https://doi.org/10.1051/jnwpu/20254350843

基于改进“当前”统计型的主动段弹道估计方法

杨铭[1], 孟中杰[1], 蒋瑞晔[2], 石浩博[2], 陈建林[3]

(1.西北工业大学 航天学院, 陕西 西安 710072; 2.北京机电工程总体设计部, 北京 100854;
3.西北工业大学 民航学院, 陕西 西安 710072)

摘 要:在弹道参数未知条件下,为了提高多级弹道导弹状态估计的精度和鲁棒性,提出了一种改进自适应“当前”统计(current statistics,CS)模型,考虑多级弹道导弹主动段机动特性并做出针对性改进。借鉴 Jerk 模型思想,将加加速度引入目标加速度方差计算,实现了模型中目标加速度方差的自适应调整,增强了模型对弱机动目标的跟踪能力。另一方面,通过引入目标机动检测函数自适应调整模型的机动频率,提高了模型应对目标加速度突变的能力。仿真结果表明,文中所提模型能够稳定跟踪多级弹道导弹主动段的状态并精确估计其关机点状态,与传统 CS 模型和基于加速度方差自适应缩放的改进 CS 模型相比,具有更高的跟踪精度和更强的鲁棒性。

关 键 词:“当前”统计模型;加速度方差自适应;机动频率自适应;多级弹道导弹;主动段
中图分类号:V19 **文献标志码**:A **文章编号**:1000-2758(2025)05-0843-10

弹道导弹轨迹跟踪是弹道导弹防御中不可或缺的环节,其核心问题是对弹道导弹主动段状态的持续跟踪[1]。精确的弹道导弹主动段状态估计可以为弹道导弹自由段弹道估计和落点估计提供更多可靠信息,具有重要的研究价值,受到世界各国的重视[2]。

当前,针对多级弹道导弹主动段状态估计问题,大多数研究通常基于动力学模型和动力学模板展开。储雪峰[3]讨论了采用不完备推力加速度模板和天基双观测站红外系统进行导弹助推段弹道估计的效果。刘丽丽等[4]采用三维重力转弯模型设计了多级弹道导弹主动段状态/参数联合估计算法,实现了双红外探测器对目标状态的精确估计。许登荣等[5]提出一种基于量测转换的强跟踪输入估计弹道导弹跟踪算法,提高了对多级弹道导弹主动段状态的估计精度。尽管上述方法实现了特定条件下的多级弹道导弹主动段运动状态估计,然而这些方法对先验信息的要求较高,不适用于弹道参数未知的场景。薛高茹等[6]提出基于期望最大化的联合优化算法框架对主动段动力学模型中的未知参数进行估计。张涛等[7]采用三次样条函数描述导弹主动段弹道,采用最大似然估计法将弹道参数估计问题转换为对样条系数和样条节点分布的最优估计问题。上述方法减少了对先验信息的依赖,但并未对多级弹道导弹主动段加速度变化做针对性优化。

在弹道参数未知情况下,为了描述目标的运动状态,学术界和工程界一般采用基于运动学模型的建模方法。常用的运动学模型包括常速度(constant velovity,CV)模型、常加速度(constant acceleration,CA)模型、Singer 模型、当前统计(current statistics,CS)模型、Jerk 模型等[8]。相比而言,当采用上述模型作为单一模型描述目标的运动状态时,CS 模型具有更强的泛用性[9],但其同样存在某些缺点,如需要根据先验信息设置参数、跟踪弱机动目标效果较差等问题。Jiang 等[10]通过引入 RLSN 算法来预测弹道导弹加速度,解决了传统 CS 模型需要设置目标加速度极值的问题。Sun 等[11]提出了采用支配隶属度函数自适应调整 CS 模型机动频率的策略,有效改善了对机动目标的跟踪效果。李凡等[12]将 CS 模型与具有周期特性的二阶正弦波相关模型相结合,提高了对临近空间高超声速跳跃滑翔式目标

收稿日期:2024-06-11
基金项目:国家自然科学基金面上项目(62173273)资助
作者简介:杨铭(2001—),硕士研究生
通信作者:孟中杰(1982—),教授
e-mail:mengzhongjie@ nwpu.edu.com

机动变化的适应能力。黄景帅等[13]基于正交原理思想实现了模型中机动频率参数的自适应，对高超声速滑翔目标的阶跃机动和连续幅值变化的机动做了针对性优化，提高了弹道估计的精度。贺杨超等[14]在 CS 模型加速度方差自适应算法基础上，对 CS 模型的加速度方差设计了缩放策略，增强了模型估计再入目标高强度机动弹道的适用性，并采用粒子群算法对模型参数进行了优化。上述改进型 CS 模型提高了传统 CS 模型的自适应能力，但不适用于跟踪多级弹道导弹主动段加速度的复杂变化。此外，交互式多模型（interacting multiple model，IMM）结构可以通过多个模型来协同模拟目标运动[15-18]，但不合适的模型集不仅会增加计算量[19]，而且会降低弹道估计的精度和稳定性[20]。

多级弹道导弹主动段运动本质上是一个变质量运动过程[4]，呈现出加速度缓变和突变相结合的复杂特点，即在各级火箭发动机工作时加速度随质量的变化而缓慢变化；同时在主动段级间分离时，加速度由于各级火箭发动机开关机会发生突变。针对多级弹道导弹弹道参数缺乏、主动段加速度变化呈现缓变和突变相结合的复杂特点，本文提出了一种改进的自适应 CS 模型，通过将加加速度引入目标加速度方差计算以及引入目标机动检测函数，实现了模型中的目标加速度方差和机动频率的自适应调整，增强了模型对目标加速度缓变和突变的估计能力，提高了对多级弹道导弹主动段的估计精度。

1 目标跟踪模型

本文以某型多级弹道导弹为研究对象，其主动段包括三级助推段，当一级、二级火箭发动机燃烧结束后，该级火箭发动机会与弹体分离，同时下一级火箭发动机开始点火。由于高速移动的观测站与目标距离较远，因此本文仅使用红外传感器测得的方位角和俯仰角作为观测量。

图 1 给出了分离式红外观测器与目标的相对运动示意图，目标发射坐标系 $oxyz$ 的 ox 轴为发射平面与水平面的交线，指向发射方向；oy 轴垂直于 x 轴并沿垂线向上；oz 轴由右手定则决定。$o_{\mathrm{d}}x_{\mathrm{d}}y_{\mathrm{d}}z_{\mathrm{d}}$ 为弹道坐标系，其中 $o_{\mathrm{d}}x_{\mathrm{d}}$ 与速度矢量重合；$o_{\mathrm{d}}y_{\mathrm{d}}$ 轴位于铅垂面且垂直于 $o_{\mathrm{d}}x_{\mathrm{d}}$ 轴；$o_{\mathrm{d}}z_{\mathrm{d}}$ 轴由右手定则决定。

