

超声速微射流的密度场三维纹影测量

谭思洋¹, 李响¹, 范玮¹, 陈爽², 周全², 雷庆春¹

(1.西北工业大学 动力与能源学院, 陕西 西安 710072;
2.中国空气动力研究与发展中心 设备设计与测试技术研究所, 四川 绵阳 621000)

摘要:介绍了一种基于光纤传像的高速三维纹影密度场测量方法。该方法利用1台高速相机、2台氙灯、1套一分七光纤束以及一系列透镜,同时采集7个不同角度的纹影图像,结合层析重建,可以获得流场的三维密度场分布。该方法可以在 $43.37\text{ mm} \times 43.37\text{ mm} \times 43.37\text{ mm}$ 的视场范围内,以2 kHz的帧速进行超声速微射流的三维密度场动态测量。实验结果显示了微型喷嘴出口下游的流动规律,多个反射激波在整个微射流中呈现多面体形状,而在冲击单元处的射流直径最小。冲击单元的长度随着喷嘴压力比的增加而增加,且在相同压力比下,第2个冲击单元的长度达到最大值。

关键词:三维纹影;定量纹影;光纤成像;超声速射流

中图分类号:O354.3

文献标志码:A

文章编号:1000-2758(2025)04-0751-07

超声速微射流是实现飞行器精准气动控制^[1-2]和高效热管理^[3-4]的重要技术之一。超声速微射流具有高流速、强剪切、激波形成等特点,是一个传统流体力学难题。超声速微射流的密度场可以直接反映激波的形成、剪切层的发展、涡的产生等,因此实现对超声速微射流的密度场测量,是该领域长期追求的目标。

随着测量技术的不断发展,非侵入式测量手段依靠其在测量时不破坏流场原有结构、空间分辨率高等优点,逐渐成为研究超声速微射流的主要手段。例如,Sugawara等^[5]研究了从出口内径为1.0 mm的轴对称收敛喷嘴发出的含激波微射流,并利用Abel变换反演了射流二维密度场。Graur等^[6]利用高灵敏度拉曼光谱,针对高超声速轴对称 N_2 射流中的激波进行了密度测量,并显示了马赫盘后的复杂二维结构。Phalnikar等^[7]使用刀口纹影系统测量了内径 $100\sim 400\ \mu\text{m}$ 的超声速微射流中的冲击波单元结构。Handa等^[8-9]利用平面激光诱导荧光技术(planar laser induced fluorescence, PLIF)估算了喷射

马赫数为1.5的欠膨胀矩形微射流的坍塌长度。

遗憾的是,上述的测量技术中,PLIF系统虽然能够获得平面激光照射下的截面信息,但只能实现二维测量,无法捕捉到深度方向的信息,刀口纹影等技术则基于视线积分,这也限制了其在三维信息获取上的能力。为了能够实现三维密度场的测量,可以将这些二维测量系统与三维测试技术相结合,例如片激光扫描技术^[10]、光场相机技术^[11]及层析技术^[12-13]等方法。然而,片激光扫描技术和光场相机技术的核心思想都是通过叠加多个二维平面信息来重构三维场,因此在深度方向的分辨率上仍然不及层析测量技术^[14]。基于此,在研究超声速微射流的密度场时,采用层析技术进行三维测量无疑是一个更优的选择。例如,Nazari等^[15]将定量测量技术与定性测量技术相结合,利用定制的20个相机配备20个光源的层析纹影系统,成功地对圆形以及方形喷嘴的超声速射流进行了三维测量,并得到了喷嘴出口下游的瞬时密度分布。但是,在Nazari的工作中,同时调整20路纹影光路是一个不小的难题,而且复杂的设备布置不仅会降低系统的灵活性,还会增加三维测量硬件成本。

