https://doi.org/10.1051/jnwpu/20254340732

采用修形曲面优化的小模数偏置面齿轮逆向设计

王龙飞[1], 郭 辉[1], 阮宇航[1], 刘建龙[2], 冉小平[1]

(1.西北工业大学 陕西省齿轮传动重点实验室, 陕西 西安 710072;
2.广东赛肯户外运动器械有限公司, 广东 清远 511520)

摘 要:针对小模数偏置面齿轮齿面的高精度重构问题,提出了一种基于三坐标测量和修形曲面优化的逆向设计方法。建立了齿面共轭展成坐标系,推导出小模数偏置面齿轮理论齿面径矢方程和法矢方程;设计规划了测量坐标系和测量路径,通过高精度三坐标测量仪获得了样品齿轮的齿面数据;给出了小模数面齿轮综合修形曲面设计方法,并通过优化迭代精确求解出能够逼近样品齿轮齿面的最佳修形参数,实现光滑齿面的逆向设计;进行了样品齿轮、逆向设计齿轮和其他常规设计齿轮的对比分析和啮合实验。结果表明:经过修形曲面优化的逆向设计齿面与原样品齿轮齿面之间在工作齿面范围的误差小于 2 μm,接触印痕高度一致,且明显优于采用其他 2 种方式设计的齿面性能,证实了该逆向设计方法的实用性和有效性。

关 键 词:修形曲面;小模数偏置面齿轮;逆向设计;优化逼近;齿面测量
中图分类号:TH132.4 **文献标志码**:A **文章编号**:1000-2758(2025)04-0732-09

小模数偏置面齿轮副因其重合度高、结构紧凑、综合成本较低等优点,在渔线轮、电动工具等产品中得到了广泛应用[1-3]。而在实际应用中,为提高传动效率,小模数偏置面齿轮通常具有较大螺旋角,两侧齿面不一致,齿形复杂。同时,由于模数和尺寸较小,其啮合平稳性对系统各零部件的制造误差、装配误差尤其是面齿轮轴向错位量等都比较敏感,研究有效的齿面修形设计方法,是提高小模数面齿轮副啮合性能的有效途径。然而最佳的修形曲面参数往往需要通过大量的模型设计和实验验证评价才能获得,研制周期长且成本高。目前,世界著名公司如 SHIMANO、DAIWA 等通过长期研发,掌握了大量性能极佳的齿面设计数据,而国内相关企业研发能力相对落后。因此,研究有效的逆向设计方法,从国际高端产品中的小模数偏置面齿轮样品中获取精准的齿面设计参数,可显著加快研发周期并提高自主研发水平。

针对面齿轮的齿面修形设计方法,国内外已有诸多学者进行了相关研究。Litvin 等[4-5]对面齿轮进行双向鼓形修形,有效避免了动力传动场合面齿轮副的边缘接触,提高了轮齿强度。对于小模数偏置面齿轮副,Tsay 等[6]研究了沿接触路径修形对接触印痕和传动误差的影响,提高了轻载面齿轮副的啮合平稳性。Inoue 等[1]为保证小模数面齿轮副的传动平稳性,采用最小化传动误差获取面齿轮齿面的接触路径和接触线修形参数。然而,这些方法需要经过大量试算和实验评估才能获得优异的参数。

逆向设计可以通过精确测量或三维扫描技术获得齿轮的精确几何数据,提高设计的准确性和制造的质量。目前对齿轮的逆向设计研究大多针对圆柱齿轮和动力传动场合的面齿轮,对轻载小模数面齿轮的研究较少。王延忠等[7-8]在面齿轮齿面上规划了测量网格,通过齿轮测量中心获取测量数据,得到了实际齿面的法向偏差。李占平等[9]采用 NURBS 曲面拟合的方式重构了面齿轮的数字化齿面,保证了型值点处的精度。Yu 等[10]采用线激光测量技术获取了圆柱齿轮表面的点云数据,并建立了重构三

收稿日期:2024-08-27
基金项目:陕西省重点研发计划(2023GXLH-087)与工信部发展计划(2023ZY01050)资助
作者简介:王龙飞(2000—),硕士研究生
通信作者:郭辉(1978—),副教授 e-mail:guohui502@nwpu.edu.cn

维模型,该模型与坐标测量结果偏差小于 2 μm。Wang 等[11]研究了基于 B 样条拟合技术的三坐标测量仪获取大模数面齿轮齿面坐标数据的方法,与高精度克林贝格齿轮测量中心数据对比,偏差小于4.5 μm。

虽然采用高精度三坐标测量仪通过接触式测量可以获得精度较高的齿面数据,但齿面数据中存在噪点,影响曲面的光顺度,而采用曲面光顺算法处理或 NURBS 曲面拟合都会破坏齿面的共轭啮合特性。同时在轮齿四周边界处,由于倒圆角等因素,曲面形状急剧变化,导致该区域无法测量,使得齿面数据不完整。采用光学扫描测量方法虽然可以获取完整的全齿面数据,但精度较低,有时测量误差会大于 0.01 mm。因此,对于小模数偏置面齿轮副,直接使用测量数据进行齿面重构无法得到较高的啮合平稳性。

针对以上问题,本文提出了一种基于高精度三坐标测量、修形曲面设计与优化的小模数偏置面齿轮逆向设计方法。该方法运用修形曲面与样品齿轮测量误差曲面的精准逼近,有效克服了测量曲面数据的不完整、局部缺陷和不光顺性等问题,为高性能小模数偏置面齿轮的设计与制造提供了一种有效的解决方案。

