连接刚度系数增大,飞行单元 2 与飞行单元 3 的滚转角变化由单调收敛变为振荡收敛,且连接刚度系数越大,周期振荡的频率越高。

### 3.4 连接刚度系数与最大初始折叠角之间的关系

本节主要研究初始折叠角与连接刚度系数大小之间的关系对折叠型三体飞行器动力学特性的影响。

由于折叠角并未直接出现在动力学方程中,需要先推导出各飞行单元重心的广义坐标与折叠角之间的关系,再将广义坐标作为初始量输入到动力学方程中。折叠型三体飞行器折叠时的三刚体简化示意图如图 8 所示。

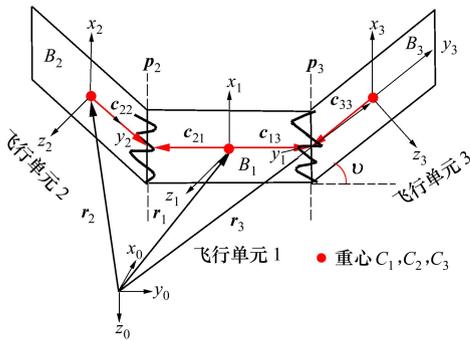


图 8 折叠时的三刚体简化示意图

叠角为正,反之则为负。假设三体飞行器是对称折叠,则左右两边的折叠角相等。首先推导飞行单元 2 的绝对坐标与飞行单元 1 的绝对坐标和折叠角之间的关系。从图 8 中可得到  $r_1$  和  $r_2$  之间的矢量关系式

$$r_2 = r_1 + c_{21} - c_{22} \quad (20)$$

将其投影到惯性坐标系下,从而得到如下的表达式

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} + \mathbf{A}^{(0,1)} \begin{bmatrix} 0 \\ -b/2 \cdot (1 + \cos\vartheta) \\ -b/2 \cdot \sin\vartheta \end{bmatrix} \quad (21)$$

同理,通过推导能够得到飞行单元 3 的绝对坐标与飞行单元 1 的绝对坐标和折叠角之间的关系。

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} + \mathbf{A}^{(0,2)} \begin{bmatrix} 0 \\ b/2 \cdot (1 + \cos\vartheta) \\ -b/2 \cdot \sin\vartheta \end{bmatrix} \quad (22)$$

设置连接刚度系数分别为 20 和 50 (N · m) / rad,初始折叠角  $\vartheta$  分别为  $10^\circ, 20^\circ$  和  $-20^\circ$ 。飞行单元 1 的位置和姿态的初始状态为

$$x_1, y_1, z_1 = 0 \text{ m}$$

$$\phi_1, \theta_1, \psi_1 = 0 \text{ rad}$$

飞行单元 2 和飞行单元 3 的绝对坐标由 (21) 式和 (22) 式来确定,速度与姿态角速度的初始条件与 3.1 节中相同。对折叠型三体飞行器展开过程进行仿真,得到的动态响应曲线如图 9~11 所示。