综上,为了实现低成本的三维密度场测量,本文提出了一种基于光纤传像的高速三维纹影密度场测量方法,仅使用1台高速相机和2个氙气灯,以超过

收稿日期:2024-09-09

基金项目:国家自然科学基金(52336006)与装备试验鉴定技术研究项目(2100070017)资助

作者简介:谭思洋(2001—),硕士研究生

通信作者:雷庆春(1988—),副教授 e-mail:lqc@nwpu.edu.cn

数千赫兹的帧速从 7 个方向同时捕获超声速微射流的纹影图像。并对不同喷射压力下的 CO_2 超声速微射流进行了三维测量,研究总结了其流场结构。

1 三维纹影定量技术

1.1 定量纹影技术原理

定量纹影系统使用点光源或者狭缝光源,假设光源尺寸为 $a_0 \times b_0$ 并通过第 1(准直)透镜形成平行光,图 1 是在第 2(收束)透镜焦点位置处尺寸为 $a_s \times b_s$ 的光斑,实线表示光束在测试区域内不存在干扰,虚线表示在测试段内存在干扰,光线发生偏折引起光斑发生移动。在无干扰的情况下,光斑大小与初始位置的尺寸关系如(1)式所示。

$$\frac{a_0}{a_s} = \frac{b_0}{b_s} = \frac{f_1}{f_2} \quad (1)$$

式中: f_1 和 f_2 分别是第 1 面(准直)透镜以及第 2 面(收束)透镜的焦距。

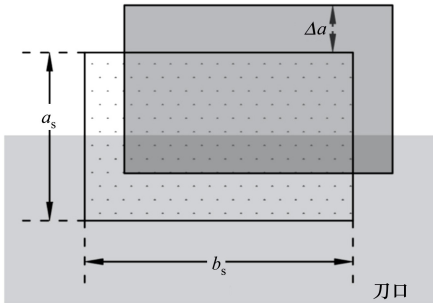


图 1 光斑偏移示意图

假设没有刀口时屏幕上亮度为 I ,当刀口逐步切割焦平面光斑时亮度为 I_k ,则有

$$I_k = \frac{a_k}{a_s} I \quad (2)$$

式中, a_k 表示刀口遮挡光斑的大小。

在纹影系统中,通过待测区域的任何光线都来自光源,因此在焦点处,穿过待测区域的每一条光线在收束透镜的焦点处汇聚成光斑。如果在待测区域中位置 (x, y) 处的光线偏折了一个角度 α ,那么如图 2 所示,该位置的光源图像将在刀口处偏移一定的距离,其满足(3)式。

$$\Delta a = \pm f_2 \cdot \alpha \quad (3)$$

偏折光线的方向决定了(3)式中的正负号,当偏折角度 $\alpha > 0$ 时,光线在刀口处的移动距离 $\Delta a < 0$;反之,若偏折角度 $\alpha < 0$,则移动距离 $\Delta a < 0$ 。若

存在流场扰动,屏幕上的亮度满足(4)式。

$$I_d = I_k \left(\frac{a_k + \Delta a}{a_k} \right) = I_k \left(1 + \frac{\Delta a}{a_k} \right) \quad (4)$$

因此,图像对比度可表示为

$$\frac{\Delta I}{I_k} = \frac{I_d - I_k}{I_k} = \frac{\Delta a}{a_k} = \pm \frac{\alpha f_2}{a_k} \quad (5)$$

根据 Gladstone-Dale 关系和纹影偏转原理,密度与图像对比度的关系可表示为

$$\frac{\Delta I}{I_k} = \frac{f_2}{a_0} K \int \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} \right) dz \quad (6)$$

由(6)式可知,图像对比度记录了密度场沿着光纤路径在垂直于刀口方向上的密度梯度的路径积分。因此,在给定边界条件的情况下,密度场可以利用多个角度的纹影图像即密度梯度在不同方向的积分来重建。

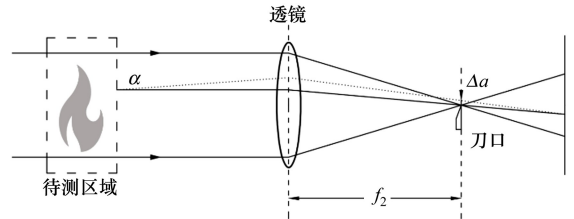


图 2 偏折角与刀口移动距离 Δa 的关系图

1.2 层析原理

层析纹影技术是一种通过捕捉火焰在多角度下光学信息并利用计算机层析成像重建流场三维密度场的方法。在本文中,流场的密度信号可以离散为体素形式的三维矩阵,通过相机等设备采集该矩阵沿不同方向的二维投影,再通过加法代数重建技术(algebraic reconstruction technique, ART)求解出原始的三维密度场矩阵。ART 的基本原理是在每次迭代中,根据实际投影与计算投影之间的差值逐步修正未知密度场,从而提高重建的精度。其迭代过程如(7)式所示,重建区域大小为 $43.37 \text{ mm} \times 43.37 \text{ mm} \times 43.37 \text{ mm}$,离散为 $300 \times 300 \times 300$ 个体素(对应体素尺寸为 0.128 mm)。当前系统的视场大小受限于光纤束的数量和光学路径设计。这种限制在研究更大尺度或复杂的流场结构时可能显得不足,可以通过扩展光纤束数量或优化光学设计来提升测量范围。