1　小模数偏置面齿轮理论齿面

小模数偏置面齿轮的齿面是由渐开线圆柱螺旋产形齿轮展成得到的,如图 1 所示。建立偏置面齿轮展成坐标系,其中坐标系 S_s 与 S_2 分别被刚性连接在产形齿轮和面齿轮上,z_s 与 z_2 分别与刀具及面齿轮轴线一致;S_a 与 S_m 为辅助固定坐标系。ψ_s 和 ψ_2 分别为刀具和面齿轮的转动角度,且满足 $\psi_2 = i_{s2} \cdot \psi_s$,$i_{2s}$ 为刀具与面齿轮之间的传动比;E 为面齿轮轴线与小轮轴线间的最短距离(称为偏置距),设两齿轮轴线夹角为 90°,R_1 和 R_2 分别为面齿轮内外半径。

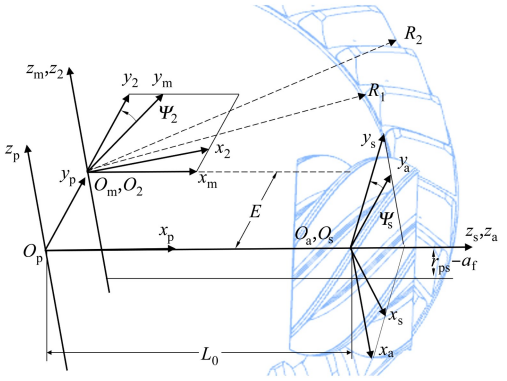


图 1　偏置面齿轮展成坐标系

产形齿轮曲面在坐标系 S_2 中所产生的包络曲面族径矢和法矢分别为

$$\begin{cases} \boldsymbol{r}_2(\theta_s,\mu_s,\psi_s) = \boldsymbol{M}_{2s}(\psi_s) \cdot \boldsymbol{r}_s(\theta_s,\mu_s) \\ \boldsymbol{n}_2(\theta_s,\mu_s,\psi_s) = \boldsymbol{M}_{2s}(\psi_s) \cdot \boldsymbol{n}_s(\theta_s,\mu_s) \end{cases} \tag{1}$$

式中:$\boldsymbol{r}_s(\theta_s,\mu_s)$ 和 $\boldsymbol{n}_s(\theta_s,\mu_s)$ 是刀具产形齿轮的齿面径矢和单位法矢,θ_s 和 μ_s 分别表示刀具齿轮的齿廓参数和齿向参数。$\boldsymbol{M}_{2s}$ 是由坐标系 S_s 到 S_2 的变换矩阵,如(2) 式所示。参考文献[5],本文对于三维坐标变换,采用齿轮啮合原理中常用的“4 × 4” 矩阵表达方式,其中矩阵前 3 列子矩阵表示新旧坐标轴间的角度关系,第 4 列元素用于表示坐标原点的位置变化。另外,为表达统一,本文中的三维空间矢量均被扩展为 4 维,径矢($\boldsymbol{r}_s$ 等)最后一个元素为 1,法矢及速度矢量最后一个元素为 0。

$$\boldsymbol{M}_{2s} = \boldsymbol{M}_{2m} \cdot \boldsymbol{M}_{mp} \cdot \boldsymbol{M}_{pa} \cdot \boldsymbol{M}_{as} = \begin{bmatrix} \cos\psi_2\cos\psi_s & \cos\psi_2\sin\psi_s & \sin\psi_2 & -E\cos\psi_2 + L_0\sin\psi_2 \\ -\sin\psi_2\cos\psi_s & \cos\psi_2\sin\psi_s & \cos\psi_2 & E\sin\psi_2 + L_0\cos\psi_2 \\ \sin\psi_s & -\cos\psi_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2}$$

式中:L_0 为辅助参数(见图 1),由(3) 式确定。

$$L_0 = \sqrt{[(R_1 + R_2)/2]^2 - E^2} \tag{3}$$

共轭齿面在啮合点处的相对速度为

$$\boldsymbol{v}_{s2}^{s} = (\boldsymbol{\omega}_s - \boldsymbol{\omega}_2) \times \boldsymbol{r}_s - \boldsymbol{\omega}_2 \times \boldsymbol{R} \tag{4}$$

式中:$\boldsymbol{\omega}_s$ 和 $\boldsymbol{\omega}_2$ 分别是刀具和面齿轮的角速度;矢量 $\boldsymbol{R}$ 为坐标系 S_s 原点 O_s 指向坐标系 S_2 原点 O_2 的矢量,在坐标系 S_s 中表示为

$$\boldsymbol{R} = \overrightarrow{O_sO_2} = [-E\cos\psi_s, E\sin\psi_s, -L_0, 0]^{\mathrm{T}} \tag{5}$$

根据空间啮合原理[5]两齿面在接触点的相对运动速度与公法矢相垂直,得啮合方程为

$$f(\theta_s,\mu_s,\psi_s)=\boldsymbol{n}_s\cdot\boldsymbol{v}_{s2}^{s}=0 \tag{6}$$

将啮合(1)式与(6)式联立,可得面齿轮齿面的径矢和法矢。求解齿面方程可得面齿轮离散齿面点数据和数值齿面,根据离散齿面点数据拟合曲面进而可生成全齿模型。

2 面齿轮齿面偏差的精确测量

精确测量是逆向设计中的重要步骤,其测量结果为后续修形曲面优化提供目标参照曲面。

2.1 测量网格规划

考虑到面齿轮测量误差对整体倾角最为敏感[11],以齿顶所在平面为 xy 平面,以齿轮轴线为 z 轴建立测量坐标系。

在弧齿锥齿轮的测量中,通常采用 5×9 的齿面拓扑网格,这个测点密度对于弧齿锥齿轮的加工参数调整是有效的。然而小模数偏置面齿轮的齿面修形函数比较复杂,既有工作齿面修形,又有过渡曲面修形和四周边界局部修形,而且齿面精度要求较高(微米级),因此本文以 0.05 mm 的标准间距划分测量网格,如图 2 所示。

