

# 迭代收缩阈值弹性网正则化广义逆波束 形成声源识别方法

何辉辉<sup>1,2,3</sup>, 王欣宇<sup>1,2,3</sup>, 吴晓飞<sup>4</sup>, 张建强<sup>1,2,3</sup>, 时胜国<sup>1,2,3</sup>

1.哈尔滨工程大学 水声技术全国重点实验室, 黑龙江 哈尔滨 150001;  
2.海洋信息获取与安全工信部重点实验室(哈尔滨工程大学), 黑龙江 哈尔滨 150001;  
3.哈尔滨工程大学 水声工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150001;4.中国船舶科学研究中心, 江苏 无锡 214082

**摘要:**针对水下目标噪声源定位问题,考虑声源的空间稀疏性,使用迭代收缩阈值弹性网正则化广义逆波束形成方法,实现噪声源的定位。根据声源的稀疏性引入  $L_1$  范数,获得  $L_1$  范数与广义逆波束形成相结合的目标函数,提出使用迭代收缩阈值算法求解该函数进而获取声源位置信息;由于仅有  $L_1$  范数时声源识别结果易受噪声影响,降低结果的稳健性,因此提出引入  $L_2$  范数,获得  $L_1$  范数和  $L_2$  范数共同约束的目标函数,即弹性网正则化广义逆波束形成,  $L_1$  范数和  $L_2$  范数可以保证收敛结果更稳健,然后将弹性网正则化广义逆波束形成视为类 Lasso 问题,并使用迭代收缩阈值算法求解进而获取声源位置信息;通过仿真和试验处理对比了迭代收缩阈值弹性网正则化广义逆波束形成与其他噪声源定位方法的性能,结果显示所提方法的噪声源定位精度和分辨率最高。

**关键词:**广义逆波束形成;弹性网正则化广义逆波束形成;迭代收缩阈值;快速迭代收缩阈值  
**中图分类号:** TB566 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-2758(2025)06-1162-11

声隐身性是水下目标最基本的指标之一,开展水下目标噪声源定位识别研究<sup>[1-2]</sup>,确定主要噪声源空间位置,是进行噪声控制的前提。基于水听器阵列测量的波束形成技术是一种高效的噪声源定位方法,在噪声源定位中,实际空间的声源个数相对于扫描的空间区域往往是稀疏的,因此国内外相关学者开展了基于声源稀疏问题的波束形成方法研究<sup>[3-4]</sup>。

广义逆波束形成(generalized inverse beam-forming, GIB)<sup>[5-6]</sup>通过较少的迭代求逆过程有效降低旁瓣级水平、提高声源识别分辨率,广泛应用于不同类型噪声源的定位识别<sup>[7-8]</sup>,但是由于声阵测量误差无法避免,导致实际采集的数据存在误差,直接对其进行噪声源定位识别,结果有所偏差,且反演求逆过

程中还存在病态不适定问题<sup>[9-10]</sup>。针对广义逆波束形成的不适定问题,相关学者开展了各种研究。Presezniak等<sup>[11]</sup>为了提高噪声源识别精度,提出了一种加权广义逆波束形成方法,该方法采用加权伪逆方法和优化过程,与传统广义逆波束形成相比,该方法的声源识别精度更高。Zavala等<sup>[12]</sup>提出自动正则化因子来改进广义逆波束形成方法,并引入一个虚拟目标网格,获得源映射和强度估计,最后,使用2个简单的声源比较具有固定正则化因子的广义逆波束形成和正则化广义逆波束形成的性能。Suzuki<sup>[5]</sup>提出引入  $L_1$  范数正则化方法求解广义逆波束形成,体现了声源的稀疏特性,但单独引入  $L_1$  范数正则化无法消除求逆过程中噪声干扰的影响,且该方法的稳健性较差。徐中明等<sup>[13]</sup>将  $L_1$  范数和  $L_2$  范数充分结合,提出基于弹性网正则化的广义逆波束形成方法,不仅体现声源信号的稀疏特性还能保证噪声源定位识别结果稳健,但其噪声源定位精度较低。由于弹性网正则化广义逆波束形成方法中  $L_1$  范数和  $L_2$  范数严重影响其噪声源定位精度,且求解时主要采用凸优化工具包 CVX,该工具包在工

收稿日期:2025-01-06

基金项目:国家自然科学基金(52327901)资助

作者简介:何辉辉(1991—),博士研究生

通信作者:时胜国(1973—),教授

e-mail: shishengguo@hrbeu.edu.cn

程软件中应用时不具有可移植性,因此本文提出将弹性网正则化广义逆波束形成视为类 Lasso (least absolute shrinkage and selection operator) 问题,使用迭代阈值算法求解。

Daubechies 等<sup>[14]</sup> 提出迭代收缩阈值 (iterative shrink-age thresholding algorithm, ISTA) 算法并用于解决信号、图像处理中出现的线性逆问题。由于 ISTA 算法收敛速度较慢, Bredies<sup>[15]</sup> 提出了快速迭代收缩阈值方法 (fast iterative shrinkage thresholding algorithm, FISTA), 它在保留 ISTA 算法计算简单特性的同时,使得算法的全局收敛速度得到了很大改善。Wang 等<sup>[16]</sup> 将改进的快速迭代收缩阈值算法 (IFISTA) 用于优化振动信号的重建,该方法具有更高的重建精度和更快的收敛速度。Shen 等<sup>[17]</sup> 提出了一种基于傅立叶的改进快速迭代收缩阈值算法 (FFT-IFISTA), 该算法可以选择合适的加权系数来减小主瓣宽度提高分辨率。Chen 等<sup>[18]</sup> 将 FISTA 方法运用到波束形成声源识别中,该方法具有更高的计算效率和更快的收敛速度。

综上所述,相关学者基于声源稀疏问题和广义逆波束形成方法不适定问题开展了大量研究,但基于声源稀疏问题的广义逆波束形成研究较少<sup>[19]</sup>。本文将声源稀疏问题转化为 Lasso 问题并使用 ISTA 方法求解,但仅有  $L_1$  范数时声源识别易受噪声影响,降低声源识别稳健性,基于此本文提出引入  $L_2$  范数获得弹性网正则化广义逆波束形成,这样由于  $L_1$  范数和  $L_2$  范数的共同作用可以保证收敛结果更稳健,然后使用 ISTA 方法求解弹性网正则化广义逆波束形成,通过仿真和试验数据处理验证了基于 ISTA 算法求解弹性网正则化广义逆波束形成 (ISTA-GIB12) 的噪声源定位精度和分辨率最高。

## 1 声源定位算法

### 1.1 弹性网正则化广义逆波束形成

#### 1.1.1 $L_1$ 范数约束广义逆波束形成

假设声场空间存在  $M$  元声压水听器组成的平面阵,其接收到声场信息组成的声压向量为  $\mathbf{P}$ 。其中  $\mathbf{R}^{(p)} = \mathbf{P}\mathbf{P}^H$ , 对接收信号的互谱矩阵  $\mathbf{R}^{(p)}$  进行特征值分解可得到

$$\mathbf{R}^{(p)} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{U}^H = \sum_{m=1}^M \sigma_m \mathbf{u}_m \mathbf{u}_m^H \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{U}$  为包含正交特征向量的酉矩阵;  $\mathbf{\Lambda}$  为包含特