本文采用的多级弹道导弹主动段跟踪模型由目标状态方程和量测方程组成。

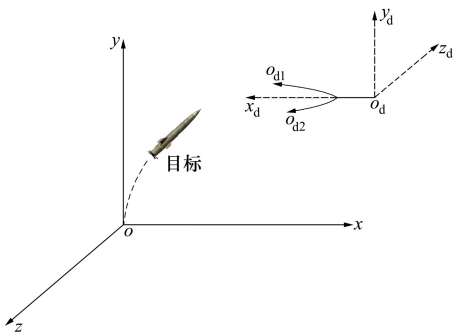


图 1 观测器与目标的相对运动示意图

1.1 目标状态方程

假设弹道导弹主动段运动在同一射面内，即认为主动段法向运动较小，发射轨迹限制在发射平面内。目标主动段动力学模型由(1)式给出。

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}V_x}{\mathrm{d}t}=\dfrac{1}{m}\left[P\cos\varphi-C_xqS\cos\theta\right]+g_x+\dot{V}_{cx}+\dot{V}_{ex}\\ \dfrac{\mathrm{d}V_y}{\mathrm{d}t}=\dfrac{1}{m}\left[P\sin\varphi-C_xqS\sin\theta\right]+g_y+\dot{V}_{cy}+\dot{V}_{ey}\\ \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=V_x\\ \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=V_y\\ V=\sqrt{V_x^2+V_y^2}\\ \alpha=A_\varphi(\varphi_{\mathrm{pr}}-\theta)\\ \varphi=\alpha+\theta\\ \theta=\arcsin\dfrac{V_y}{\sqrt{V_x^2+V_y^2}}\\ P=P(t)\\ m=m(t)\\ \rho=\rho(h)\end{cases}\tag{1}$$

式中：V_x，V_y 分别表示多级弹道导弹主动段运动过程中在发射坐标系 x，y 方向上的分速度；P 为多级火箭发动机推力，m 为多级弹道导弹质量，二者均为时间的函数；φ 为俯仰角；θ 为弹道倾角；α 为攻角；C_x 为阻力系数；q 为动压；S 为导弹最大横截面积；g_x，g_y 分别表示重力加速度在发射坐标系 x，y 方向上的分量；$\dot{V}_{cx}$，$\dot{V}_{cy}$ 分别表示柯氏加速度在发射坐标系 x，y 方向上的分量；$\dot{V}_{ex}$，$\dot{V}_{ey}$ 分别表示牵连惯性加速度在发射坐标系 x，y 方向上的分量；A_φ 为放大系数；φ_{pr} 为程序俯仰角，是时间的函数；ρ 为空气密度，是飞

行高度 h 的函数。

1.2　观测方程

进一步,本文给出基于高速分离式观测系统的单-双站观测模型。图 1 表明在起始时刻该高速分离式红外观测系统是一个整体 o_{d0},即该时刻等同于单站仅测角状态下的目标观测;随后经过一段时间飞行后,该高速分离式红外观测系统分离为 2 个独立的观测器 o_{d1} 和 o_{d2},并分别向其初始加速度方向运动,在分离一定距离后保持平行运动。在此过程中,高速分离式红外观测系统均始终保持对目标的持续观测。

观测方程由(2) 式给出。

$$\boldsymbol{Z}_k = \boldsymbol{h}(\boldsymbol{X}_i) + \boldsymbol{V}_k \tag{2}$$

式中:$\boldsymbol{Z}_k$ 为含有噪声的量测量;$\boldsymbol{V}_k$ 为零均值高斯白噪声向量序列;$\boldsymbol{h}(\boldsymbol{X}_i)$ 由(3) 式给出

$$\boldsymbol{h}(\boldsymbol{X}_i) = \begin{bmatrix} \alpha_{IR} \\ \beta_{IR} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \arctan\left(\dfrac{z_i}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2}}\right) \\ \arctan(y_i / x_i) \end{bmatrix} \tag{3}$$

式中:α_{IR} 为观测俯仰角;β_{IR} 为观测方位角;x_i, y_i, z_i 分别为发射坐标系下 x, y, z 方向上观测器 $o_{di}(i = 1, 2)$ 与目标的相对距离。在该高速分离式红外观测系统分离前 $\boldsymbol{h}(X_1) = \boldsymbol{h}(X_2)$,在分离后 $\boldsymbol{h}(X_1)$ 和 $\boldsymbol{h}(X_2)$ 分别表示观测器 o_{d1} 和 o_{d2} 对目标的观测俯仰角与方位角。通过观测沿标准弹道飞行的多级弹道导弹,在此基础上添加量测噪声模拟真实观测的方位角和俯仰角。

2　主动段跟踪算法

针对多级弹道导弹主动段呈现出加速度缓变和突变相结合的复杂特点,在传统的 CS 模型的基础上本文提出了一种改进的自适应 CS 模型,通过引入 Jerk 模型思想和机动检测函数,将目标加加速度建模为零均值的一阶马尔科夫过程并引入加速度方差计算,实现了模型加速度方差和机动频率的自适应调整。

2.1　改进的自适应 CS 模型

CS 模型认为下一时刻目标加速度的取值范围是有限的,是在当前时刻机动加速度的某一邻域内。CS 模型主要特点为采用修正的瑞利分布描述机动加速度的统计特性[9],通过目标加速度极值与机动频率描述系统过程噪声矩阵,实现系统过程噪声的自适应调整。目标状态向量为 $\boldsymbol{X}_k = [x_k, \dot{x}_k, \ddot{x}_k, y_k, \dot{y}_k, \ddot{y}_k, z_k, \dot{z}_k, \ddot{z}_k]^T$。传统 CS 模型的目标运动状态方程和量测方程分别为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{X}_{k+1} &= \boldsymbol{F}_k \boldsymbol{X}_k + \boldsymbol{U}_k \bar{a}_k + \boldsymbol{W}_k \\ \boldsymbol{Z}_{k+1} &= \boldsymbol{h}_{k+1}(\boldsymbol{X}_{k+1}) + \boldsymbol{V}_{k+1} \end{aligned} \tag{4}$$