设折叠角为  $\vartheta$ ,规定三体飞行器向上折叠时,折

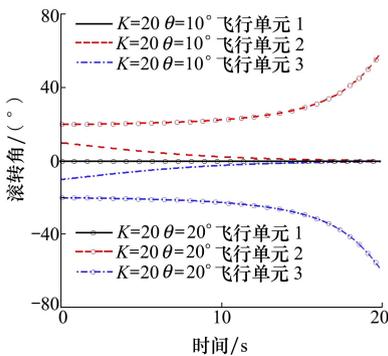


图 9 滚转角随时间的变化曲线

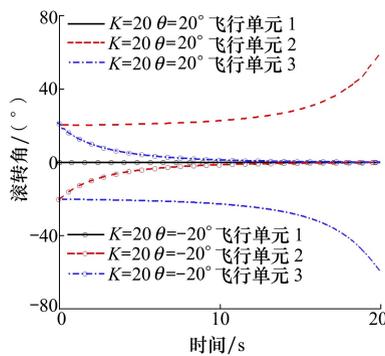


图 10 滚转角随时间的变化曲线

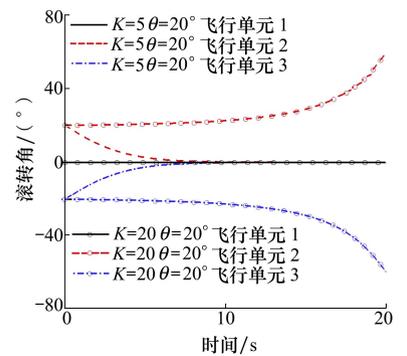


图 11 滚转角随时间的变化曲线

从图 9~11 滚转角的动态响应曲线中可以得到以下结论:①飞行单元之间的连接刚度系数一定情况下,当初始折叠角较小的时候,飞行单元 2 和飞行单元 3 通过上下扑动最终整体趋向稳定。当初始折叠角较大时,飞行单元 2 与飞行单元 3 则无法恢复到平衡位置。②在连接刚度系数相同的情况下,三

体飞行器向上折叠和向下折叠相同的角度,向上折叠的三体飞行器无法正常展开,而向下折叠的三体飞行器能够正常展开并恢复到稳定状态,说明三体飞行器向上折叠和向下折叠对应的最大初始折叠角不同。③三体飞行器之间的连接刚度系数越大,向上折叠的最大初始折叠角越大。

导致这些现象的原因主要在于气动力对铰接点的力矩、重力对铰接点的力矩和连接刚度带来的恢复力矩三者之间的相互影响,如图12所示。

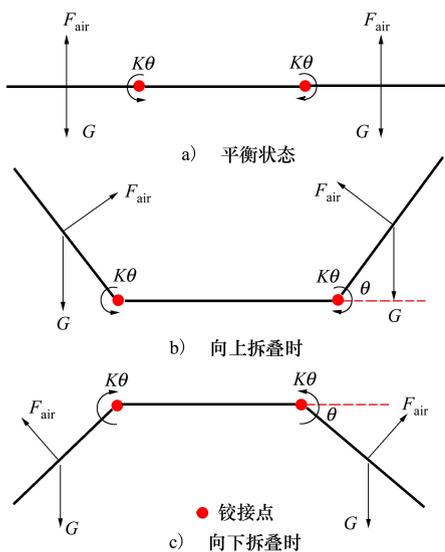


图12 三体飞行器折叠时的受力示意图

从图12c)可以看出,当三体飞行器向下折叠时,气动力产生的附加力矩方向与连接处的恢复力矩方向相同,都能够使左右飞行器恢复到平衡位置,而且这2个力矩之和大于重力对铰接点的力矩,因此向下折叠时,折叠型三体飞行器更容易恢复到平衡状态且稳定性更强。而当三体飞行器向上折叠的时候,如图12b)所示,气动力产生的附加力矩方向与连接处的恢复力矩和重力矩方向相反。气动力  $F_{air}$  对铰接点的力矩会使折叠状态三体飞行器远离平衡状态,连接处的恢复力矩与重力矩则是让三体飞行器恢复到平衡状态。当气动力起主导作用时,三体飞行器会远离平衡位置而发散,当连接处的恢复力矩和重力矩起主导作用时,三体飞行器会恢复到平衡状态并稳定飞行。由此可见,相同连接刚度系数下,向下折叠的三体飞行器更有利于展开。接下来将推导气动力对铰接点的力矩、重力对铰接点的力矩和连接刚度带来的恢复力矩三者之间的关系。

通过受力分析可以得到平衡状态时气动力、重力与扭簧恢复力之间的关系

$$F_{air} \cdot b_s = G \cdot b_s \cdot \cos\theta + K \cdot \theta \quad (23)$$

式中,  $b_s$  为半展长。当三体飞行器向上折叠时,由于初始速度为 10 m/s 保持不变且初始迎角为  $0^\circ$  保持不变,因此初始气动力基本保持不变,气动力对铰

接点的力矩也基本保持不变,即(23)式左边为定值。但是重力  $G$  对铰接点的力臂减小,重力对铰接点的力矩减小,扭簧的恢复力矩反而增大。如图13所示,  $M_G$  为重力矩,  $M_k$  为卷曲弹簧的恢复力矩,  $\Delta M$  为重力矩与恢复力矩整体的增减量。在刚度系数一定的情况下,初始折叠角较小的时候,恢复力矩的增加量大于重力矩的减小量,此时三体飞行器能够恢复到平衡状态,当初始折叠角较大的时候,恢复力矩的增加量小于重力矩的减小量,此时,三体飞行器无法恢复到平衡状态。由此也可以看出,连接刚度系数越大,恢复力矩随折叠角增加的增加量也越大,能够稳定展开的初始折叠角也就越大。