图 2 中,Δ_d 与 Δ_g 分别为齿顶和齿根的收缩量,$\Delta_{R_{out}}$ 与 $\Delta_{R_{in}}$ 分别为外径和内径的收缩量,蓝色标记点为齿面中点。

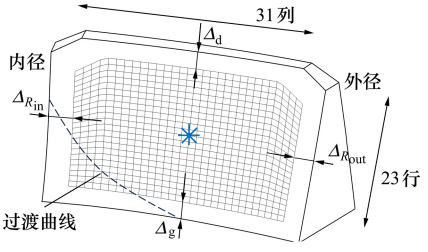


图 2 面齿轮齿面测量的网格规划

2.2 获取齿面偏差数据

将探头定位到理论齿面中点处并与齿面接触,以接触点作为基准点。将探头移动到理论齿面某点位矢 $\boldsymbol{r}^*$ 后,沿该点法矢 $\boldsymbol{n}^*$ 方向移动 Δd(视为该点的法向误差值)接触到被测齿面上某点 $\boldsymbol{r}_0^*$ 后,满足

$$\boldsymbol{r}_0^*=\boldsymbol{r}^*+\Delta d\cdot\boldsymbol{n}^* \tag{7}$$

按照网格规划依次测量,记录每个理论齿面点对应的移动距离 Δd 和实际坐标 $\boldsymbol{r}_0^*$。图 3 为某理论齿面对应的误差形貌图。

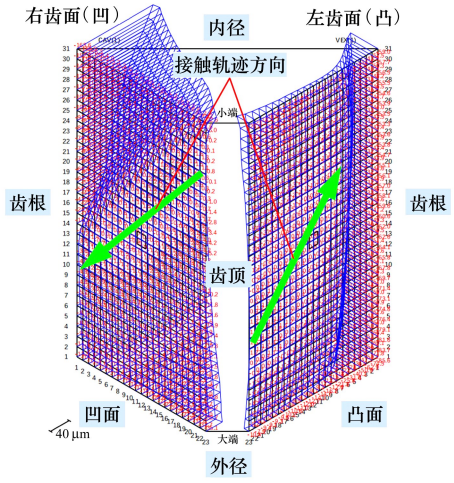


图 3 测量获得的齿面误差形貌图

由(7)式可知,将理论齿面点 $\boldsymbol{r}^*$ 按照法矢方向 $\boldsymbol{n}^*$ 移动误差值 Δd 可得到实际齿面位矢。但直接利用测量数据进行齿面重构存在 2 点困难:①未测量区域的误差值未知,且由于误差曲面形状复杂,采用外推插值求解偏差较大;②由于测量误差和制造精度等因素的影响,测量数据存在若干噪点,导致误差曲面不光顺,存在局部缺陷,如图 4 所示。

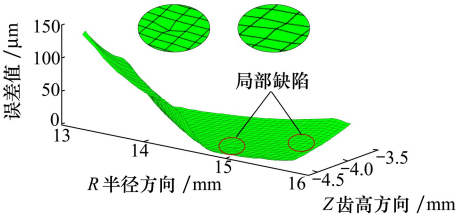


图 4 凹面法向误差曲面

因此,为了获得最佳的重构齿面,不仅需要保证未测量区域的精度,也需要减少局部缺陷对重构齿面的不利影响。

3 修形曲面设计

由 2.2 节可知,由三坐标测量仪得到的数据存在噪点等局部缺陷,且不能涵盖整个齿面,故不能直接用于齿面重构。实际工程应用中,对小模数偏置面齿轮齿面可采用沿着瞬时接触线和接触路径修形等方式[1-6]加强传动平稳性,如 SHIMANO 等公司主要采取此种修形策略。从图 3 可以看出面齿轮轮齿的两侧面总体上是沿着对角修形,凹面在内径齿根

和外径齿顶处修形较大;凸面在内径齿顶和外径齿根处修形较大,另外存在局部修形。

因此,根据上述细节特征,本文分别建立了两侧齿面各部分区域沿着各个方向的修形函数,最终叠加获得综合修形曲面,以逼近原始齿面。

3.1　齿面旋转投影

面齿轮齿面旋转投影如图 5 所示,坐标系 S_c 是偏置面齿轮投影平面上的二维坐标系,将坐标系 S_2 中的三维齿面点旋转投影到二维坐标系 S_c 中,即

$$\begin{cases} x_c = \sqrt{x_2^2 + y_2^2} - \sqrt{x_{oc}^2 + y_{oc}^2} \\ y_c = z_2 - z_{oc} \end{cases} \tag{8}$$

式中:x_{oc},y_{oc} 和 z_{oc} 为理论齿面中点在 S_2 坐标系下 3 个方向的分量。

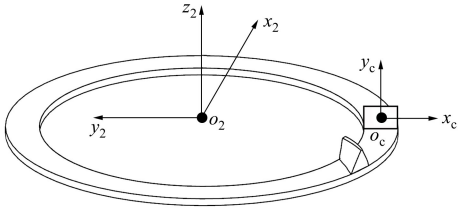


图 5　面齿轮齿面投影示意图

图 6 是偏置面齿轮齿面在投影曲面的示意图,α_P 和 α_Q 分别是瞬时接触线 y_c' 和设计接触路径 x_c' 与 x_c 轴正方向之间的夹角;L_{rad1} 和 L_{rad2} 分别表示从投影平面中点 o_c 到外径端和内径端的距离;H_{rad1} 和 H_{rad2} 分别表示从投影平面中点 o_c 到面齿轮齿根和齿顶的距离。