$$x^{k+1} = x^k + \lambda^k \frac{b_i - \langle a_i, x^k \rangle}{\|a_i\|^2} a_i^T \quad (7)$$

式中: x 表示未知数; k 表示迭代次数; λ^k 表示松弛

因子; a_i 表示计算矩阵 A 的第 i 个行向量; b_i 表示投影矩阵 B 的第 i 个元素。

然而,ART 在计算过程中也展现出一定的局限性,尤其是初始条件依赖性方面。ART 的迭代过程通过逐步修正密度场的估计值提高重建精度,但该过程高度依赖于初始条件的选择。为解决这一问题,结合 Tikhonov 正则化^[16]或引入自适应算法是一些可行的优化方式,如结合机器学习的自适应调整方法,通过分析历史迭代信息和重建误差,自主调整初始条件,可以在迭代过程中平衡误差并稳定收敛。

1.3 三维定量纹影系统

三维定量纹影系统见图 3,主要实验装置可分为 3 个系统:光源及其相应光学仪器、成像系统、喷嘴。光源部分包括 2 个氙灯 (Microenerg, 500 W, 波长范围为 350~2 200 nm), 2 个扇出光纤束 (Microenerg, 一个为 1 对 3 束,另一个为 1 对 4 束,每束都包括一个直径为 1 mm 的多模光纤), 7 个准直透镜 (焦距为 500 mm,直径为 52 mm)。2 个扇出光纤束将来自氙灯的均匀光线分成 7 条独立的光线。准直透镜用于扩大并引导光线通过待测射流区域。

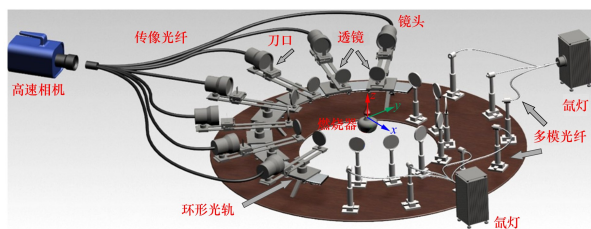


图3 三维定量纹影系统示意图

成像系统由 7 个会聚透镜、7 个刀口、1 个成像光纤束和 1 个 CMOS 高速相机 (IX Camera i-speed 713) 构成。会聚透镜 (焦距为 500 mm,直径为 52 mm) 将平行光线聚焦到 7 个焦点上。每个焦点附近设置 1 个刀口,调整到正好覆盖焦点一半的光斑。成像光纤束由 7 个子光纤束组成,每个子光纤束由 300×300 (共 90 000 根) 单模光纤阵列构成,每根光纤的投影面积为 0.128 mm×0.128 mm。7 个子光纤束的信号在 1 块成像区域上汇集,CMOS 相机直接采集成像区域的信号,这些信号来自以不同角度排列的不同光纤束。每个子光纤束的末端都配备了 1 个 AF Nikon 镜头 (Nikkor 50 mm F, f/1.4)。子光纤束部分固定在 1 个环形光学平台上,确保 7 个子光纤束的末端共面且与射流的距离相同 (55 cm)。7 个子光纤束几乎均匀地分布在 150°的

角度范围内,集中在喷嘴的中心轴上。这些光纤束的角度使用视图配准方法进行校准,分别为 $\theta=0^\circ$, 27.84° , 47.27° , 70.96° , 95.36° , 121.83° 和 150.46° 。视场覆盖了 1 个 43.37 mm×43.37 mm×43.37 mm 的立方体区域。此外,该相机另外还配备了 1 个 AF 镜头 (蔡司 Milvus 50 mm F, f/1.4)。相机的帧速率设置为 5 kHz,曝光时间为 5 μ s,足以满足本文射流流场的测量需求。