征值的对角矩阵;  $\mathbf{u}_m$  表示矩阵  $\mathbf{U}$  中的第  $m$  列向量,其相对应的特征值为  $\sigma_m$ 。进一步可得第  $m$  阶特征模态向量的表达式

$$\mathbf{p}_m = \sqrt{\sigma_m} \mathbf{u}_m, \quad m = 1, 2, \dots, M \quad (2)$$

在模态向量求取过程中利用阈值截断剔除较小特征值,通常将截断阈值取最大特征值的 0.1% ~ 10%。因此, (2) 式转化为

$$\mathbf{p}_i = \sqrt{\sigma_i} \mathbf{u}_i, \quad i < M \quad (3)$$

GIB 方法的思想是利用特征模态重建整个声源扫描域上的声能量分布信息 (如图 1 所示), 因此可以建立 (4) 式所示的声学传递方程。

$$\mathbf{p}_m = \mathbf{G}_{\text{green}} \mathbf{q}_m \quad (4)$$

式中:  $\mathbf{q}_m$  为维度  $N \times 1$  的声源振幅向量,其描述了在第  $m$  阶特征模态下扫描域共  $N$  个划分网格点的声能分布;  $\mathbf{G}_{\text{green}}$  为网格点到各阵元之间的自由场格林函数传递矩阵,其维度为  $M \times N$ , 对 (4) 式进行解逆可求出第  $m$  阶源振幅向量  $\mathbf{q}_m$ 。

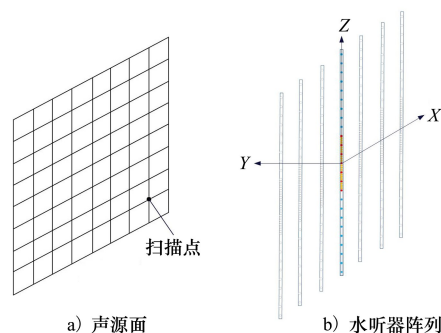


图 1 声源识别示意图

通常情况下,阵元数远小于声源面扫描点数,且声源的个数相比于声源面往往是稀疏的,因此 (4) 式是病态的,直接求逆无法求解该方程,为保证解的精度和稳定性,结合  $L_1$  范数约束求解,其表达式为

$$\min_{\mathbf{q}_m} \|\mathbf{q}_m\|_1 \quad (5)$$

$$\text{s.t. } \|\mathbf{p}_m - \mathbf{G}_{\text{green}} \mathbf{q}_m\|_2 \leq \delta$$

联立 (2) ~ (4) 式得

$$\min_{\mathbf{q}_i} \|\mathbf{q}_i\|_1 \quad (6)$$

$$\text{s.t. } \|\sqrt{\sigma_i} \mathbf{u}_i - \mathbf{G}_{\text{green}} \mathbf{q}_i\|_2 \leq \delta$$

式中,  $\delta$  为约束参数,其选择受信噪比、频率和测试距离的影响,对 (6) 式结果影响较大。因此将其转化为正则化优化模型,如 (7) 式所示。

$$F_{L_1}(\mathbf{q}_i) = \operatorname{argmin} \{ \|\sqrt{\sigma_i} \mathbf{u}_i - \mathbf{G}_{\text{green}} \mathbf{q}_i\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{q}_i\|_1 \} \quad (7)$$

式中,  $\lambda$  是  $L_1$  范数正则化参数,用于调节重构精度和稀疏性。(7) 式即为经典的 Lasso<sup>[20-21]</sup> 问题。

### 1.1.2 弹性网正则化广义逆波束形成

仅有  $L_1$  范数约束时广义逆波束形成声源识别结果容易受噪声影响,降低声源识别稳健性,本文提出引入  $L_2$  范数,保证收敛结果更稳健,其模型为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{q}_i} & \|\mathbf{q}_i\|_1 \\ \text{s.t.} & \|\sqrt{\sigma_i}\mathbf{u}_i - \mathbf{G}_{\text{green}}\mathbf{q}_i\|_2^2 + \eta\|\mathbf{q}_i\|_2^2 \leq \delta \end{aligned} \quad (8)$$

式中: $\eta$  为  $L_2$  范数正则化参数,其可以减少方程的病态性; $\delta$  为约束参数,其选择受信噪比、频率和测试距离的影响,对(8) 式结果影响较大,因此将其转化为正则化优化模型,如(9) 式所示。

$$F_{L_{1,2}}(\mathbf{q}_i) = \operatorname{argmin} \{ \|\sqrt{\sigma_i}\mathbf{u}_i - \mathbf{G}_{\text{green}}\mathbf{q}_i\|_2^2 + \eta\|\mathbf{q}_i\|_2^2 + \lambda\|\mathbf{q}_i\|_1 \} \quad (9)$$

式中: $\lambda$  为  $L_1$  范数正则化参数,其选择与信噪比相关,当信噪比较大时, $\lambda$  取值较小,当信噪比较小时, $\lambda$  取值较大。(9) 式即为弹性网正则化广义逆波束形成,其既包含  $L_1$  范数正则化又包含  $L_2$  范数正则

$$\begin{cases} \mathbf{q}_{i_1}^{(k+1)} = \operatorname{soft}_{\lambda t}(\mathbf{q}_{i_1}^{(k)} - 2t^{(k)}\mathbf{G}_{\text{green}}^T(\mathbf{G}_{\text{green}}\mathbf{q}_{i_1}^{(k)} - \sqrt{\sigma_{i_1}}\mathbf{u}_{i_1})) \\ \mathbf{q}_{i_{1,2}}^{(k+1)} = \operatorname{soft}_{\lambda t}(\mathbf{q}_{i_{1,2}}^{(k)} - 2t^{(k)}((\mathbf{G}_{\text{green}}^T\mathbf{G}_{\text{green}} - \eta\mathbf{I})\mathbf{q}_{i_{1,2}}^{(k)} - \mathbf{G}_{\text{green}}^T\sqrt{\sigma_{i_{1,2}}}\mathbf{u}_{i_{1,2}})) \end{cases} \quad (10)$$

式中: $k$  为迭代次数; $t^{(k)} (> 0)$  为步长,一般要求  $t^{(k)} \in \left(0, \frac{1}{\|\mathbf{G}_{\text{green}}\|_2^2}\right)$ ;  $\operatorname{soft}_{\lambda t}(\cdot)$  为收缩算子。

$$\begin{cases} \operatorname{soft}_{\lambda t}(\mathbf{q}_{i_1}) = (|\mathbf{q}_{i_1}| - \alpha)_+ \operatorname{sgn}(\mathbf{q}_{i_1}) \\ \operatorname{soft}_{\lambda t}(\mathbf{q}_{i_{1,2}}) = (|\mathbf{q}_{i_{1,2}}| - \alpha)_+ \operatorname{sgn}(\mathbf{q}_{i_{1,2}}) \end{cases} \quad (11)$$