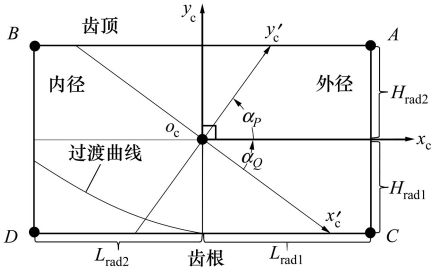


图 6　面齿轮投影平面

3.2　沿瞬时接触线修形函数

如图 7 所示,沿面齿轮理论齿面的瞬时接触线方向进行抛物线修形,目的是降低安装错位对接触痕迹的影响。图 7 中白色区域为不修形区域,橙色区域为修形区域。L_{1r} 和 L_{1t} 分别为瞬时接触线方向内径齿根段和外径齿顶段的修形长度;δ_{1r} 和 δ_{1t} 分别为内径齿根段和外径齿顶段的最大修形量。

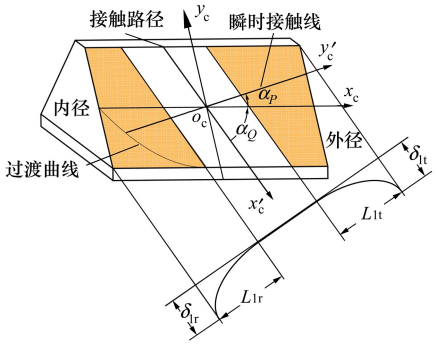


图 7　沿瞬时接触线修形示意图

投影曲面上某点到 y_c' 的投影值 h' 为

$$h' = \frac{x_c \sin\alpha_Q + y_c \cos\alpha_Q}{\sin(\alpha_P + \alpha_Q)} \tag{9}$$

在瞬时接触线方向上的修形量最大点位置分别是 A 和 D,由(9)式求得 2 点在 y_c' 方向上的投影值分别为 h_A' 和 h_D'。因此,可将 h_A' 和 h_D' 视为外径与内径在瞬时接触线方向上的最大修形长度。瞬时接触线方向内径齿根段与外径齿顶段的修形长度 L_{1r},L_{1t} 计算公式为

$$\begin{cases} L_{1r} = k_{1r} \cdot |h_D'| \\ L_{1t} = k_{1t} \cdot |h_A'| \end{cases} \tag{10}$$

式中:k_{1r} 和 k_{1t} 为修形长度系数,当 k_{1r} 和 k_{1t} 都为 1 时,修形区域最大,为全齿面修形;当 k_{1r} 和 k_{1t} 都为 0 时,为不采用接触线修形。

根据(9)~(10)式建立沿瞬时接触线修形函数

$$\delta_1(y_c') = \begin{cases} a_{1r} \cdot [h' - (h_D' + L_{1r})]^2, & h' < h_D' + L_{1r} \\ 0, & h_D' + L_{1r} \leqslant h' \leqslant h_A' - L_{1t} \\ a_{1t} \cdot [h' - (h_A' - L_{1t})]^2, & h' > h_A' - L_{1t} \end{cases} \tag{11}$$

式中:h' 为投影曲面上某点在 y_c' 轴上的投影值;a_{1r} 和 a_{1t} 分别为内径齿根段和外径齿顶段的修形系数,由(12)式确定。

$$\begin{cases} a_{1r} = \delta_{1r}/L_{1r}^2 \\ a_{1t} = \delta_{1t}/L_{1t}^2 \end{cases} \tag{12}$$

3.3　沿接触路径修形函数

如图 8 所示,沿面齿轮理论齿面的预设接触路径方向进行抛物线修形。L_{2r} 和 L_{2t} 为接触路径方向外径齿根段和内径齿顶段的修形长度;δ_{2r} 和 δ_{2t} 为齿根段和齿顶段的最大修形量。

在坐标系 S_c 中,预设接触路径 x_c' 的方程与预设

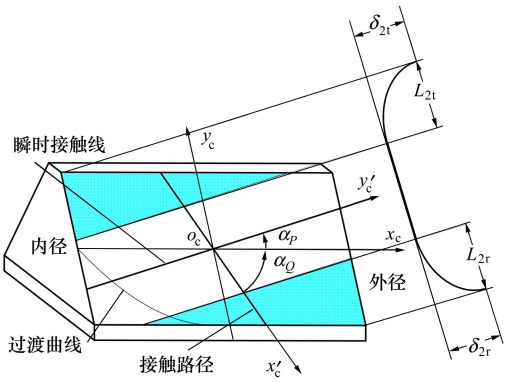


图 8 沿接触路径修形示意图

接触线 y_c' 的方程分别为

$$\begin{cases} y_1 = -\tan\alpha_Q \cdot x_c \\ y_2 = \tan\alpha_P \cdot x_c \end{cases} \tag{13}$$

投影曲面上某点沿预设接触线 y_c' 方向投影到预设接触路径 x_c' 上的投影距离为

$$l' = \frac{(y_c + \tan\alpha_P \cdot x_c)}{(\tan\alpha_Q - \tan\alpha_P)}\cos\alpha_Q - \frac{[\tan\alpha_Q \cdot (y_c + \tan\alpha_P \cdot x_c)]}{(\tan\alpha_Q - \tan\alpha_P)}\sin\alpha_Q \tag{14}$$