式中:$\boldsymbol{X}_{k+1}$ 和 $\boldsymbol{X}_k$ 分别表示 $k+1$ 和 k 时刻的目标状态向量;$\bar{a}_k$ 表示加速度均值;$\boldsymbol{F}_k$ 为状态转移矩阵;$\boldsymbol{U}_k$ 为控制矩阵;$\boldsymbol{W}_k$ 为过程噪声,$\boldsymbol{W}_k \sim N(0, \boldsymbol{Q}_k)$;$\boldsymbol{Z}_{k+1}$ 表示 $k+1$ 时刻的量测信息;$\boldsymbol{h}_{k+1}(\boldsymbol{X}_{k+1})$ 为 $k+1$ 时刻的非线性量测方程;$\boldsymbol{V}_{k+1}$ 为量测噪声,$\boldsymbol{V}_{k+1} \sim N(0, R_k)$。$\boldsymbol{F}_k$ 和 $\boldsymbol{U}_k$ 的表达式为

$$\boldsymbol{F}_x = \boldsymbol{F}_y = \boldsymbol{F}_z = \begin{bmatrix} 1 & T & (\alpha T - 1 + e^{-\alpha T)})/\alpha^2 \\ 0 & 1 & (1 - e^{-\alpha T)})/\alpha \\ 0 & 0 & e^{-\alpha T} \end{bmatrix} \tag{5}$$

$$\boldsymbol{U}_x = \boldsymbol{U}_y = \boldsymbol{U}_z = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{\alpha}\left(-T + \dfrac{\alpha T^2}{2} + \dfrac{1 - e^{-\alpha T}}{\alpha}\right) \\ T - \dfrac{1 - e^{-\alpha T}}{\alpha} \\ 1 - e^{-\alpha T} \end{bmatrix} \tag{6}$$

$$\boldsymbol{F}_k = \begin{bmatrix} \boldsymbol{F}_x & 0 & 0 \\ 0 & \boldsymbol{F}_y & 0 \\ 0 & 0 & \boldsymbol{F}_z \end{bmatrix} \tag{7}$$

$$\boldsymbol{U}_k = \begin{bmatrix} \boldsymbol{U}_x & 0 & 0 \\ 0 & \boldsymbol{U}_y & 0 \\ 0 & 0 & \boldsymbol{U}_z \end{bmatrix} \tag{8}$$

式中:$\boldsymbol{F}_x, \boldsymbol{F}_y, \boldsymbol{F}_z$ 分别为发射坐标系下在 x, y, z 方向上的状态转移矩阵分量;$\boldsymbol{U}_x, \boldsymbol{U}_y, \boldsymbol{U}_z$ 分别为发射坐标系下在 x, y, z 方向上的控制矩阵分量;α 为机动频率;σ^2 为目标加速度方差,其定义为

$$\sigma^2 = \begin{cases} \dfrac{4 - \pi}{\pi}(a_{max} - \hat{a}_k)^2, \hat{a}_{k+1} \geqslant 0 \\ \dfrac{4 - \pi}{\pi}(a_{max} + \hat{a}_k)^2, \hat{a}_{k+1} < 0 \end{cases} \tag{9}$$

式中:$\hat{a}_k$ 表示 k 时刻的目标加速度估计值。CS 模型采用目标加速度极值与机动频率描述系统过程噪声矩阵 $\boldsymbol{Q}_k$

$$\boldsymbol{Q}_k = 2\alpha\sigma^2 \boldsymbol{q} \tag{10}$$

式中:$\boldsymbol{q}$ 的具体形式由文献[9] 给出。传统 CS 模型对目标加速度极值 a_{max} 设置准确性的依赖程度较高。目标加速度极值 a_{max} 设置较大时,当目标机动

较小,此时 $\hat{a}_k$ 的值较小,$a_{\max}$ 与 $\hat{a}_k$ 的差较大,因此目标加速度方差 σ^2 值也会随之增大,从而导致较大的过程噪声;当目标加速度极值 $a_{\max}$ 设置较小时,目标加速度估计值会趋于目标加速度极值 $a_{\max}$,导致估计性能降低。

针对上述问题,基于多级弹道导弹主动段加速度缓变与突变相结合的特点,本文改进了传统 CS 模型的加速度方差自适应缩放策略。首先,$k+1$ 时刻的目标加速度 a_{k+1} 可根据泰勒级数展开为

$$a_{k+1} = a_k + Ta_k^{(1)} + \frac{T^2}{2!}a_k^{(2)} + \cdots + \frac{T^n}{n!}a_k^{(n)} \tag{11}$$

式中:$a_k^{(n)}$ 为 k 时刻目标加速度的 n 阶导数;T 为传感器采样间隔。将目标加速度最大值 $a_{\max}$ 近似为 $k+1$ 时刻的目标加速度 a_{k+1},可得

$$a_{\max} \cong a_{k+1} = a_k + Ta_k^{(1)} + \frac{T^2}{2!}a_k^{(2)} + \cdots + \frac{T^n}{n!}a_k^{(n)} \tag{12}$$

忽略高阶项可得

$$a_{\max} \cong a_{k+1} = a_k + Ta_k^{(1)} \tag{13}$$

将(13)式代入(9)式可得

$$\sigma^2 = \frac{4-\pi}{\pi}(\tilde{a}_k + T\hat{\dot{a}}_k)^2 \tag{14}$$

式中:$\hat{\dot{a}}_k$ 为 k 时刻目标加加速度的估计值;$\tilde{a}_k$ 为 k 时刻的加速度估计误差,可以由 k 时刻滤波器输出的系统状态协方差矩阵 $\boldsymbol{P}_k$ 中的对应元素近似,但是当滤波算法收敛达到稳态时,$\boldsymbol{P}_k$ 会收敛于一极小值。此时若目标发生机动,$\boldsymbol{P}_k$ 值不会随之改变,模型也就丧失了对目标突变状态的跟踪能力[21]。因此为了避免上述问题,本文中 $\tilde{a}_k$ 由 k 时刻滤波器输出的加速度估计值 $\hat{a}_k$ 乘以修正系数 $C_k(0 < C_k \leqslant 1)$ 近似,即

$$\tilde{a}_k \cong C_k\hat{a}_k \tag{15}$$

当 C_k 选择合理时,通过迭代可以使 $C_k\hat{a}_k$ 趋近于真值 $\tilde{a}_k$。考虑到传统 CS 模型无法求得目标的加加速度,这里借鉴 Jerk 模型的思想求取(14)式中 k 时刻目标加加速度的估计值 $\hat{\dot{a}}_k$,将目标加加速度建模为零均值的一阶马尔科夫过程。

$$\begin{bmatrix}\hat{a}_k\\ \hat{\dot{a}}_k\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\hat{a}_{k-1} + \dfrac{(1-\mathrm{e}^{-\alpha T})}{\alpha}\hat{\dot{a}}_{k-1}\\ \mathrm{e}^{-\alpha T}\hat{\dot{a}}_{k-1}\end{bmatrix} \tag{16}$$