因此,通过理论推导和数值仿真计算能够得到折叠型三体飞行器在展开过程中关于连接刚度系数与最大初始折叠角的稳定域包线,如图14所示,包线范围内,水平发射的折叠型三体飞行器能够稳定展开并过渡到平稳飞行。而包线范围外,折叠型三体飞行器会失稳。

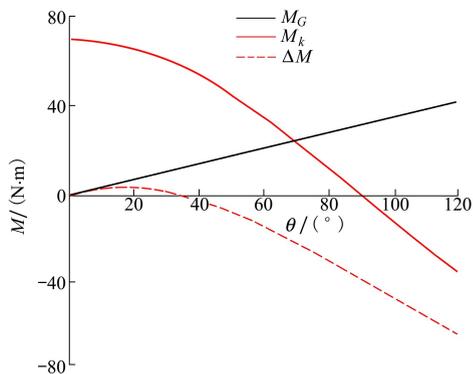


图13 重力矩与恢复力矩随折叠角变化的关系曲线

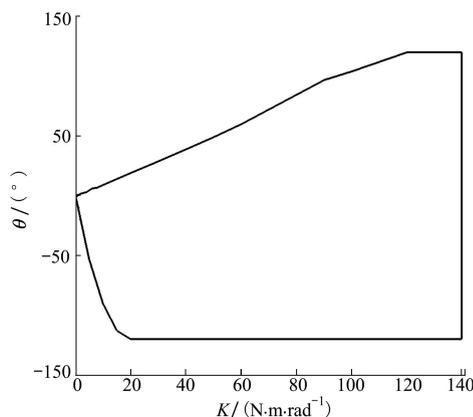


图14 稳定域包线

## 4 结 论

本文采用绝对坐标方法和拉格朗日乘法建立了折叠型多体飞行器的多刚体动力学模型,并在多刚体动力学模型的基础上添加了线弹性柔性连接模型。通过对自由展开过程中飞行状态的描述分析了多体飞行器在自由展开过程的动力学特性。该方法建立的非线性动力学模型能够清晰地描述柔性连接下的多体飞行器在自由展开过程中各飞行单元的运动状态。而且此仿真模型基于模块化思想,便于修改参数,可以在多种状态下进行数值仿真计算。

除此之外,通过数值仿真计算,针对折叠型多体飞行器而言,总结得到了以下几点结论:

1) 自由铰链连接的三体飞行器的复合运动具有不稳定的复合运动振动飞行模态,若进行柔性连接,即在铰链处施加卷曲弹簧,对于三体飞行器而

言,具有增稳的作用。相同强度的短时突风扰动下,当刚度系数增加 10%,三体飞行器受扰动后摆动的幅值相应减少约 15%。随着连接刚度系数的增大,飞行单元 2 与飞行单元 3 的滚转角变化由单调收敛变为振荡收敛,且连接刚度系数越大,周期振荡的频率越高。

2) 在相同连接刚度系数以及折叠型三体飞行器能够稳定展开条件下,三体飞行器向上折叠和向下折叠对应的最大初始折叠角有所不同,向下折叠所对应的最大初始折叠角更大,说明了向下折叠的三体飞行器的稳定性更强。

3) 通过理论推导和大量的数值仿真计算,能够得到折叠型三体飞行器的连接刚度与最大初始折叠角的稳定域包线,包线范围内的折叠型三体飞行器能够稳定自由展开,而包线范围以外的折叠型三体飞行器在展开过程中会失稳。