在接触路径方向上修形量最大点分别为 B 和 C，由(14) 式求得 2 点沿预设接触线 y_c' 方向投影到预设接触路径 x_c' 上的投影距离分别为 l_B' 和 l_C'。则外径齿根段和内径齿顶段的修形长度 L_{2r}，L_{2t} 为

$$\begin{cases} L_{2r} = k_{2r} \cdot |l_C'| \\ L_{2t} = k_{2t} \cdot |l_B'| \end{cases} \tag{15}$$

式中，k_{2r} 和 k_{2t} 分别为接触路径方向外径齿根和内径齿顶段的修形系数。

根据(14) ~ (15) 式建立沿接触路径修形函数

$$\delta_2(x_c') = \begin{cases} a_{2r} \cdot [l' - (l_C' - L_{2r})]^2, & l' > l_C' - L_{2r} \\ 0, & l_B' + L_{2t} \leqslant l' \leqslant l_C' - L_{2r} \\ a_{2t} \cdot [l' - (l_B' + L_{2t})]^2, & l' < l_B' + L_{2t} \end{cases} \tag{16}$$

式中：a_{2r} 和 a_{2t} 分别为内径齿根段和外径齿顶段的修形系数，由 δ_{2r} 和 δ_{2t} 确定；l' 为投影曲面上某点沿预设接触线 y_c' 方向投影到预设接触路径 x_c' 上的投影距离。

3.4 沿齿向齿廓局部修形函数

如图 9 所示，在齿顶、齿根、内径端和外径端 4 个局部位置，沿齿向和齿廓方向上进行抛物线修形。L_{3r} 和 L_{3t} 为内、外径段的修形长度；δ_{3r} 和 δ_{3t} 为内、外径段的最大修形量。L_{4r} 和 L_{4t} 为齿根和齿顶段的修形长度；δ_{4r} 和 δ_{4t} 为齿根和齿顶段的最大修形量。根据图 6 和图 9 建立沿齿向方向修形函数

$$\delta_3(x_c) = \begin{cases} a_{3r} \cdot [x_c - (L_{rad2} - L_{3r})]^2, & x_c > -L_{rad2} + L_{3r} \\ 0, & L_{rad1} - L_{3t} \leqslant x_c \leqslant -L_{rad2} + L_{3r} \\ a_{3t} \cdot [x_c - (L_{rad1} - L_{3t})]^2, & x_c < L_{rad1} - L_{3t} \end{cases} \tag{17}$$

式中：a_{3r} 和 a_{3t} 为内径段和外径段的修形系数，由 δ_{3r} 和 δ_{3t} 确定。

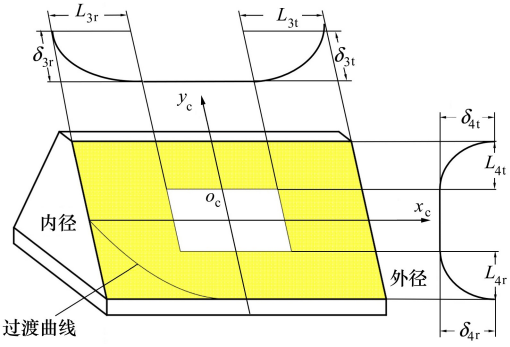


图 9 沿齿向齿廓方向修形示意图

根据图 6 和图 9 建立沿齿廓方向修形函数

$$\delta_4(y_c) = \begin{cases} a_{4r} \cdot [y_c - (H_{rad1} - L_{4r})]^2, & y_c > -H_{rad1} + L_{4r} \\ 0, & H_{rad2} - L_{4t} \leqslant y_c \leqslant -H_{rad1} + L_{4r} \\ a_{4t} \cdot [y_c - (H_{rad2} - L_{4t})]^2, & y_c < H_{rad2} - L_{4t} \end{cases} \tag{18}$$

式中：a_{4r} 和 a_{4t} 为齿根段和齿顶段的修形系数，由 δ_{4r} 和 δ_{4t} 确定。

3.5 综合修形

小模数偏置面齿轮齿面综合修形由接触线修形、接触路径修形和齿向、齿廓局部修形叠加而成，其函数为

$$\delta_\Sigma = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4 \tag{19}$$

图 10 为四部分修形曲面叠加而成的综合修形曲面，用以拟合测量误差曲面。

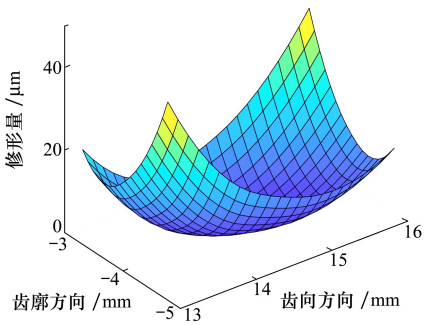


图 10 综合修形曲面示意图

4　修形曲面优化模型

采用非线性约束优化的方法求解综合修形曲面与实测误差曲面的最佳拟合,本文建立的优化设计数学模型如(20)式所示,对于一个轮齿的凹面和凸面需分别建立此模型。以第 3 节介绍的所有修形参数为设计变量,并给定各修形参数合适的约束边界作为约束函数,以实测误差曲面与修形设计曲面在各离散点差值的均方根作为目标函数。

$$\begin{cases} \min f(\boldsymbol{x}) = \sqrt{\sum_{(i,j)\in \boldsymbol{I}} (\Delta d_{i,j} - \delta_{i,j})^2} \\ \boldsymbol{I} = \{i,j \mid z_{i,j} > Z_j (i = 1,2\cdots m,\ j = 1,2\cdots n)\} \\ \boldsymbol{x} = [\alpha_Q, \alpha_P, L_{1r}, L_{1t}, \delta_{1r}, \delta_{1t}, L_{2r}, L_{2t}, \delta_{2r}, \delta_{2t}, \\ \quad L_{3r}, L_{3t}, \delta_{3r}, \delta_{3t}, L_{4r}, L_{4t}, \delta_{4r}, \delta_{4t}]^{\mathrm{T}} \\ \text{s.t. } x_{k\min} \leqslant x_k \leqslant x_{k\max} \quad (k = 1,2,\cdots,18) \end{cases} \tag{20}$$