式中: $(\cdot)_+$  表示  $|\mathbf{q}_i| - \alpha$  和 0 中的最大值; $\operatorname{sgn}$  为符号函数,表示若  $\mathbf{q}_i$  大于 0,则  $\operatorname{sgn}$  返回 1;若  $\mathbf{q}_i$  等于 0,返回 0;若  $\mathbf{q}_i$  小于 0,则返回 -1。(10) 式即为迭代收缩阈值算法求解  $L_1$  范数约束广义逆波束形成 (ISTA-GIB) 和弹性网正则化广义逆波束形成 (ISTA-GIB<sub>12</sub>)。

### 1.2.2 快速迭代收缩阈值算法

针对迭代收缩阈值算法收敛速度比较慢的问

化,通过  $L_1$  范数得到声源强度的稀疏解并利用  $L_2$  范数保证求解过程的稳健性。其中  $L_1$  范数和  $L_2$  范数影响其噪声源定位精度,且求解时主要采用凸优化工具包 CVX。由于 CVX 工具包在工程软件中应用时不具有可移植性,且(9) 式与 Lasso 问题类似,其中  $g(\mathbf{q}_i) = \lambda\|\mathbf{q}_i\|_1$  是一个连续的凸函数,光滑性未知, $f(\mathbf{q}_i) = \|\sqrt{\sigma_i}\mathbf{u}_i - \mathbf{G}_{\text{green}}\mathbf{q}_i\|_2^2 + \eta\|\mathbf{q}_i\|_2^2$  是一个光滑的凸函数。因此(9) 式可以转化为二阶锥规划 (second order cone programming)<sup>[22]</sup> 问题,从而使用内点法 (interior point)<sup>[23]</sup> 等求解。由于数据维度太大,而内点法的算法复杂度为  $O(N^3)$ ,导致求解非常耗时,因此本文提出使用迭代收缩阈值算法求解弹性网正则化广义逆波束形成。

## 1.2 迭代阈值算法

### 1.2.1 迭代收缩阈值算法

很多研究者通过简单的基于梯度的方法<sup>[24]</sup> 来求解(7) 式和(9) 式。迭代收缩阈值算法在每一次迭代中通过一个收缩阈值操作来更新  $\mathbf{q}_i$ ,通过(10) 式求解(7) 式和(9) 式。

题,Bredies 提出了快速迭代收缩阈值方法,它在保留 ISTA 算法计算简单特性的同时,使得算法的全局收敛速度得到了很大改善。FISTA 算法初始化  $\mathbf{q}_i^{(k)} = \mathbf{0}, \mathbf{y}_i^{(1)} = \mathbf{q}_i^{(0)}, t^{(1)} = 1$ 。由第  $k$  次迭代计算结果  $\mathbf{q}^{(k)}$  到  $k + 1$  迭代计算结果  $\mathbf{q}^{(k+1)}$  的公式为

$$\begin{cases} \mathbf{q}_i^{(k)} = P_+ \left( \mathbf{y}_i^{(k)} - \frac{\nabla f(\mathbf{y}_i^{(k)})}{L} \right) \\ t^{(k+1)} = \frac{1}{2} (1 + \sqrt{1 + 4(t^{(k)})^2}) \\ \mathbf{q}_i^{(k+1)} = \mathbf{q}_i^{(k)} + \frac{t^{(k)} - 1}{t^{(k+1)}} (\mathbf{q}_i^{(k)} - \mathbf{q}_i^{(k-1)}) \end{cases} \quad (12)$$

式中,  $P_+$  表示在非负象限的欧几里得投影。使用(12) 式求解(7) 式和(9) 式可得

$$\begin{cases} \mathbf{q}_{i_1}^{(k)} = \operatorname{soft}_{\lambda t}(\mathbf{q}_{i_1}^{(k-1)} - 2t^{(k-1)}\mathbf{G}_{\text{green}}^T(\mathbf{G}_{\text{green}}\mathbf{q}_{i_1}^{(k-1)} - \sqrt{\sigma_{i_1}}\mathbf{u}_{i_1})) \\ t^{(k+1)} = \frac{1}{2} (1 + \sqrt{1 + 4(t^{(k)})^2}) \\ \mathbf{q}_{i_1}^{(k+1)} = \mathbf{q}_{i_1}^{(k)} + \frac{t^{(k)} - 1}{t^{(k+1)}} (\mathbf{q}_{i_1}^{(k)} - \mathbf{q}_{i_1}^{(k-1)}) \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} \mathbf{q}_{i_{1,2}}^{(k)} = P_+ \left( \mathbf{q}_{i_{1,2}}^{(k)} - 2t^{(k)} \left( (\mathbf{G}_{\text{green}}^T \mathbf{G}_{\text{green}} - \eta \mathbf{I}) \mathbf{q}_{i_{1,2}}^{(k)} - \mathbf{G}_{\text{green}}^T \sqrt{\sigma_{i_{1,2}}} \mathbf{u}_{i_{1,2}} \right) \right) \\ t^{(k+1)} = \frac{1}{2} (1 + \sqrt{1 + 4(t^{(k)})^2}) \\ \mathbf{q}_{i_{1,2}}^{(k+1)} = \mathbf{q}_{i_{1,2}}^{(k)} + \frac{t^{(k)} - 1}{t^{(k+1)}} (\mathbf{q}_{i_{1,2}}^{(k)} - \mathbf{q}_{i_{1,2}}^{(k-1)}) \end{cases} \quad (14)$$

(13) 式为快速迭代收缩阈值算法求解  $L_1$  范数约束的广义逆波束形成 (FISTA-GIB); (14) 式为快速迭代收缩阈值算法求解弹性网正则化广义逆波束形成 (FISTA-GIB<sub>12</sub>)。

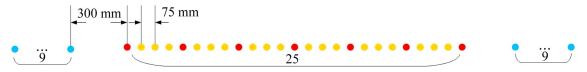


图 2 43 元声压嵌套线阵示意图

## 2 数值仿真分析

为验证本文所提方法的性能,本节分别使用非相干双声源、不同信噪比和不同频率的定位误差及空间分辨率对比不同方法的噪声源定位性能,仿真和试验数据在配备 1.70 GHz 锐龙 7 PRO 4750U 处理器和 16 GB 内存的电脑上处理。

### 2.1 非相干双声源

使用下面的仿真条件对比 GIB、ISTA-GIB、FISTA-GIB、ISTA-GIB<sub>12</sub> 和 FISTA-GIB<sub>12</sub> 的噪声源定位性能。声源面与阵列的位置如图 1 所示,声源面上有 2 个等强度非相干单频声源,声源位置分别为  $(x_1, z_1) = (-3, 0)$  m,  $(x_2, z_2) = (3, 0)$  m,信噪比为 0 dB,声源面为长 12 m,宽 10 m 的平面,将其离散为 61×51 的扫描点;基阵为 43×49 的平面阵,水平方向阵元间距为 0.15 m,垂直方向为 43 元声压嵌套线阵,阵列结构如图 2 所示,声源面距离平面阵 10 m。为便于对比分析各方法的结果,将声学成像结果归一化为 0 dB,动态显示范围为 15 dB。