移项后可得

$$\dot{a}_k = \frac{\mathrm{e}^{-\alpha T}(\hat{a}_k - \hat{a}_{k-1})\alpha}{1-\mathrm{e}^{-\alpha T}} \tag{17}$$

式中:$\hat{a}_{k-1}$ 和 $\hat{a}_k$ 分别为 $k-1$ 和 k 时刻目标加速度的估计值;$\hat{\dot{a}}_{k-1}$ 和 $\hat{\dot{a}}_k$ 分别为 $k-1$ 和 k 时刻目标加加速度的估计值。

将(15)式、(17)式代入(14)式可得

$$\sigma^2 = \frac{4-\pi}{\pi}\left(C_k\hat{a}_k - \frac{\mathrm{e}^{-\alpha T}(\hat{a}_k - \hat{a}_{k-1})\alpha}{1-\mathrm{e}^{-\alpha T}}\right)^2 \tag{18}$$

该方法在继承了传统 CS 模型合理假设的同时,无需根据先验信息设置目标加速度极值 $a_{\max}$,降低了模型对先验信息的依赖程度。将目标加加速度建模为零均值的一阶马尔科夫过程并引入加速度方差计算使得模型中加速度方差可以根据当前目标机动强度进行实时缩放,提高了模型对多级弹道导弹主动段加速度缓变与突变的跟踪能力,有效改善了传统 CS 模型因为参数设置不准确而造成的误差。

由于传统 CS 模型中机动频率 α 是预先设置的,无法根据目标当前机动情况做出实时调整。因此当模型与目标当前运动状态失配时,估计性能会显著降低。针对上述问题,结合多级弹道导弹主动段加速度变化特点,本文采用机动检测函数实现了模型机动频率 α 的自适应调整。首先,在文献[22]的基础上引入检测滑窗构造机动检测函数,即

$$\lambda_k = \frac{1}{L}\sum_{j=k-L+1}^{k}\max\left\{\frac{[\mathrm{diag}(\boldsymbol{v}_j(\boldsymbol{v}_j)^{\mathrm{T}})]_i}{[\mathrm{diag}(\boldsymbol{P}_{j+1|j}^{ZZ})]_i}\right\} \tag{19}$$

式中:$\boldsymbol{P}_{k+1|k}^{ZZ}$ 为量测预测协方差;$\boldsymbol{v}_k$ 是新息向量;$i = 1,2,\cdots,l$,l 为观测维数;λ_k 表征新息向量协方差与量测预测协方差的最大不对等度;L 为检测窗口宽度。引入 L 的目的是保证对统计信息的充分检测。此处,在考虑检测充分性的同时保证滤波效率,因此默认选取 $L=3$。当模型中机动频率与目标实际机动相匹配时候,λ_k 服从自由度为 l 的 χ^2 分布[23]。当模型中机动频率与目标实际机动不匹配时候,λ_k 值将增大且不再服从自由度为 l 的 χ^2 分布。根据需求查阅 χ^2 分布表可得到概率值对应的检测门限,当 λ_k 超出检测门限时,则视为目标发生较大机动,此时按照(19)式给出的规律自适应调整模型机动频率 α_k。

$$\alpha_k = \lambda_k\alpha_0 \tag{20}$$

式中:α_0 为初始机动频率。

2.2 滤波算法

由于目标状态方程与观测函数均为非线性过

程,因此须选用非线性滤波算法进行主动段弹道估计。相比于扩展卡尔曼滤波(extended Kalman filter,EKF)和粒子滤波[24](particle filter,PF),无迹卡尔曼滤波(unscented Kalman filter,UKF)能够在平衡估计精度和计算时效性的同时省去繁琐的雅克比矩阵运算。因此,本文选用 UKF 作为多级弹道导弹主动段弹道估计的滤波算法。多级弹道导弹主动段跟踪算法框架如图 2 所示。

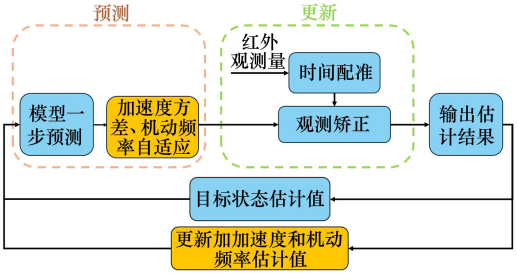


图 2　滤波算法框架

图 2 展现了基于本文所提出的改进自适应 CS 模型的滤波算法框架。在基础滤波算法预测与更新两大模块的基础上增加了本文提出的模型加速度方差自适应缩放以及模型机动频率自适应调整两部分,针对多级弹道导弹主动段加速度缓变与突变相结合的特点做了针对性优化,提高了算法的适应能力与估计精度。

在处理非线性方程时,UKF 算法通过用一系列确定样本对非线性的状态转移方程的概率密度分布进行近似而非对其进行线性化,然后使用变换后的状态变量进行估计和观测更新。首先通过无迹变换获得 $2n+1$ 个 sigma 点 $\boldsymbol{x}_i$ 并计算其权值 ω[24]。根据获得的 sigma 点进行一步预测并计算状态估计协方差矩阵。

$$\begin{cases}\hat{\boldsymbol{X}}_{k+1|k}^{(i)} = f(\boldsymbol{x}_i)\\ \hat{\boldsymbol{X}}_{k+1/k} = \sum_{i=0}^{2n}\omega_i^{(m)}\hat{\boldsymbol{X}}_{k+1/k}^{(i)}\end{cases} \tag{21}$$

$$\boldsymbol{P}_{k+1/k} = \sum_{i=0}^{2n} w^i[\hat{\boldsymbol{X}}_{k+1/k} - \boldsymbol{X}_{k+1/k}^i][\hat{\boldsymbol{X}}_{k+1/k} - \boldsymbol{X}_{k+1/k}^i]^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{Q} \tag{22}$$