式中:$\Delta d_{i,j}$ 为每个测量网格点的法向误差值,i 和 j 表示任意网格点的行号和列号(见图 2);$\delta_{i,j}$ 为每个点的综合修形量;$\boldsymbol{I}$ 是参与计算的测量点集合,$z_{i,j}$ 为每个测量点的齿高坐标,Z_j 是第 j 列测量点对应的过渡曲线齿高坐标,$z_{i,j} > Z_j$ 表示只有位于工作齿面的网格点参与优化计算(考虑到过渡齿面基本不参与啮合);m 和 n 分别为测量网格的行数和列数;$\boldsymbol{x}$ 为设计变量向量,由第 3 节可知总设计变量数目为 18;$x_{k\min}$ 和 $x_{k\max}$ 为每个设计参数的上下边界。

针对这一变量众多、约束条件复杂的非线性优化问题,本文采用 BFGS 内点算法求解,收敛准则为目标函数 $f(\boldsymbol{x})$ 的迭代变化量小于容差 ε。典型的修形曲面优化迭代过程如图 11 所示,可以看出优化迭代过程中,修形设计曲面逐渐逼近测量误差曲面。

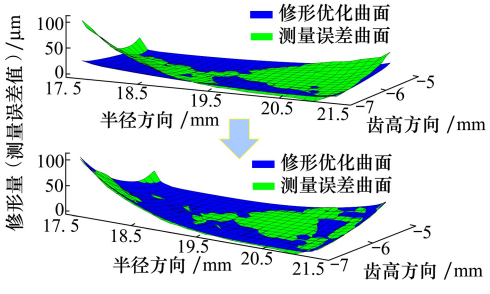


图 11　修形曲面优化迭代过程

进行修形曲面优化时,曲面离散点的数量过少不能完整地表达曲面的形态,而过多会造成优化计算时间和坐标测量时间增加。以齿高方向测量区域 1.2 mm 为例,目标函数 $f(\boldsymbol{x})$ 容差 ε 设置为0.01,计算得到不同网格间距设置条件下的优化计算所需时间(采用的计算机 CPU 为 Intel(R) Xeon(R) W-2265 CPU @ 350 GHz)如表 1 所示。其中,当网格间距设置为 0.05 mm 时,优化计算时间约为 5.5 min。设计人员可结合实验效果情况,并根据不同目标要求来选择合适的网格间距。

表 1　不同标准间距的优化时间

网格间距/mm	齿高网格数	齿宽网格数	优化时间/s
0.10	12	18	132.55
0.07	17	26	166.38
0.05	24	36	333.50
0.03	40	60	772.03
0.02	60	90	2 225.50

5　实例设计与分析

选取某一参数的小模数偏置面齿轮作为设计对象,分别采用修形曲面优化方法、测量误差曲面插值方法和自主设计修形方法进行曲面重构,并进行对比分析。

5.1　修形曲面优化逆向设计实例

表 2 列出了某面齿轮基本参数,该齿轮模数为 0.6 mm,齿宽为 3 mm。为完整表示该齿面的特征和变化,本文以 0.05 mm 为间距划分测量网格,即对应的测量离散点数量为 23×31。以该齿轮的凹面为例,采用三坐标测量得到的实际齿面与理论齿面的误差分布如图 3 所示。基于图 3 的误差数据,进行优化逆向设计计算。

表 2　面齿轮基本参数

基本参数	参数值
面齿轮齿数 z	36
法向模数 m_n/mm	0.6
法向压力角 α_n/(°)	20
螺旋角 β(右旋为正)/(°)	60
偏置距 E(左偏为正)/mm	6.0
内半径 R_1/mm	13
外半径 R_2/mm	16
齿顶高系数 h_a^*	1.0
顶隙系数 c_a^*	0.25
变位系数 x_n	0.2

表 3 列出了优化迭代过程中目标函数值的变化情况,目标函数值从最初的 269.58 下降到了 28.6。表 4 列出了优化得到的最终修形参数。

表 3 目标函数迭代过程

迭代次数	目标函数值
0	269.58
513	53.09
1 015	31.18
2 003	29.65
3 011	28.60

表 4 优化后的修形参数

修形参数	参数值	修形参数	参数值
α_Q/(°)	36.56	α_P/(°)	53.44
k_{1r}	0.85	k_{1t}	0.99
δ_{1r}/μm	585.06	δ_{1t}/μm	73.33
k_{2r}	0.84	k_{2t}	0.21
δ_{2r}/μm	17.40	δ_{2t}/μm	45.11
L_{3r}/mm	0.72	L_{3t}/mm	0.20
δ_{3r}/μm	20.22	δ_{3t}/μm	13.26
L_{4r}/mm	0.45	L_{4t}/mm	0.19
δ_{4r}/μm	1.61	δ_{4t}/μm	21.77

为进一步评价优化后的修形曲面对原始误差曲面的拟合程度,构建两曲面之间的差曲面,如图 12 所示。可以看出,在工作齿面区域内,误差值被有效控制在了 2 μm 以内;过渡区域内的绝对误差也基本控制在 5 μm 以内。