使用不同的噪声源定位方法获得 1 600 Hz 声源的声学成像结果如图 3 所示,其中 3a)~3f) 分别为 GIB、ISTA-GIB、FISTA-GIB、ISTA-GIB<sub>12</sub> 和 FISTA-GIB<sub>12</sub> 的定位结果以及成像结果剖面图,图中蓝色 ‘x’ 和 ‘·’ 为声源的真实位置。各方法在声源 1 处的定位误差和水平波束宽度如表 1 所示。当频率为 1 600 Hz 时,对比图 3a)~3c),并结合图 3f) 和表 1 中各方法的主瓣宽度,可知 GIB 方法定位声源主瓣宽度为 1.26 m,且背景有较多干扰,ISTA-GIB 和 FISTA-GIB 方法主瓣宽度分别为 0.66 和 0.68 m。对比图 3b)~3e),并结合图 3f) 和表 1 可知 ISTA-GIB<sub>12</sub> 和 FISTA-GIB<sub>12</sub> 方法相对于 ISTA-GIB 和 FISTA-GIB 更窄,有更高的分辨率;对比图 3d)~3e),并结合剖面图 3f) 和表 1 可知 ISTA-GIB<sub>12</sub> 相对于 FISTA-GIB<sub>12</sub> 有较窄的主瓣宽度,更高的定位精度,这是由于 FISTA-GIB<sub>12</sub> 相对于 ISTA-GIB<sub>12</sub> 有更快的收敛速度和更少的迭代次数,其对于非声源区域的惩罚强度要弱于 ISTA-GIB<sub>12</sub>,因此其主瓣比 ISTA-GIB<sub>12</sub> 宽,两者的收敛过程如图 4 所示,图中 ISTA-GIB<sub>12</sub> 迭代 1 509 次达到迭代终止条件,FISTA-GIB<sub>12</sub> 迭代 908 次达到迭代终止条件,验证了 FISTA-GIB<sub>12</sub> 方法有更快的收敛速度。

表 1 定位误差和水平波束宽度

方法	频率 1 600 Hz		频率 2 500 Hz		频率 4 000 Hz	
	定位误差/%	3 dB 主瓣宽度/m	定位误差/%	3 dB 主瓣宽度/m	定位误差/%	3 dB 主瓣宽度/m
GIB	5.33	1.26	2.0	0.80	0	0.50
ISTA-GIB	5.33	0.66	2.0	0.43	0	0.26
ISTA-GIB <sub>12</sub>	5.33	0.55	2.0	0.36	0	0.22
FISTA-GIB	5.33	0.68	2.0	0.45	0	0.26
FISTA-GIB <sub>12</sub>	5.33	0.61	2.0	0.40	0	0.24

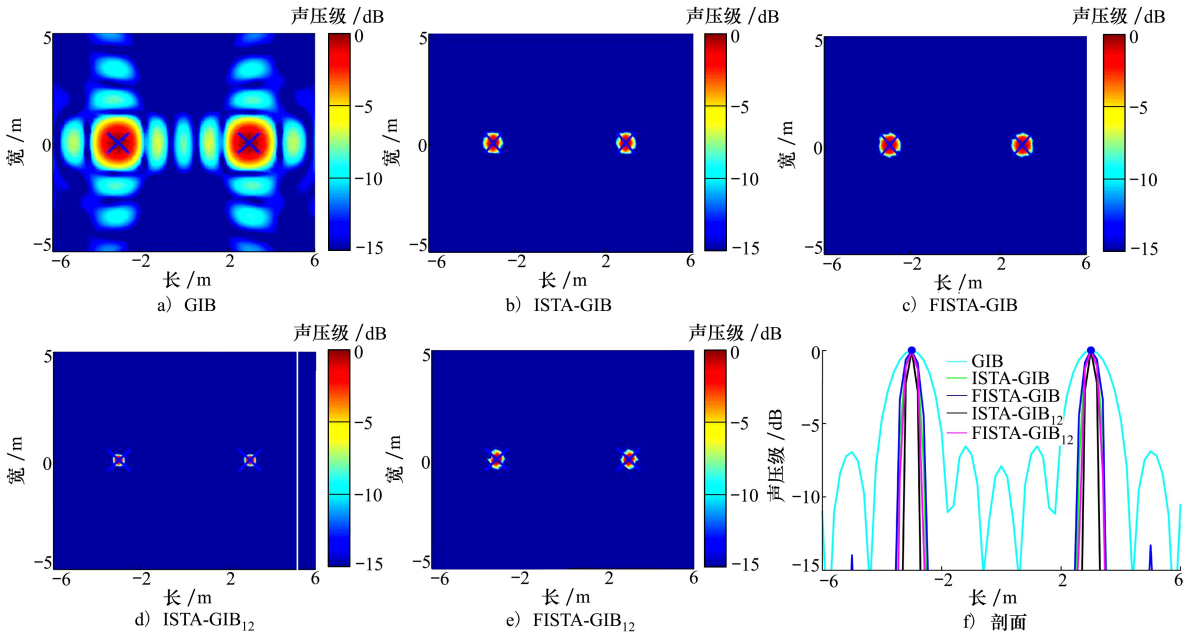


图 3 1600 Hz 频点声源定位结果

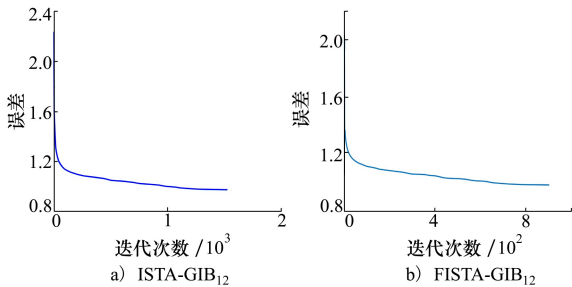
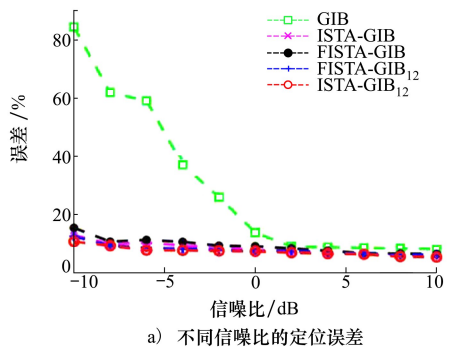
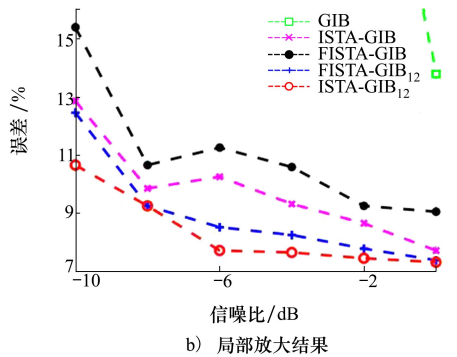