式中:$\boldsymbol{Q}$ 为过程噪声协方差矩阵,本文由改进的自适应CS模型给出。根据一步预测均值 $\hat{\boldsymbol{X}}_{k+1/k}$ 和状态估计协方差矩阵 $\boldsymbol{P}_{k+1/k}$ 对 sigma 点进行重采样,产生新的 sigma 点集 $\boldsymbol{x}_{k+1/k}^{(i)}$。将重新生成的 sigma 点集用于近似非线性的观测方程,本文中为分离式观测系统中红外传感器测得的目标方位角和俯仰角。得到观测量的估计均值 $\hat{\boldsymbol{Z}}_{k+1/k}$,同时计算量测协方差矩阵 $\boldsymbol{P}_{zz}$、状态和量测的交叉协方差矩阵 $\boldsymbol{P}_{xz}$。

$$\begin{cases}\hat{\boldsymbol{Z}}_{k+1/k}^{(i)} = \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}_{k+1/k}^{(i)})\\ \hat{\boldsymbol{Z}}_{k+1/k} = \sum_{i=0}^{2n}\omega_i^{(m)}\hat{\boldsymbol{Z}}_{k+1/k}^{(i)}\end{cases} \tag{23}$$

$$\boldsymbol{P}_{zz} = \sum_{i=0}^{2n}\omega_i^{(m)}(\hat{\boldsymbol{Z}}_{k+1/k}^{(i)} - \hat{\boldsymbol{Z}}_{k+1/k})(\hat{\boldsymbol{Z}}_{k+1/k}^{(i)} - \hat{\boldsymbol{Z}}_{k+1/k})^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{R} \tag{24}$$

$$\boldsymbol{P}_{xz} = \sum_{i=0}^{2n}\omega_i^{(m)}(\boldsymbol{x}_{k+1/k}^{(i)} - \hat{\boldsymbol{Z}}_{k+1/k})(\hat{\boldsymbol{Z}}_{k+1/k}^{(i)} - \hat{\boldsymbol{Z}}_{k+1/k})^{\mathrm{T}} \tag{25}$$

随后,计算卡尔曼增益。

$$\boldsymbol{K}_{k+1} = \boldsymbol{P}_{xz}\boldsymbol{P}_{zz}^{-1} \tag{26}$$

更新系统的状态估计值和估计误差协方差矩阵。

$$\hat{\boldsymbol{X}}_{k+1/k+1} = \hat{\boldsymbol{X}}_{k+1/k} + \boldsymbol{K}_{k+1}[\boldsymbol{Z}_{k+1} - \hat{\boldsymbol{Z}}_{k+1/k}] \tag{27}$$

$$\boldsymbol{P}_{k+1/k+1} = \boldsymbol{P}_{k+1/k} - \boldsymbol{K}_{k+1}\boldsymbol{P}_{zz}\boldsymbol{K}_{k+1}^{\mathrm{T}} \tag{28}$$

式中:$\boldsymbol{Z}_{k+1}$ 为 $k+1$ 时刻的观测量。

3　仿真验证与分析

为了验证本文提出的改进自适应 CS 模型在分离式高速红外观测器观测条件下对多级弹道导弹主动段轨迹的跟踪精度以及可靠性,采用数值仿真对本文提出的改进自适应 CS(improved adaptive CS,IACS)模型进行仿真,并与文献[14]提出的自适应的 CS(adaptive CS,ACS)模型、传统 CS 模型[9]进行对比。为了保证对比结果的公平准确,3 种模型均采用 UKF,且分别进行 100 次的蒙特卡洛仿真,采用均方根误差(RMSE)和误差均值进行分析。

各项仿真参数设置为:目标主动段飞行时间 186.4 s,其中第一级火箭发动机燃烧时间 61.6 s,第二级火箭发动机燃烧时间 65.2 s,第三级火箭发动机燃烧时间 59.6 s。初始机动频率 α 设置为 0.02。高速分离式观测系统在分离前后均做速度约为 7 190 m/s的匀速运动。观测器在 15 s 时开始分离,分离时间为 15 s,分离完成后观测基线为 20 km;红外观测器测角精度为 0.02°。其余仿真参数如表 1 所示。

表 1 初始参数

参数	数值
初始位置误差/m	$\tilde{x}_0 = 10\ 000, \tilde{y}_0 = 10\ 000, \tilde{z}_0 = 6\ 000$
初始速度误差/(m·s^{-1})	$\tilde{v}_{x_0} = 500, \tilde{v}_{y_0} = 500, \tilde{v}_{z_0} = 500$
初始加速度误差/(m·s^{-2})	$\tilde{a}_{x_0} = 10, \tilde{a}_{y_0} = 10, \tilde{a}_{z_0} = 10$
采样/滤波周期/s	0.1
初始相对距离/km	3 000

为了评价滤波算法的有效性,本文采用(29)式所示的滤波有效性评价函数。

$$\sigma_k = \ln\left(\frac{\mathrm{tr}(\boldsymbol{P}_0)}{\mathrm{tr}(\boldsymbol{P}_k)}\right) \tag{29}$$

式中:σ_k 表示 k 时刻的滤波算法有效性评价值;$\boldsymbol{P}_0$ 为初始误差协方差矩阵。$\boldsymbol{P}_k$ 为 k 时刻的误差协方差矩阵,该函数可以在一定程度上反映当前滤波算法的有效程度,且计算量较小,可以在线实时使用。

图 3 展示了 IACS、ACS 以及 CS 模型对多级弹道导弹主动段位置和速度的估计误差。

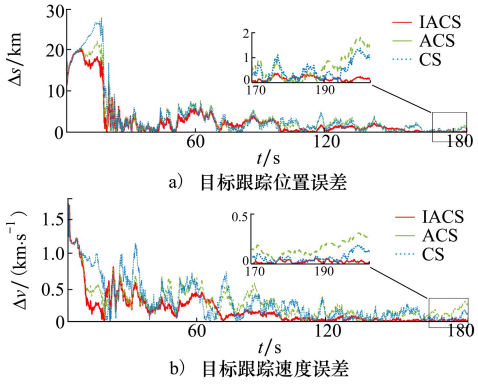


图 3 目标跟踪位置和速度误差

由图 3 可以看出,在观测器未分离时相较于 ACS 和 CS 模型,IACS 模型可以较好地抑制滤波发散的趋势,并且在观测器分离后可以快速收敛。IACS 模型初始阶段位置跟踪误差峰值仅为 ACS 模型的 82%,CS 模型的 65%;IACS 模型初始阶段位置跟踪误差峰值则为 ACS 模型的 50%,CS 模型的 28%。在主动段级间切换时,IACS 模型可以快速反应,迅速降低估计目标加速度突变产生的估计误差,显著优于 ACS 和 CS 模型,其中 IACS 模型位置跟踪误差不超过 5.2 km,低于 ACS 和 CS 模型的位置跟踪误差 7.7 km;而 IACS 模型速度跟踪误差则不超过 0.45 km/s,与 CS 模型持平,低于 ACS 模型的速度跟踪误差 0.63 km/s。在估计主动段末状态时,IACS 模型的精度也远高于 ACS 和 CS 模型。由于角度测量量为非瞬态响应量,目标主动段末状态的机动突变无法及时检测,因此 ACS 与 CS 模型产生了较大的峰值误差,并出现了轻微的发散趋势。而在末状态时,IACS 模型的位置跟踪误差和速度跟踪误差可分别收敛至 0.23 km 和 0.03 km/s。