射流通过圆形截面的轴对称收敛-扩张微型喷嘴产生,其设计马赫数为 1.64,如图 4 所示。喷嘴的喉道直径为 3.2 mm,出口直径为 3.8 mm,整个喷嘴的长度为 40 mm。 CO_2 通过气瓶供给,气体经过减压阀后,再由流量控制器控制气体流量。

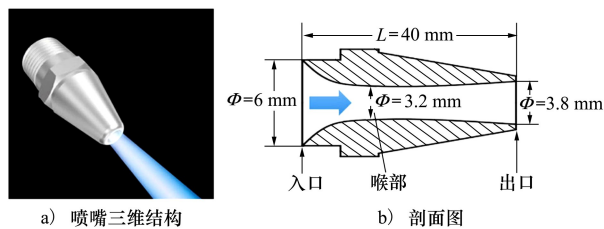


图4 微射流喷嘴结构

喷嘴的工作状态取决于喷嘴压力比 (nozzle pressure ratio, NPR),即滞止压力 p_0 与环境压力 p_b 的比值。在本文中,NPR 分别为 4.96, 6.94, 8.92 和 10.90,喷嘴流动条件见表 1。

表1 喷嘴流动条件

工况	NPR	表压/MPa	出口马赫数
1	4.96	0.4	1.72
2	6.94	0.6	1.89
3	8.92	0.8	2.09
4	10.90	1.0	2.21

1.4 纹影图像预处理

根据(6)式可以利用不同方向的纹影图像获得相应方向密度梯度的二维数据。然而,纹影图像中的噪声会传递到密度梯度图像中,直接影响其质量和定量分析的精度。因此,在正式进行三维重建之前,本文采用了“逆过程”与“多路径”技术相结合的方法,对纹影图像进行降噪处理,从而显著提升密度梯度图像的质量和准确性^[17]。其中,“逆过程”技术的核心在于将原本仅包含水平方向密度梯度的图像信息扩展到垂直和对角线方向。具体而言,通过反向推导算法计算出其他方向上的亮度梯度,补充了原始图像中缺失的梯度信息,从而增强图像的细

节表现能力,减少因噪声造成的梯度丢失问题。

在此基础上,多路径技术通过选取正交方向的 28 条积分路径,如图 5 所示, $D_{y,z}$ 表示当前像素对应的密度梯度值,针对 y 方向和 z 方向的亮度梯度分别选取负方向的 7 条路径和正方向的 7 条路径(共 $2 \times (7+7) = 28$ 条)上的密度梯度进行积分并计算均值,从而实现对噪声的进一步平滑处理。这种多路径的稳健性在于避免了单一路径因噪声干扰导致的偏差,通过多路径结果的综合评估,大幅降低了纹影图像的随机噪声影响。2 种技术的结合不仅提高了图像的清晰度和梯度准确性,还为三维重建提供了高质量的密度梯度投影数据,为复杂流场的准确三维重建奠定了坚实基础。