图 4 收敛结果



a) 不同信噪比的定位误差



b) 局部放大结果

图 5 定位误差

### 2.2 不同 SNR

为验证迭代收缩阈值弹性网正则化广义逆波束形成的性能,本节使用一个单声源对比各方法在不同信噪比时的噪声源定位误差。仿真中单极子点声源坐标为  $(x_1, z_1) = (1.5, 1.25)$  m, 频率为 500 Hz, 选取信噪比范围为  $[-10, 10]$  dB, 步长为 2 dB, 进行了 20 次 Monte-Carlo 试验, 其余仿真条件与 2.1 节相同, 分别对比不同信噪比时 5 种方法的噪声源定位误差, 仿真结果如图 5 所示。其中图 5a) 为不同信噪比的定位误差, 图 5b) 为  $[-10, 0]$  dB 范围的局部放大图, 对比 5 种方法的定位误差可知随着信噪比的增加, 各方法的定位误差逐渐减小, 其中 ISTA-GIB<sub>12</sub> 的误差最小, 且 5 种方法的定位误差呈现出 ISTA-GIB<sub>12</sub> < FISTA-GIB<sub>12</sub> < ISTA-GIB < FISTA-GIB < GIB 的结果。

### 2.3 空间分辨率

为验证迭代收缩阈值弹性网正则化广义逆波束形成的性能,本节使用一个单声源对比不同方法在不同频率时的空间分辨率。空间分辨率是评价算法

性能的重要指标,它表征方法对多目标定位识别的能力。由波束形成的特点可得到,噪声源的空间分辨率取决于波束宽度,即只有当声源之间距离大于波束宽度才能分辨出声源,本文中采用 3 dB 波束宽度表征空间分辨率的大小。仿真中单极子点声源坐标为  $(x_1, z_1) = (0, 0)$  m, 信噪比为 0 dB, 频率范围为  $[100, 5\ 000]$  Hz, 阵声距离为 5 m, 进行了 20 次 Monte-Carlo 试验, 分别对比不同频率时 5 种方法的空间分辨率, 仿真结果如图 6 所示。其中图 6a) 为水平方向分辨率, 图 6b) 为垂直方向分辨率, 对比可知 ISTA-GIB<sub>12</sub> 方法的空间分辨率最高, 且在低频点有较好的空间分辨率, 且 5 种方法的空间分辨率呈现出 ISTA-GIB<sub>12</sub> > FISTA-GIB<sub>12</sub> > ISTA-GIB > FISTA-GIB > GIB 的结果。

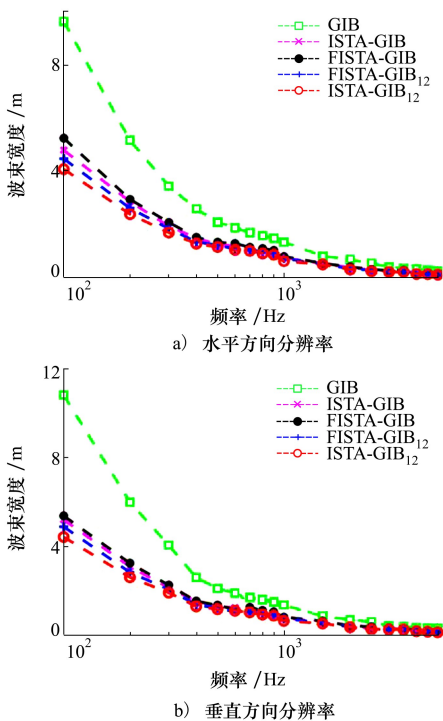


图 6 不同方法的空间分辨率

### 3 试验验证

数值仿真结果表明基于 ISTA 算法求解的弹性网正则化广义逆波束形成 (ISTA-GIB<sub>12</sub>) 能有效消除旁瓣、提高声源定位精度。为进一步验证该方法的可行性及实用性, 构建对应的噪声源定位试验, 其中试验设备主要包含 2 个声源 (见图 7) 和 43 元线阵 (见图 8), 其中线阵有效声学段长度为 7.2 m, 包含

2 个相互嵌套的 25 元中心对称子阵, 子阵 1 的阵元间距  $d = 0.075$  m, 子阵 2 的阵元间距  $d = 0.3$  m, 2 个子阵共用 7 个阵元, 阵列结构如图 2 所示, 阵列实物如图 8 所示。

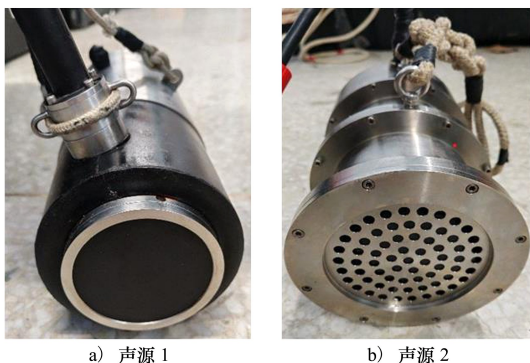


图 7 声源



图 8 43 元声压阵

图 9 为消声水池试验示意图, 水池长 25 m, 宽 15 m, 深 10 m, 六面覆盖消声尖劈, 有效消声频率不小于 2 kHz, 当频率为 1 600 Hz 时吸声系数大于 0.9 可作为试验研究频点。

试验中 2 个声源固定于长 2 m 的连接杆上, 连接杆中心固定于行车 A 旋转升降吊杆 A 下端, 2 个声源辐射面中心入水 4.9 m, 吊杆以 0.05 m/s 的速度在行程 6.7 m 内水平运动; 测量基阵从行车 B 旋转升降吊杆 B 吊放入水, 基阵中心阵元入水 4.9 m,

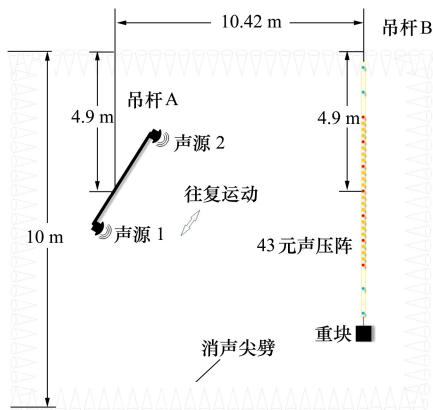
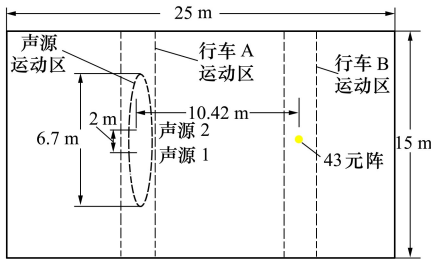


图 9 a) 消声水池正视图



b) 消声水池俯视图

图 9 消声水池试验示意图

直形态;旋转升降吊杆 A 和旋转升降吊杆 B 间距为 10.42 m。试验中根据逆合成孔径思想<sup>[25]</sup>,假设声源不动基阵沿着反方向做匀速运动,则在运动方向上形成虚拟面阵,从而提高测量基阵在运动方向的声源识别分辨率。