图 4 展示了 3 种模型对多级弹道导弹主动段在发射坐标系 x, y, z 方向上加速度分量的跟踪情况。由图 4 可以看出多级弹道导弹主动段同时存在加速度缓慢变化和加速度突变的阶段,这就要求模型既可以稳定跟踪弱机动目标,又能够对目标加速度突变做出响应。相较于 ACS 以及 CS 模型,本文提出的 IACS 模型可以较好地跟踪多级弹道导弹主动段加速度。在整个主动段期间,CS 模型对目标加速度的估计值一直波动较大,相比于另外 2 种算法收敛性较差。ACS 模型在主动段级间切换时,收敛速度较慢,误差峰值大,且在主动段末状态时有轻微的发散趋势。本文提出的 IACS 模型在主动段级间切换时对目标加速度估计较为平滑,收敛时间和误差峰值显著优于 ACS 和 CS 模型;在每一级火箭发动机燃烧期间对目标加速的估计值波动较小,相比于另外 2 种模型对目标加速度估计精度更高。

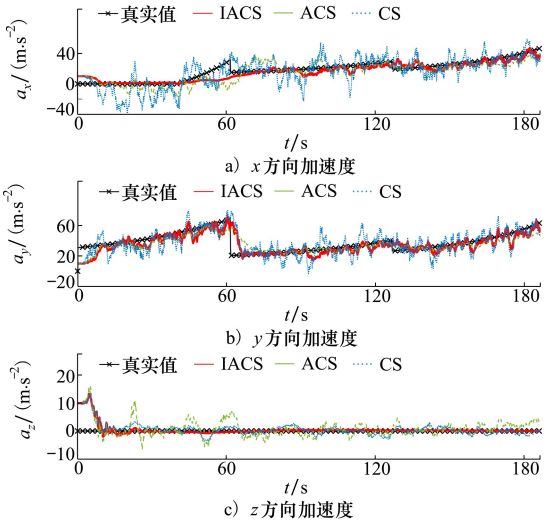


图 4 目标加速度跟踪

图 5 展示了 3 种模型对多级弹道导弹主动段轨迹的拟合情况,可以看出主动段全过程中 IACS 模型对目标轨迹的拟合精度均高于 ACS 和 CS 模型。

在级间切换时,ACS 和 CS 模型都出现了较大的误差峰值,且恢复速度较慢。相比而言 IACS 模型产生的误差较小,恢复速度较快,可以较好地跟踪目标加速度突变,保证整体轨迹跟踪的稳定性。在目标主动段末时刻,IACS 模型相比 ACS 和 CS 模型可以有效抑制发散趋势,对目标主动段关机点的位置估计精度较高。

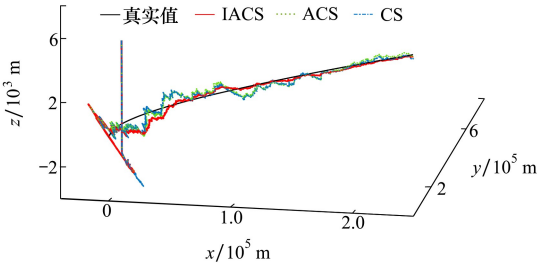


图 5　目标三维轨迹拟合

多级弹道导弹主动段关机点的位置和速度等战术参数对导弹后续自由段和再入段的捕获与跟踪是十分重要的信息,因此精确估计目标主动段关机点状态是整个主动段弹道估计的重要一环。表 2 展示了 3 种模型主动段关机点状态误差均值及标准差。

表 2　关机点状态误差均值及标准差

模型	位置误差均值/m	位置误差标准差/m	速度误差均值/(m·s^{-1})	速度误差标准差/(m·s^{-1})
IACS	244.27	321.43	24.95	28.51
ACS	297.05	362.63	53.98	65.95
CS	379.01	460.39	45.95	53.15

可以明显看出本文提出的 IACS 算法的关机点位置、速度误差均值和标准差均远低于另外 2 种算法。ACS 模型的关机点位置误差均值和标准差小于 CS 模型,但是其关机点速度误差均值和标准差略高于 CS 模型。由此可见,本文提出的 IACS 模型可以精确地估计多级弹道导弹主动段关机点状态,具有较高的稳定性。

从图 6 可知,在观测器未分离时 3 种模型的有效性系数基本一致;从观测器分离开始,IACS 模型的有效性系数开始逐渐增大,并全程高于 ACS 与 CS 模型;ACS 模型的有效性系数则全程略大于 CS 模型,并最终趋于一致。其中主动段末状态时,IACS 模型的算法有效性系数比另外 2 个模型高约 17%。由图 3~6 相对比可以看出本文提出的滤波算法有效性评价函数可以相对有效且直观地反映各模型的跟踪有效程度。

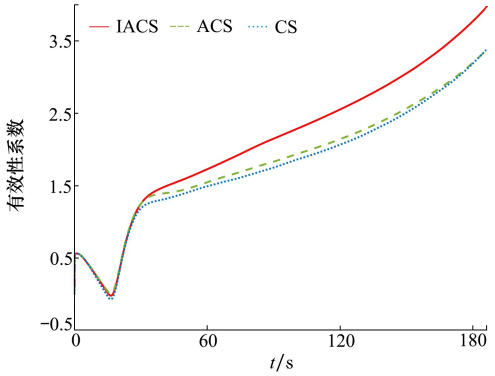
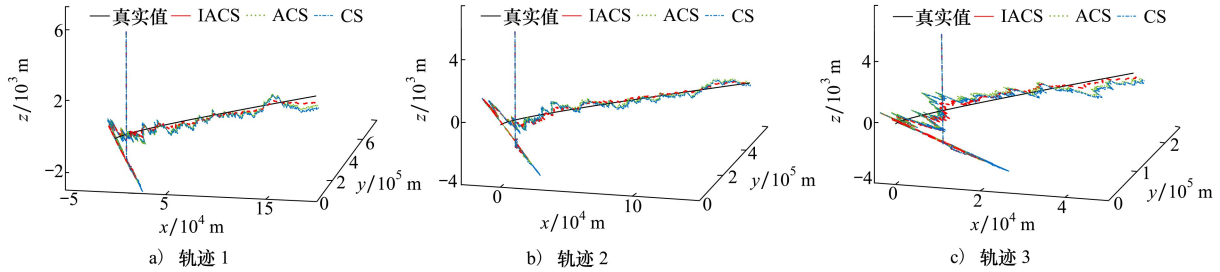