## 参考文献:

- [1] 初雨田, 段富海. 舰载机折叠翼气动特性分析[J]. 飞行力学, 2021, 39(1): 18-22  
CHU Yutian, DUAN Fuhai. Aerodynamic characteristics analysis of folding wings of carrier-based aircraft[J]. Flight Dynamics, 2021, 39(1): 18-22 (in Chinese)
- [2] 薛臣. 折叠翼飞行器变形过程飞行控制研究[D]. 南京:南京航空航天大学, 2018  
XUE Chen. Control of a folding wing aircraft during deformation[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2018 (in Chinese)
- [3] 乐挺, 王立新, 艾俊强. Z型翼变体飞机的纵向多体动力学特性[J]. 航空学报, 2010(4): 8  
LE Ting, WANG Lixin, AI Junqiang. Longitudinal multibody dynamic characteristics of Z-wing morphing aircraft[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2010(4): 8 (in Chinese)
- [4] MONTALVO C, COSTELLO M. Meta aircraft flight dynamic[J]. Journal of Aircraft, 2015, 52(1): 107-115
- [5] COBAR M, MONTALVO C. Take off and landing of a wing-tip-connected meta aircraft with feedback control[J]. Journal of Aircraft, 2021, 58(4): 733-742
- [6] MONTALVO C. Meta aircraft flight dynamics and controls[D]. Atlanta: Georgia Institute of Technology, 2014
- [7] TROUB B, MONTALVO C. Meta aircraft controllability[C]//AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference, Washington D C, 2016
- [8] 高峰, 蒋国江, 丰志伟, 等. 仿生变形飞行器多体动力学建模与仿真[J]. 系统仿真技术, 2020, 16(1): 6  
GAO Feng, JIANG Guojiang, FENG Zhiwei, et al. Dynamic modeling and simulation of morphing aircraft[J]. System Simulation Technology, 2020, 16(1): 6 (in Chinese)
- [9] 张杰, 吴森堂. 一种变体飞行器的动力学建模与动态特性分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(1): 58-64  
ZHANG Jie, WU Sentang. Dynamic modeling for a morphing aircraft and dynamic characteristics analysis[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(1): 58-64 (in Chinese)
- [10] ZHAO Zhenjun, REN Gexue. Multibody dynamic approach of flight dynamics and nonlinear aeroelasticity of flexible aircraft[J]. AIAA Journal, 2011, 49(1): 41-54
- [11] ALEXANDER K, ALEXANDER B, ALEXANDER H, et al. Closed-loop flight tests with an unmanned experimental multi-body aircraft[C]//17th International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics, Como, Italy, 2017

- [12] JOSEPH K, ALLEN P. Low-speed aerodynamics[M]. British; Cambridge University Press, 2001
- [13] 安朝, 谢长川, 孟杨, 等. 多体组合式无人机飞行力学稳定性分析及增稳控制研究[J]. 工程力学, 2021, 38(11): 248-256  
AN Chao, XIE Changchuan, MENG Yang, et al. Flight dynamic and stable control analyses of multi-body aircraft[J]. Engineering Mechanics, 2021, 38(11): 248-256 (in Chinese)
- [14] MENG Yang, AN Chao, XIE Changchuan, et al. Conceptual design and flight test of two wing-tip-docked multibody aircraft[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2022, 35(12): 144-155

## Dynamics modeling and flight characteristics of folded multi-body aircraft

WANG Yu<sup>1</sup>, ZHU Xiaoping<sup>1</sup>, ZHOU Zhou<sup>2</sup>

(1.School of Astronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;  
2.School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

**Abstract:** This paper studies the dynamic modeling method of fold-able multi-body aircraft based on the dynamics theory of multi-body system. Considering the multi-body aircraft as a complete multi-rigid body system, the dynamic model for the free unfolding process of the multi-body aircraft after horizontal launch is established. On the basis of the multi-body dynamics model, the coil spring moment model and the damping moment model for the flexible connection between the flight units are added. Taking a certain type of fold-able three-section wing aircraft as an example, the numerical simulation calculation is carried out. The influence of the flexible connection stiffness coefficient between the flight unit on the dynamic characteristics of the fold-able multi-body aircraft in the free deployment process and the relationship between the stiffness of the flexible connection and the maximum initial folding angle are studied. Finally, the stability envelope between the stiffness coefficient of the flexible connection and the maximum initial folding angle is determined.

**Keywords:** dynamics of multi-body systems; fold-able multi-body aircraft; stiffness coefficient of connection; folding angle

**引用格式:**王宇, 祝小平, 周洲. 多体飞行器展开过程动力学特性研究[J]. 西北工业大学学报, 2023, 41(3): 490-499  
WANG Yu, ZHU Xiaoping, ZHOU Zhou. Dynamics modeling and flight characteristics of folded multi-body aircraft[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2023, 41(3): 490-499 (in Chinese)