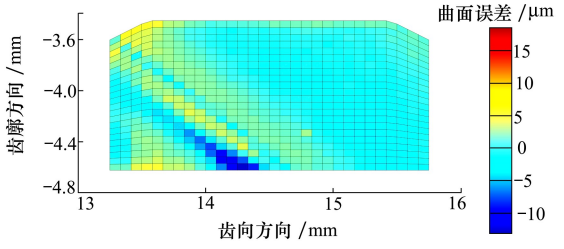


图 12 优化修形曲面与测量误差曲面之间的差曲面

由于测量区域不能涵盖整个齿面,因此将优化后的修形参数代入全齿面方程中,得到全齿面范围的修形曲面,如图 13 所示。全齿面修形曲面与测量

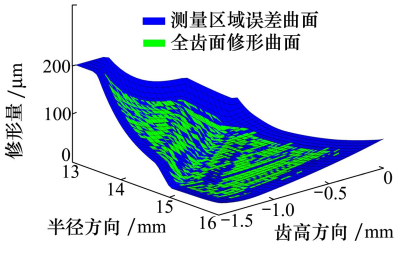


图 13 全齿面修形优化曲面与测量区域的误差曲面

误差曲面在工作区域内高度一致,过渡区域也展现出良好的吻合性,验证了本模型的有效性。

5.2 常规设计方法

采用测量误差曲面插值方法和自主设计修形方法完成全齿面误差曲面的拟合,并进行拟合效果分析,为后续对比分析提供曲面数据。

图 14 为采用测量误差曲面向外插值求解得到的全齿面误差曲面,由于误差曲面的复杂性,四周外插区域的变化趋势与测量误差曲面不一致,外径齿廓呈逆向减小趋势,内径齿廓呈急剧上升趋势。

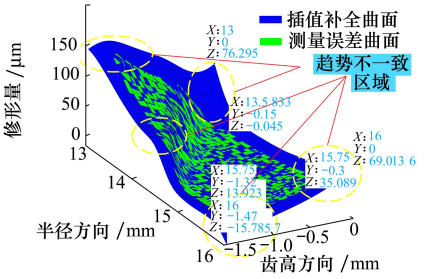


图 14 插值补全误差曲面与测量误差曲面

图 15 为采用测量误差曲面自主设计的修形曲面对比,可以看出自主设计的修形曲面与误差曲面差别明显,一致性较差,在内径齿根处两曲面最大差值为 60 μm。

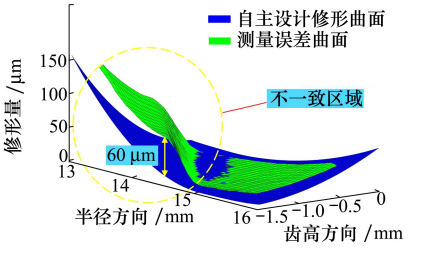


图 15 自主设计修形曲面与测量误差曲面

6 试验件加工与啮合实验

为了评估齿面重构后小模数偏置面齿轮的啮合性能,采用法兰克精密数控铣床加工了第 5 节中设计的 3 种重构齿轮,如图 16 所示,并进行啮合性能对比实验。

图 17a) 为原样品齿轮的齿面啮合印痕,图 17b) 为采用修形曲面优化的重构齿面啮合印痕。可以看出,采用修形曲面重构的齿轮与原样品齿轮的接触路径与接触宽度基本相同,啮合印痕高度一致,接触区域整体光滑,无明显摩擦区域,转动时无

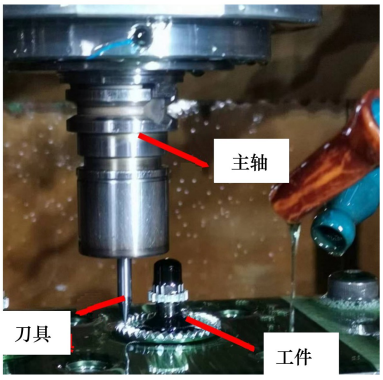
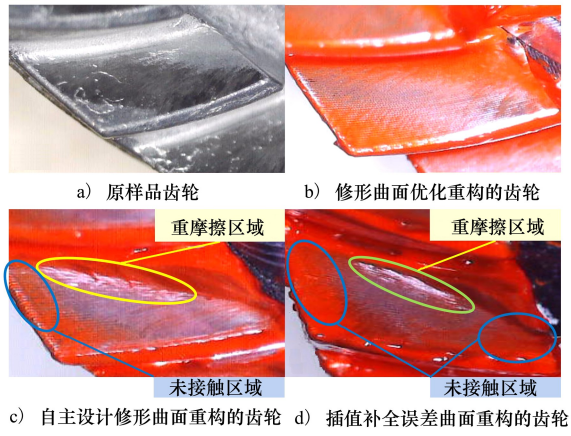


图 16　小模数偏置面齿轮加工

振动噪声,传动性能得以较完整保留。

图 17c)为采用自主设计修形曲面的重构齿面啮合印痕。可以看出,采用自主设计修形曲面与原样品齿轮的接触路径基本相同,但外径处存在明显的未接触区域,影响平稳性。同时因齿宽中部靠近外径齿根处的修形量不足,此处靠近过渡曲线处出现了明显的摩擦痕迹,降低了传动效率,进而影响齿轮副的啮合手感和使用寿命。



a) 原样品齿轮　b) 修形曲面优化重构的齿轮
c) 自主设计修形曲面重构的齿轮　d) 插值补全误差曲面重构的齿轮

图 17　实验齿轮齿面啮合印痕

图 17d)为采用插值补全误差曲面的重构齿面啮合印痕。可以看出,采用插值补全误差曲面与原样品齿轮的接触路径基本相同,但由于向外插值导致齿面四周修形量过大,四周方向存在未接触区域,啮合区域缩小。同时,齿宽中部齿根区域靠近过渡曲线处产生了根部摩擦现象,严重影响了面齿轮副的重合度和传动性能,出现了明显的振动噪声。