图 6　算法有效性系数

进一步,本文额外给出 3 条多级弹道导弹主动段轨迹以及滤波结果以支撑该模型的有效性。3 条轨迹的机动变轨性能各不相同,主动段总时间分别为 146.4,126.4 和 106.4 s。根据主动段机动变轨能力排序依次为:轨迹 2>轨迹 1>轨迹 3;而主动段时间排序依次为:轨迹 1>轨迹 2>轨迹 3。因此轨迹 2 对模型对机动突变的跟踪能力要求最高,而轨迹 3 对算法收敛速度要求最高。



a) 轨迹 1　　b) 轨迹 2　　c) 轨迹 3

图 7　目标三维轨迹跟踪

由图 7 可以看出,IACS 模型对目标轨迹的拟合精度均高于 ACS 和 CS 模型。IACS 模型可以较好地适应多级弹道导弹主动段级间切换导致的加速度突变引起的估计误差峰值,保持了整体估计的稳定。进一步,相比于 ACS 和 CS 模型,IACS 模型可以有效抑制由于多级弹道导弹主动段末状态的机动突变而引起的轻微发散趋势。

不同的初始误差对滤波收敛性以及估计精度存在较大影响。为了验证本文所提算法鲁棒性,图 8 给出在初始位置误差为 10 km,速度误差为 1 km/s,加速度误差为 10 m/s^2(工况 1);位置误差为 20 km,速度误差为 2 km/s,加速度误差为 20 m/s^2(工况 2);初始位置误差为 5 km,速度误差为 0.5 km/s,加速度误差为 5 m/s^2(工况 3)3 种工况下算法的估计效果。由图 8 可以看出不同的初始误差对算法收敛性以及最终估计精度影响较小,3 种工况下本文所提算法均可以做到快速收敛并保持较高的估计精度,证明了本文所提算法针对不同初始误差的鲁棒性。

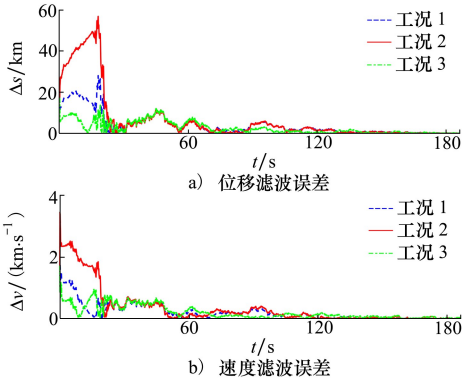


图 8 不同初始误差下目标跟踪效果

4 结 论

本文提出了一种改进的自适应 CS 模型,通过在常规 CS 模型基础上引入 Jerk 模型思想以及目标机动检测函数,实现了模型中的目标加速度方差和机动频率的自适应调整。仿真结果表明:

1) 在分离式双站红外传感器观测基线较短、观测距离较远的情况下,本方法仍可以有效估计弹道导弹主动段轨迹。

2) 与传统 CS 模型和对加速度方差自适应缩放的改进 CS 模型算法相比,本方法提高了对目标主动段轨迹的估计精度和算法收敛速度,尤其是提高了对目标关机点速度的估计精度。

3) 本方法可以有效跟踪多级弹道导弹主动段加速度的缓变与突变,具有一定的机动检测能力。

参考文献:

[1] LI X R, JILKOV V P. Survey of maneuvering target tracking(Part Ⅱ): motion models of ballistic and space targets[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2010, 46(1): 96-119

[2] 荆武兴, 杨彪, 高长生. 空基反助推段导弹制导技术综述[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2021, 53(6): 1-12
JING Wuxing, YANG Biao, GAO Changsheng. Review on guidance technology of air-based missiles for boost phase interception [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2021, 53(6): 1-12 (in Chinese)

[3] 储雪峰. 天基红外系统探测导弹助推段弹道估计算法研究[D]. 郑州: 战略支援部队信息工程大学, 2020
CHU Xuefeng. Research on boost phase trajectory estimation algorithm for the space based infrared system detection[J]. Zhengzhou: PLA Strategic Support Force Information Engineering University, 2020 (in Chinese)

[4] 刘丽丽, 穆荣军, 崔乃刚. 一种多级弹道导弹主动段状态/参数联合估计算法[J]. 宇航学报, 2023, 44(12): 1839-1849
LIU Lili, MU Rongjun, CUI Naigang. A state/parameter joint estimation algorithm for active segment of multi-stage ballistic missile[J]. Journal of Astronautics, 2023,44(12): 1839-1849 (in Chinese)

[5] 许登荣, 程水英, 包守亮. 一种多级助推段弹道导弹跟踪算法[J]. 宇航学报, 2016, 37(9): 1114-1121
XU Dengrong, CHENG Shuiying, BAO Shouliang. A tracking algorithm of ballistic missile with multi-stage boosters[J]. Journal of Astronautics, 2016, 37(9): 1114-1121 (in Chinese)

[6] 薛高茹, 梁彦, 谯平, 等. 基于 EM 的主动段弹道导弹跟踪算法研究[J]. 电子学报, 2017, 45(7): 1770-1774
XUE Gaoru, LIANG Yan, QIAO Ping, et al. Research on boost phase ballistic missile tracking algorithm using EM[J]. Acta Electronic Sinica, 2017, 45(7): 1770-1774 (in Chinese)

[7] 张涛, 樊士伟, 薛永宏, 等. 基于最优样条节点的导弹主动段弹道估计方法[J]. 航空学报, 2015, 36(9): 3027-3033
ZHANG Tao, FAN Shiwei, XUE Yonghong, et al. Trajectory estimation method of missile in boost phase using optimal knots

spline[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2015, 36(9): 3027-3033 (in Chinese)

[8] 赵玉良, 雍恩米, 王波兰. 反临近空间高超声速飞行器若干研究进展[J]. 宇航学报, 2020, 41(10): 1239-1250
ZHAO Yuliang, YONG Enmi, WANG Bolan. Some achievements on interception of near space hypersonic vehicles[J]. Journal of Astronautics, 2020, 41(10): 1239-1250 (in Chinese)