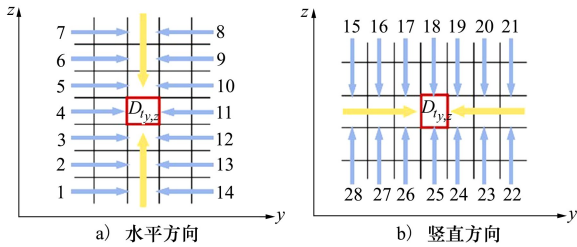


图 5 纹影图像的“多路径”积分

2 结果与讨论

2.1 纹影图像与路径积分密度梯度图像

不同 NPR 下超声速射流的纹影图像和路径积分密度梯度图像如图 6~9 所示,图中射流纹影图像

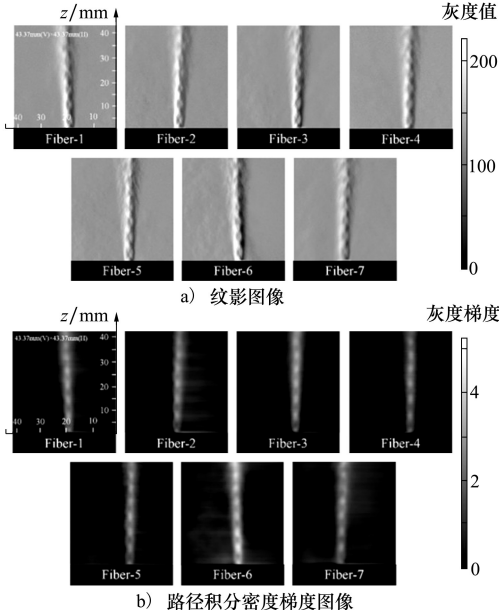


图 6 NPR 为 4.96 的射流纹影及路径积分密度梯度图像

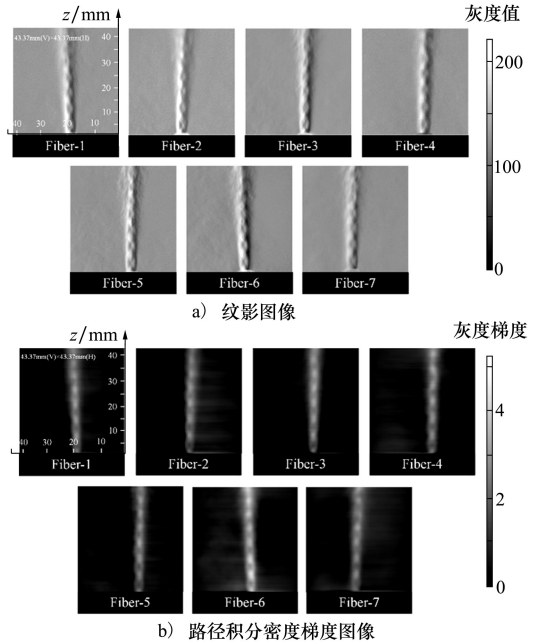


图 7 NPR 为 6.94 的射流纹影及路径积分密度梯度图像

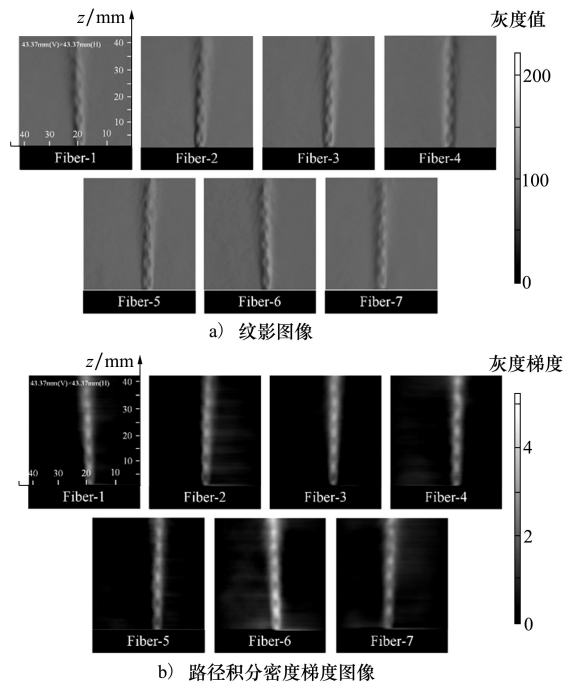


图 8 NPR 为 8.92 的射流纹影及路径积分密度梯度图像

两侧灰度值不同。这是由于刀口方向决定了密度梯度的方向,导致纹影图像中出现亮度梯度变化。在本文使用的三维纹影测量系统中,刀口自右向左排列,因此得到的密度梯度方向也是自左向右。

从图 6~9 可以看出,随着 NPR 的增加,超声速射流的激波特征逐渐增强。例如,在 NPR 为 4.96 时,射流激波结构难以辨认,冲击单元长度较短。而

当 NPR 增加至 6.94 和 8.92 时,激波结构愈发清晰,冲击单元长度显著增长,同时射流整体长度也随之延长。尽管在 NPR 为 10.90 时射流长度几乎保持不变,但激波引起的密度梯度变化更加显著。在路径积分密度梯度图像中,随着 NPR 的增加,流动方向的积分密度梯度呈现更明显的变化。特别是在高 NPR 条件下,激波特征在路径积分密度梯度图像中更加突出,这清楚地反映了 NPR 对超声速射流激波结构的显著影响。