7　结　论

本文针对传统逆向工程方法在处理小模数偏置面齿轮时的局限性,提出了一种基于修形曲面优化的逆向设计方法。该方法通过修形曲面设计优化逼近测量误差曲面,实现了对复杂齿形和小尺寸偏置面齿轮的高精度逆向设计。主要结论如下:

1) 提出了小模数偏置面齿轮副沿瞬时接触线、接触路径、齿向齿廓局部修形的综合拓扑修形方式。

2) 建立了修形曲面设计优化模型,通过迭代求解使得修形曲面在工作齿面区域内与测量误差曲面的相对误差控制在 2 μm 以内。

3) 采用试验件啮合对比,验证了采用修形曲面优化的重构齿面与原样品齿轮齿面高度吻合,而且具有同等优异的性能。

参考文献:

[1] INOUE T, KUROKAWA S. Derivation of path contact and tooth flank modification by minimizing transmission error on face gear [J]. Journal of Advanced Mechanical Design Systems and Manufacturing, 2012, 6(1): 15-22

[2] INOUE T, KUROKAWA S. Validity of quantifying sensation of fishing reel using transmission error instead of sensory human evaluation for face gear design[J]. Mechanical Engineering Journal, 2019, 6(6): 19-00318

[3] INOUE T, KUROKAWA S. Characteristics and effectiveness of the face gear with transmission-error-controlled curve considering the path of contact[J]. Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing, 2023, 17(2): 1-13

[4] LITVIN F L, LU J, TOWNSEND D P, et al. Computerized simulation of meshing of conventional helical involute gears and modification of geometry[J]. Mechanism and Machine Theory, 1999, 34(1): 123-147

[5] LITVIN F L, FUENTES A. Gear geometry and applied theory[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004: 83-516

[6] TSAY M F, FONG Z H. Novel profile modification methodology for moulded face-gear drives[J]. Journal of Mechanical Engineering Science, 2007, 221(6): 715-725

[7] 王延忠, 王庆颖, 吴灿辉, 等. 正交面齿轮齿面偏差的坐标测量[J]. 机械传动, 2010, 34(7): 1-4
WANG Yanzhong, WANG Qingying, WU Canhui, et al. Deviation of face gear real tooth surface determined by coordinate measurements[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2010, 34(7): 1-4 (in Chinese)

[8] 张军, 李芳芳, 王延忠. 基于逆向工程的面齿轮齿面磨损检测技术研究[J]. 机械传动, 2022, 46(11): 141-145
ZHANG Jun, LI Fangfang, WANG Yanzhong. Research on tooth wear testing technology of face gears based on reverse engineering[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2022, 46(11): 141-145 (in Chinese)
[9] 李占平, 沈云波, 梁聚盛, 等. 面齿轮数字化真实齿面接触分析与实验[J]. 西安工业大学学报, 2017, 37(12): 882-887
LI Zhanping, SHEN Yunbo, LIANG Jusheng, et al. Meshing simulation and experiment on digitized tooth surface of face gear [J]. Journal of Xi'an Technological University, 2017, 37(12): 882-887 (in Chinese)
[10] YU Bo, KOU Hanlin, SHI Zhaoyao, et al. A virtual measurement method of the transmission error based on point clouds of the gear[J]. Measurement Science Review, 2022, 22(2): 92-99
[11] WANG Shenghui, ZHOU Yuansheng, TANG Jinyuan, et al. Digital tooth contact analysis of face gear drives with an accurate measurement model of face gear tooth surface inspected by CMMs[J]. Mechanism and Machine Theory, 2022, 167: 104498

Research on reverse design method of small-modulus offset face gears based on modified surface optimization

WANG Longfei[1], GUO Hui[1], RUAN Yuhang[1], LIU Jianlong[2], RAN Xiaoping[1]
(1.Shaanxi Key Laboratory of Gear Transmission, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;
2.Guangdong Globalsino Outdoor Sports Equipment Limited, Qingyuan 511520, China)

Abstract: Aiming at the problem of high-precision reconstruction of the tooth face of small-modulus offset face gears, a reverse design method based on three-coordinate measurement and optimization of modified surfaces is proposed. Initially, a coordinate system of tooth face conjugate expansion is established, and the theoretical tooth face radial vector equation and normal vector equation of the small-modulus offset face gear are derived; subsequently, the measurement coordinate system and measurement path are designed and planned, and the tooth face data of the sample gear are obtained by the high-precision coordinate measuring machine; thereafter, a comprehensive modified surface design method for the small-modulus face gear is given, and precise optimal modification parameters that closely approximate the tooth surface of the sample gear are solved through optimization iterations, enabling the reverse design of smooth tooth surface. Finally, comparative analysis and meshing experiments were conducted for the sample gear, the reverse-designed gear and other conventionally designed gears. The results show that the error in the range of working tooth surface between the optimized reverse-designed tooth surface and the original sample gear tooth surface is less than 2 μm, and the contact patterns are highly consistent, which is significantly better than that of the tooth surface designed by other methods, confirming the practicality and effectiveness of the proposed reverse-design method.

Keywords: modified surface; small modules offset face gear; reverse design; optimized approximation; tooth surface measurement

引用格式: *王龙飞, 郭辉, 阮宇航, 等. 采用修形曲面优化的小模数偏置面齿轮逆向设计[J]. 西北工业大学学报, 2025, 43(4): 732-740*
WANG Longfei, GUO Hui, RUAN Yuhang, et al. Research on reverse design method of small-modulus offset face gears based on modified surface optimization[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2025, 43(4): 732-740 (in Chinese)