图 10 为声源 1 发射 1 600 Hz 单频点信号时 5 种方法的定位结果及其剖面图,对比 GIB 与 ISTA-GIB、FISTA-GIB、ISTA-GIB<sub>12</sub>、FISTA-GIB<sub>12</sub> 方法并结合剖面结果可知,GIB 主瓣最宽,定位精度最差,本文提出的 ISTA-GIB、FISTA-GIB、ISTA-GIB<sub>12</sub> 和 FISTA-GIB<sub>12</sub> 方法定位精度均优于 GIB,其中 ISTA-GIB<sub>12</sub> 方法定位精度最高,获得与仿真相同的结论。

基阵下端系留重块,保证柔性测量基阵在水下为垂

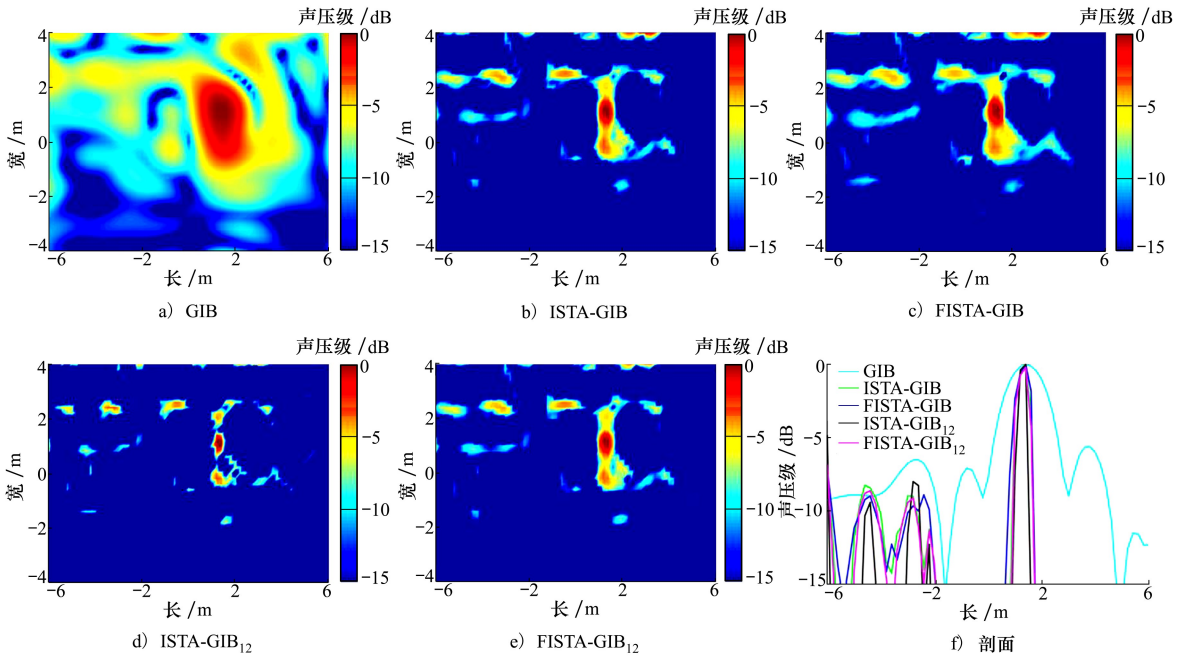
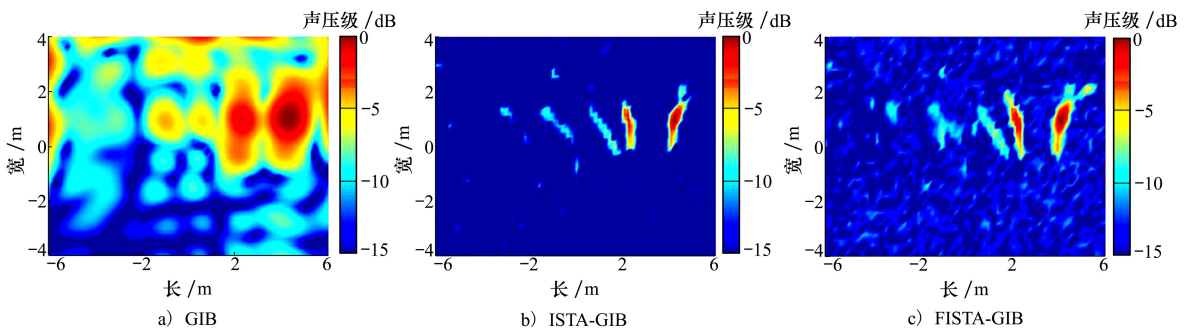


图 10 1 600 Hz 频点单声源定位结果

图 11 为双声源同时发射 1 600 Hz 单频点信号时的噪声源定位识别结果,对比 GIB 与 ISTA-GIB、FISTA-GIB、ISTA-GIB<sub>12</sub>、FISTA-GIB<sub>12</sub> 方法并结合剖面结果可知,GIB 主瓣最宽,定位精度最差,本文提

出的 ISTA-GIB、FISTA-GIB、ISTA-GIB<sub>12</sub> 和 FISTA-GIB<sub>12</sub> 方法定位精度均优于 GIB,其中 ISTA-GIB<sub>12</sub> 方法定位精度最高,获得与仿真相同的结论。



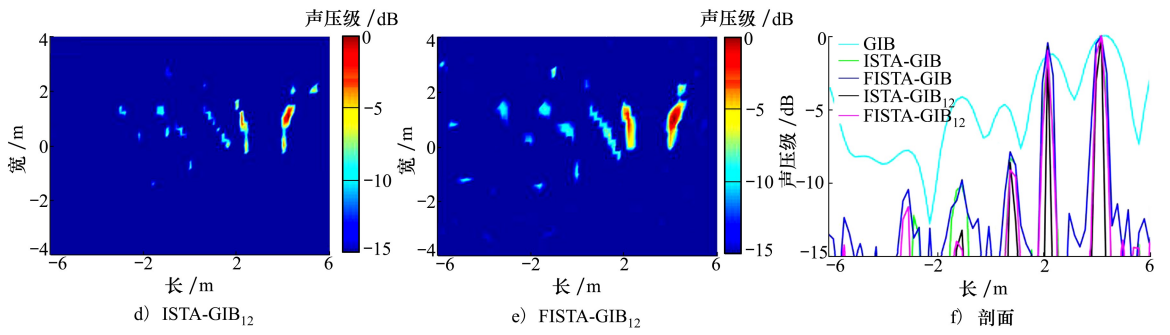


图 11 1600 Hz 频点双声源定位结果

图 12~13 分别为仅声源 1 发射 2 500 Hz 信号信噪比为 10 dB 和 1 dB 时各方法的噪声源定位识别结果。对比 5 种方法并结合剖面结果可知,随着信噪比的减小各方法的识别结果均出现了干扰。当信噪比为 1 dB 时 GIB 识别结果中可以观察到 5 个

较强声源,造成错误的识别结果; ISTA-GIB、FISTA-GIB、ISTA-GIB<sub>12</sub>和 FISTA-GIB<sub>12</sub>算法中都观察到 1 个强源和 2 个弱源,也出现了噪声的干扰,结合剖面图可知 ISTA-GIB<sub>12</sub>有更高的分辨率,获得与仿真相同的结论。