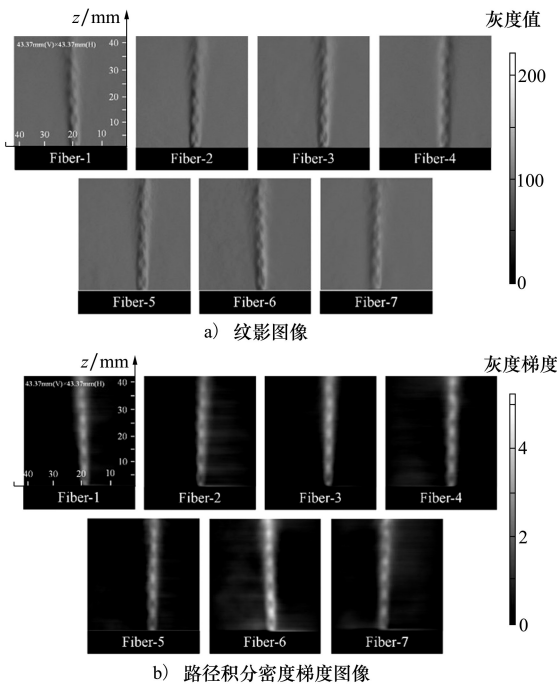


图 9 NPR 为 10.90 的射流纹影及路径积分密度梯度图像

2.2 三维重建结果

将路径积分密度梯度图像作为二维投影图像,利用层析重建技术可获得 $z=0\sim 43.37$ mm 范围内的 CO_2 超声速射流三维瞬时密度分布。图 10 展示了

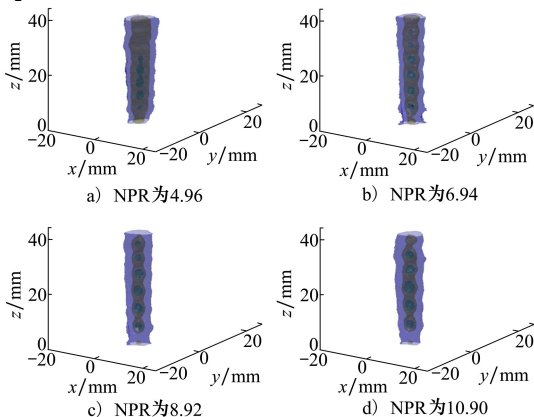


图 10 不同 NPR 下的三维重建结果

不同 NPR 下超声速射流的重建结果,与二维纹影图像以及路径积分密度梯度图像的变化具有很高的致性。

图 11 展示了不同 NPR 下的射流二维剖面,其中,喷嘴出口最开始的位置并没有被重建。从重建结果可以看出,在弱欠膨胀射流的密度场中,冲击波的序列在激波串中较不明显,随着 NPR 的增大,冲击波的序列愈加明显且可以看到明显的核心区域,这是由于膨胀波和反射激波在射流边界上发生连续折射,并随着气流速度的增加而进一步增强。

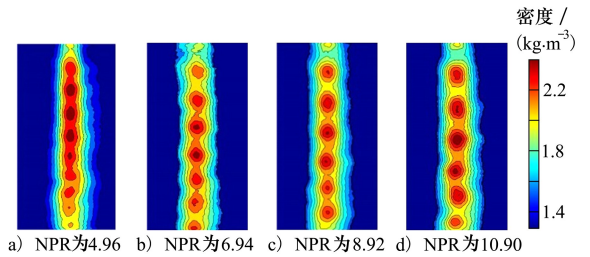


图 11 不同 NPR 下射流二维密度分布图

图 12 显示了超声速微射流的前 4 个冲击单元长度(LS),在所有 NPR 下,射流的第 2 个冲击单元长度均大于第 1 个冲击单元长度。随着气流通过喷嘴出口,第 1 个冲击单元处的流动受到强烈剪切和边界层发展的影响,其长度相对较短。而在第 2 个冲击单元处,由于第 1 个冲击单元压缩效应的积累,流场趋于更加稳定。同时,膨胀波与反射激波的相互作用增强,使得第 2 个冲击单元的长度达到最大。这一现象表明,第 2 个冲击单元是激波与膨胀波平衡的关键区域,反映了超声速微射流中独特的动力学特性。