[9] 周宏仁. 机动目标“当前”统计模型与自适应跟踪算法[J]. 航空学报, 1983, 4(1): 73-86
ZHOU Hongren. A "Current" statistical model and adaptive tracking algorithm for maneuvering targets[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 1983, 4(1): 73-86 (in Chinese)

[10] JIANG B B, LI Q, YI K, et al. A RLSN-based current statistical model for target range tracking[C]//2021 CIE International Conference on Radar, 2021

[11] SUN W, YANG Y J. Adaptive maneuvering frequency method of current statistical model[J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2017, 44(1): 154-160

[12] 李凡, 熊家军. 临近空间高超声速跳跃滑翔式目标自适应跟踪模型[J]. 航空学报, 2018, 39(12): 306-318
LI Fan, XIONG Jiajun. Adaptive tracking method for hypersonic glide target[J]. Acta Aeronauticaet Astronautica Sinica, 2018, 39(12): 306-318 (in Chinese)

[13] 黄景帅, 李永远, 汤国建, 等. 高超声速滑翔目标自适应跟踪方法[J]. 航空学报, 2020, 41(9): 323786
HUANG Jingshuai, LI Yongyuan, TANG Guojian, et al. Adaptive tracking method for hypersonic glide target[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2020, 41(9): 323786 (in Chinese)

[14] 贺杨超, 李炯, 邵雷, 等. 基于改进“当前”统计模型的再入目标跟踪算法[J]. 航空学报, 2024, 45(增刊 1): 393-404
HE Yangchao, LI Jiong, SHAO Lei, et al. Reentry target tracking algorithm based on improved "current" statistical model[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2024, 45(suppl.1): 393-404 (in Chinese)

[15] ELTOUKHY M, AHMAD M O, SWAMY M N S. An adaptive turn rate estimation for tracking a maneuvering target[J]. IEEE Access, 2020, 8: 94176-94189

[16] FARRELL W J. Interacting multiple model filter for tactical ballistic missile tracking[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2008, 44(2): 418-426

[17] LI R F, SUN C, YU X Z, et al. Space noncooperative target trajectory tracking based on maneuvering parameter estimation[J]. Space Science and Technology, 2023, 3: 78

[18] 翟岱亮, 雷虎民, 李炯, 等. 基于自适应 IMM 的高超声速飞行器轨迹预测[J]. 航空学报, 2016, 37(11): 3466-3475
ZHAI Dailiang, LEI Humin, LI Jiong, et al. Trajectory prediction of hypersonic vehicle based on adaptive IMM[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2016, 37(11): 3466-3475 (in Chinese)

[19] 王树亮, 毕大平, 阮怀林, 等. 基于信息熵准则的认知雷达机动目标跟踪算法[J]. 电子学报, 2019, 47(6): 1277-1284
WANG Shuliang, BI Daping, RUAN Huailin, et al. Cognitive radar maneuvering target tracking algorithm based on information entropy criterion[J]. Acta Electronic Sinica, 2019, 47(6): 1277-1284 (in Chinese)

[20] 王瑞鹏, 王小刚, 张豪杰. 高超声速滑翔飞行器多模型鲁棒跟踪方法[J]. 宇航学报, 2024, 45(2): 155-166
WANG Ruipeng, WANG Xiaogang, ZHANG Haojie. A multiple model based robust tracking method for hypersonic gliding vehicle[J]. Journal of Astronautics, 2024, 45(2): 155-166 (in Chinese)

[21] 王博, 贺正洪, 周政, 等. 一种改进的当前统计模型自适应跟踪算法[J]. 现代防御技术, 2016, 44(5): 34-39
WANG Bo, HE Zhenghong, ZHOU Zheng, et al. Improved adaptive current statistical model tracking algorithm[J]. Modern Defence Technology, 2016, 44(5): 34-39 (in Chinese)

[22] 张浩为, 谢军伟, 葛佳昂, 等. 自适应 CS 模型的强跟踪平方根容积卡尔曼滤波算法[J]. 系统工程与电子技术, 2019, 41(6): 1186-1194
ZHANG Haowei, XIE Junwei, GE Jiaang, et al. Strong tracking square-root cubature Kalman filter over adaptive current statistical model[J]. Systems Engineering and Electronics, 2019, 41(6): 1186-1194 (in Chinese)

[23] GADZHIEV C M. Checking multivariate model fit from the generalized Wishart-statistic variance[J]. Measurement Technology, 1993, 30(12): 103-110

[24] 高社生, 薛丽, 魏文辉. 渐消自适应 Unscented 粒子滤波及其在组合导航中的应用[J]. 西北工业大学学报, 2012,30(1): 27-31
GAO Shesheng, XUE Li, WEI Wenhui. Fading adaptive UPF(unscented particle filtering) algorithm and its application to inte-

grated navigation[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2012, 30(1): 27-31 (in Chinese)

Tracking algorithm of powered phase of multi-stage ballistic missile based on improved adaptive "current" statistical model

YANG Ming[1], MENG Zhongjie[1], JIANG Ruiye[2], SHI Haobo[2], Chen Jianlin[3]

(1.School of Astronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;
2.Beijing Institute of Mechanical and Electrical Engineering Overall Design Department, Beijing 100854, China;
3.School of Civil Aviation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: This paper is devoted to an improved adaptive "current" statistical(CS) model, aiming to improve the accuracy and robustness of tracking the powered phase of multi-stage ballistic missiles under unknown ballistic parameters. By introducing the Jerk model idea and incorporating the Jerk into the calculation of acceleration variance, the target acceleration variance in the model has been improved, enhancing the tracking ability of the model for weak maneuvering targets. Furthermore, by means of the target maneuvering detection function, the adaptive adjustment of the maneuver frequency in the model has been achieved, which improves the ability to combat sudden changes of target maneuvering. Simulation results demonstrate that the present model is able to stably track the powered phase state of multi-stage ballistic missile and precisely estimate the shutdown point states, exhibiting higher tracking accuracy and stronger robustness comparing with the conventional CS model and other adaptive CS models.

Keywords: "current" statistical model; acceleration variance adaptation; maneuvering frequency adaptation; multi-stage ballistic missile; powered phase

引用格式: *杨铭, 孟中杰, 蒋瑞晔, 等. 基于改进“当前”统计型的主动段弹道估计方法[J]. 西北工业大学学报, 2025, 43(5): 843-852*

YANG Ming, MENG Zhongjie, JIANG Ruiye, et al. Tracking algorithm of powered phase of multi-stage ballistic missile based on improved adaptive "current" statistical model[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2025, 43(5): 843-852 (in Chinese)