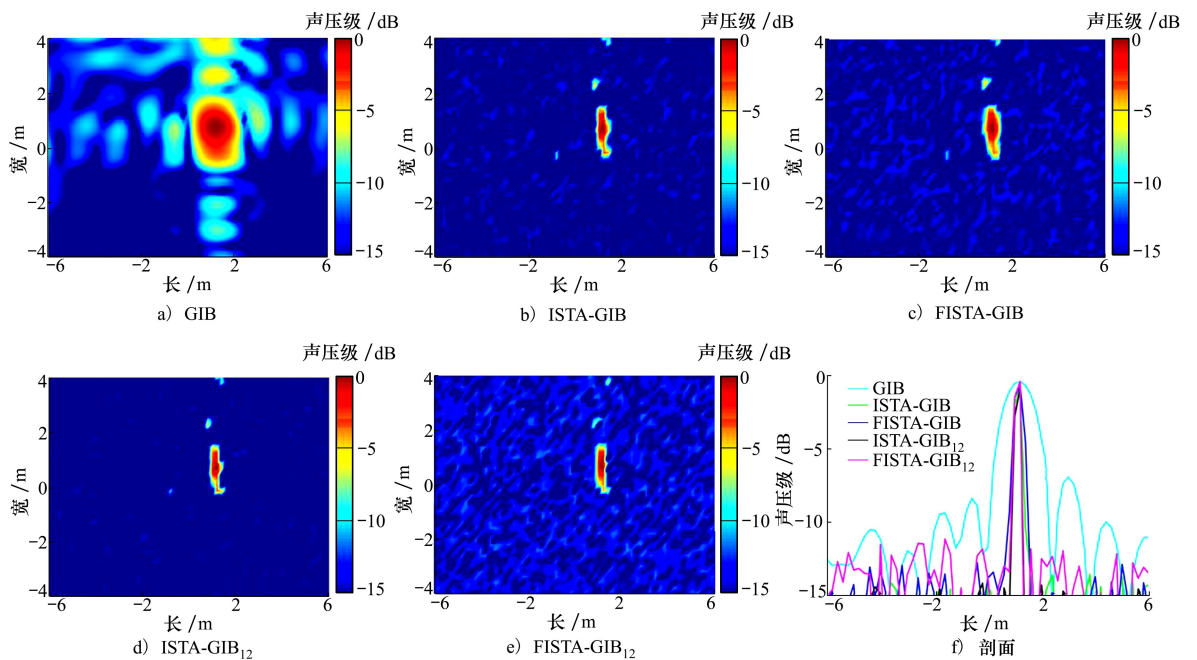
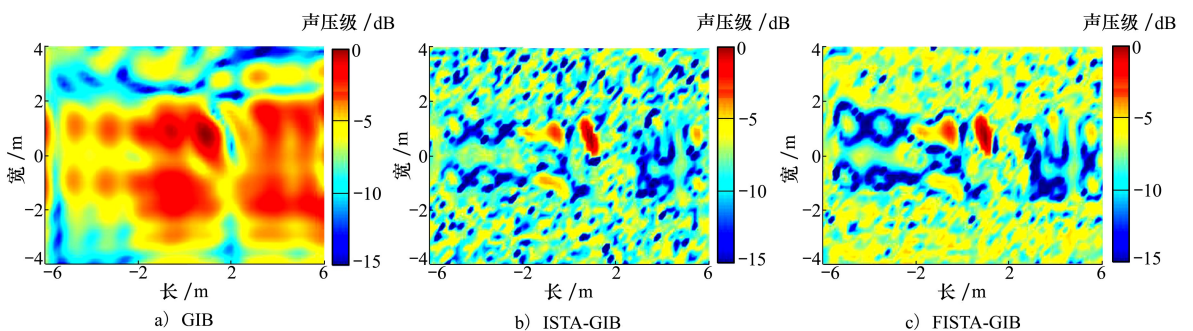


图 12 信噪比为 10 dB 时声源定位结果



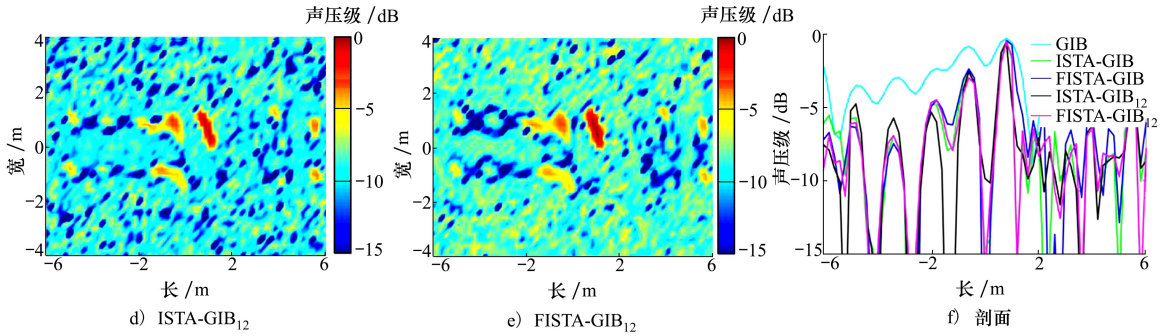


图 13 信噪比为 1 dB 时声源定位结果

### 4 结 论

本文针对声源的空间稀疏性问题,首先基于  $L_1$  范数约束广义逆波束形成的目标函数提出使用 ISTA 算法求解并获取声源的位置信息;其次由于仅有  $L_1$  范数时声源识别结果易受噪声影响,降低声源识别稳健性,因此本文提出引入  $L_2$  范数获得新的目标函数解弹性网正则化广义逆波束形成,这样由于  $L_1$  范数和  $L_2$  范数的共同作用可以保证收敛结果更

稳健,使用 ISTA 算法求解弹性网正则化广义逆波束形成,同时考虑对比 FISTA 和 ISTA 的性能,其中由于 FISTA 收敛速度比 ISTA 快,迭代次数较少造成其对于非声源区域的惩罚次数少于 ISTA,因此其噪声源定位精度略差,若考虑计算效率问题则可以使用 FISTA 算法求解弹性网正则化广义逆波束形;最后通过仿真和试验数据处理验证了 ISTA-GIB<sub>12</sub> 方法的噪声源定位精度和分辨率最高,获得 ISTA-GIB<sub>12</sub>>FISTA-GIB<sub>12</sub>>ISTA-GIB>FISTA-GIB>GIB 的结论。

### 参考文献:

[1] 周玉媛, 孙超, 谢磊, 等. 基于波束-波数域非相干匹配的浅海运动声源深度估计方法[J]. 物理学报, 2023, 72(8): 180-193  
 ZHOU Yuyuan, SUN Chao, XIE Lei, et al. A method of estimating depth of moving sound source in shallow sea based on incoherently matched beam-wavenumber[J]. Acta Physica Sinica, 2023, 72(8): 180-193 (in Chinese)

[2] 时胜国, 高媛, 张昊阳, 等. 基于单元辐射叠加法的结构声源声场重建方法[J]. 物理学报, 2021, 70(13): 257-270  
 SHI Shengguo, GAO Yuan, ZHANG Haoyang, et al. A method of estimating depth of moving sound source in shallow sea based on incoherently matched beam-wavenumber[J]. Acta Physica Sinica, 2021, 70(13): 257-270 (in Chinese)