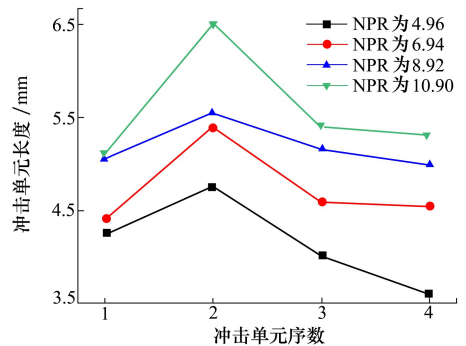


图 12 不同 NPR 下冲击单元间距

Tam 和 Tanna^[18] 提出了估计圆形超声速微射流第 1 冲击单元长度的关系式,如(8)式所示。

$$L_s = \frac{\pi D_j (Ma - 1)^{1/2}}{2.40483} \quad (8)$$

图 13 比较了根据 Tam 关系式得到的第 1 冲击单元长度与实验获得的第 1 冲击单元长度,可以看到,实验结果与 Tam 关系式存在良好的一致性。实验测量与估计值之间的差异为 2%~5%。在喷嘴出口处,雷诺数与出口直径和流体特性密切相关。在低雷诺数条件下,喷嘴出口的边界层较厚,导致边界层内速度梯度和密度梯度的变化较大。这种边界层效应会改变激波位置和强度,进而影响冲击单元的长度。在 Tam 关系式中,并未充分考虑这种雷诺数对边界层厚度及其对激波结构的影响,因而可能导致理论估算值与实际测量值之间的偏差。

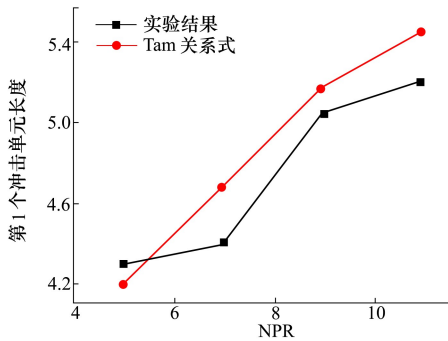


图 13 实验测量与估计得到的第 1 冲击单元长度

3 结 论

本文提出了一种结合计算机层析的三维定量纹影方法,实现了对超声速微射流的三维动态测量,测量频率达到了 2 kHz,结果揭示了微型喷嘴出口下游的流动规律,展示了超声速微射流中的复杂动力学行为。主要结论如下:

1) 利用光纤层析纹影系统,可在 43.37 mm×43.37 mm×43.37 mm 的空间内实现复杂流场的三维密度场测量。

2) 实验结果显示,多个反射激波在超声速微射流中呈现多面体形状,射流直径在冲击单元处达到最小值,表明这些区域存在显著的压缩效应和流动变化。

3) 随着喷嘴压力比 NPR 增加,冲击单元长度逐渐延长,且在相同的 NPR 条件下,第 2 个冲击单元的长度达到最大值,显示了该阶段的流动稳定性。

综上所述,本文提出了一种基于柔性光纤束的三维密度场测量方法,既降低了三维测量的硬件成本,又有效捕捉到了超声速微射流在不同压力条件下的动态特征。这一方法为进一步研究提供了可靠的技术支持。

参 考 文 献:

- [1] BAYT R, BREUER K. Design and performance of hot and cold supersonic microjets[C]//39th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 2001: 721
- [2] HITT D L, ZAKRZWSKI C M, Thomas M A. MEMS-based satellite micro propulsion via catalyzed hydrogen peroxide decomposition[J]. Smart Materials and Structures, 2001, 10(6): 1163
- [3] DE M L, JUBRAN B A. Numerical modeling of multi micro jet impingement cooling of a three dimensional turbine vane[J]. Heat and Mass Transfer, 2011, 47: 1561-1579
- [4] KUMAR R, LAZIC S, ALVI F S. Control of high-temperature supersonic impinging jets using microjets[J]. AIAA Journal, 2009, 47(12): 2800-2811
- [5] SUGAWARA S, NAKAO S, MIYAZATO Y, et al. Quantitative flow visualization of slightly underexpanded microjets by Mach-Zehnder interferometers[J]. Flow, Turbulence and Combustion, 2021, 106(3): 971-992
- [6] GRAUR I A, ELIZAROVA T G, RAMOS A, et al. A study of shock waves in expanding flows on the basis of spectroscopic experiments and quasi-gasdynamic equations[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2004, 504: 239-270
- [7] PHALNIKAR K A, KUMAR R, ALVI F S. Experiments on free and impinging supersonic microjets[J]. Experiments in Fluids, 2008, 44: 819-830
- [8] HANDA T, MII K, SAKURAI T, et al. Study on supersonic rectangular microjets using molecular tagging velocimetry[J]. Experiments in Fluids, 2014, 55: 1-9
- [9] HANDA T, KAMBARA H, HARADA M. Visualization of supersonic microjets using LIF and MTV techniques[J]. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2017, 249(1): 012016
- [10] KRUG D, HOLZNER M, LÜTHI B, et al. A combined scanning PTV/LIF technique to simultaneously measure the full velocity gradient tensor and the 3D density field[J]. Measurement Science and Technology, 2014, 25(6): 065301

- [11] KERTH P, HERMANN T, MCGILVRAY M. Three-dimensional focusing schlieren using a plenoptic camera[C]//International Conference on Flight Vehicles, Aerothermodynamics, Re-entry Missions and Engineering, 2019
- [12] VAISAKH S, MURUGANANDAM T M. Schlieren tomography to visualize three-dimensional supersonic flows[C]//International Symposium on Shock Waves, 2017: 421-428
- [13] AKAMINE M, TERAMOYO S, OKAMOTO K. Microphones and three-dimensional background-oriented schlieren measurements of an ideally expanded supersonic jet[C]//2024 AIAA Science and Technology Forum and Exposition, 2024: 2101
- [14] 梅迪, 丁俊飞, 施圣贤. 基于双光场相机的高分辨率光场三维 PIV 技术[J]. 实验流体力学, 2019, 33(2): 57-65
MEI Di, DING Junfei, SHI Shengxian. High resolution volumetric light field particle image velocimetry with dual plenoptic cameras[J]. Journal of Experiments in Fluid Mechanics, 2019, 33(2): 57-65 (in Chinese)
- [15] NAZARI A Z, ISHINO Y, ISHIKO Y, et al. Multi-schlieren CT measurements of supersonic microjets from circular and square micro nozzles[J]. Journal of Flow Control, Measurement & Visualization, 2020, 8(3): 77-101
- [16] SIDKY E Y, KAO C M, PAN X. Accurate image reconstruction from few-views and limited-angle data in divergent-beam CT[J]. Journal of X-ray Science and Technology, 2006, 14(2): 119-139
- [17] NAZARI A Z, Ishino Y, YAMADA R, et al. CT(computer tomography) measurement of 3D density distributions of high-speed premixed turbulent flames(multi-path integration image-noise reduction technique based on novel concept of complex brightness gradient in quantitative schlieren images)[C]//Proceedings 18th International Symposium on Flow Visualization, 2018
- [18] TAM C K W, TANNA H K. Shock associated noise of supersonic jets from convergent-divergent nozzles[J]. Journal of Sound and Vibration, 1982, 81(3): 337-358

Three-dimensional measurements of density field on a supersonic microjet based on schlieren imaging

TAN Siyang¹, LI Xiang¹, FAN Wei¹, CHEN Shuang², ZHOU Quan², LEI Qingchun¹

(1.School of Power and Energy, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;
2.Facility Design and Instrumentation Institute, CARDC, Mianyang 621000, China)

Abstract: The high-speed three-dimensional(3D) quantitative schlieren technology based on fiber bundles is introduced. This technology uses a high-speed camera, two xenon lamps, a set of one-to-seven optical fiber bundles and a series of lenses to simultaneously collect schlieren images from seven different angles. Combining with the tomographic reconstruction, the 3D density distribution of the flow field can be obtained. This technology performs 3D dynamic measurements of supersonic microjet within a field of view of 43.37 mm × 43.37 mm × 43.37 mm at a frame rate of 2 kHz. The experimental results show the flow pattern downstream of the micro-nozzle outlet. Multiple reflected shock waves present a polyhedral shape throughout the micro-jet, and the jet diameter is the smallest at the shock unit. The length of the shock unit increases with the increasing of nozzle pressure ratio under different nozzle pressure ratios, and at the same pressure ratio, the length of the second shock unit reaches the maximum value.

Keywords: three-dimensional schlieren; quantitative schlieren; fiber optic imaging; supersonic jet

引用格式:谭思洋,李响,范玮,等. 超声速微射流的密度场三维纹影测量[J]. 西北工业大学学报, 2025, 43(4): 751-757

TAN Siyang, LI Xiang, FAN Wei, et al. Three-dimensional measurements of density field on a supersonic microjet based on schlieren imaging[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2025, 43(4): 751-757 (in Chinese)