[3] FIRAT Umu, AKGÜ Tayfun. Compressive beamforming for direction-of-arrival estimation of cyclostationary propeller noise [J]. Signal Processing, 2024, 214: 109221

[4] JIANG Shiyao, JIANG Rongxin, LIU Xuesong, et al. Probability-based complex-valued fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for deconvolution beamforming[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2024, 49(2): 340-351

[5] SUZUKI Takao.  $L_1$  generalized inverse beam-forming algorithm resolving coherent/incoherent, distributed and multipole sources [J]. Journal of Sound and Vibration, 2011, 330(24): 5835-5851

[6] SHI Shengguo, GAO Yuan, YANG Deshen, et al. An improved generalized inverse beamforming-noise source localization method using acoustic vector sensor arrays[J]. IEEE Sensors Journal, 2021, 21(14): 16222-16235

[7] ZAMPONI R, CHIARIOTTI P, Battista G, et al. 3D generalized inverse beamforming in wind tunnel aeroacoustic testing: application to a counter rotating open rotor aircraft model[J]. Applied Acoustics, 2020, 163: 107229

[8] MERINO-MARTINEZ Roberto, LUESUTTHIVIBOON Salil, ZAMPONI Riccardo, et al. Assessment of the accuracy of microphone array methods for aeroacoustic measurements[J]. Journal of Sound and Vibration, 2020, 470: 115176

[9] WU Yixuan, ZHANG K Haichong, KANG Jeeun, et al. An economic photoacoustic imaging platform using automatic laser syn-

- chronization and inverse beamforming[J]. *Ultrasonics*, 2020, 103: 106098
- [10] ZHANG Zhifei, CHEN Si, XU Zhongming, et al. Iterative regularization method in generalized inverse beamforming[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2017, 396: 108-121
- [11] PRESEZNIAK Flavio, ZAVALA PAULO A G, STEENACKERS Gunther, et al. Acoustic source identification using a generalized weighted inverse beamforming technique[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2012, 32: 349-358
- [12] ZAVALA P A G, DE Roeck W, JANSSENS K, et al. Generalized inverse beamforming with optimized regularization strategy [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2011, 25(3): 928-939
- [13] 徐中明, 李怡, 张志飞, 等. 弹性网正则化广义逆波束形成算法改进[J]. *仪器仪表学报*, 2021, 42(6): 243-252  
XU Zhongming, LI Yi, ZHANG Zhifei, et al. Generalized inverse beamforming with improved elastic net regularization[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2021, 42(6): 243-252 (in Chinese)
- [14] DAUBECHIES I, DEFRISE M, DE MOL C. An iterative thresholding algorithm for linear inverse problems with a sparsity constraint[J]. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 2004, 57(11): 1413-1457
- [15] BREDIES K. An iterative thresholding-like algorithm for inverse problems with sparsity constraints in Banach space[J]. *Journal of Inverse and Ill-posed Problems*, 2009, 17(1): 19-26
- [16] WANG Qiang, MENG Chen, MA Weining, et al. Compressive sensing reconstruction for vibration signals based on the improved fast iterative shrinkage-thresholding algorithm[J]. *Measurement*, 2019, 142: 68-78
- [17] SHEN Linbang, CHU Zhigang, ZHANG Yongxiang, et al. A novel Fourier-based deconvolution algorithm with improved efficiency and convergence[J]. *Journal of Low Frequency Noise Vibration and Active Control*, 2020, 39(4): 866-878
- [18] CHEN Lin, XIAO Youhong, YANG Tiejun. Application of the improved fast iterative shrinkage-thresholding algorithms in sound source localization[J]. *Applied Acoustics*, 2021, 180: 108101
- [19] 彭伟, 田昊洋, 黄玉, 等. 基于广义逆波束形成谱与压缩感知的干式变压器低频缺陷定位方法[J]. *噪声与振动控制*, 2024, 44(6): 129-134  
PENG Wei, TIAN Haoyang, HUANG Yu, et al. Low frequency defect location method for dry-type transformer based on generalized inverse beamforming spectrum and compressed sensing[J]. *Noise and Vibration Control*, 2024, 44(6): 129-134 (in Chinese)
- [20] HU Miaosen, ZHENG Guoqiang, SU Zhongge, et al. Short-term wind power prediction based on improved variational modal decomposition, least absolute shrinkage and selection operator, and BiGRU networks[J]. *Energy*, 2024, 303: 131951
- [21] LIU Shumei, CHEN Huiwei, LIU Peixue, et al. A novel electricity load forecasting based on probabilistic least absolute shrinkage and selection operator-Quantile regression neural network[J]. *International Journal of Hydrogen Energy*, 2023, 48(88): 34486-34500
- [22] TKACHUK Mykola, TKACHUK Anton. Large deformation of cable networks with fiber sliding as a second-order cone programming[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2024, 298: 112848
- [23] MALYUTA Danylo, REYNOLDS Taylor P, SZMUK Michael, et al. Convex optimization for trajectory generation: a tutorial on generating dynamically feasible trajectories reliably and efficiently[J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 2022, 42(5): 40-113
- [24] ZHENG Peicong, LYU Xuantao, GONG Yi. Trainable proximal gradient descent-based channel estimation for mmwave massive MIMO systems[J]. *IEEE Wireless Communications Letters*, 2023, 12(10): 1781-1785
- [25] LIU Qin, CHU Ning, YU Liang, et al. Efficient localization of low-frequency sound source with non-synchronous measurement at coprime positions by alternating direction method of multipliers[J]. *IEEE Trans on Instrumentation and Measurement*, 2022, 71: 6501612

# The sound source identification of elastic network regularized generalized inverse beamforming based on iterative shrinkage thresholding

HE Huihui<sup>1,2,3</sup>, WANG Xinyu<sup>1,2,3</sup>, WU Xiaofei<sup>4</sup>,  
ZHANG Jianqiang<sup>1,2,3</sup>, SHI Shengguo<sup>1,2,3</sup>

- 1.National Key Laboratory of Underwater Acoustic Technology, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China;
- 2.Key Laboratory of Marine Information Acquisition and Security(Harbin Engineering University), Ministry of Industry and Information Technology, Harbin 150001, China;
- 3.College of Underwater Acoustic Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China;
- 4.China Ship Scientific Research Center, Wuxi 214082, China

**Abstract:** In this paper, aiming at the problem of noise source location of underwater targets, considering the spatial sparsity of sound sources, the elastic network regularization generalized inverse beamforming with iterative shrinkage threshold is employed to realize the localization of the noise source. Firstly, the  $L_1$  norm is introduced according to the sparsity of the sound source, and the objective function combining the  $L_1$  norm with the generalized inverse beamforming is obtained. The iterative shrinkage threshold algorithm is proposed to solve the function and get the position information of the sound source. Secondly, sound source identification is easily affected by noise when there is only an  $L_1$  norm, which reduces its robustness. Therefore, this paper proposes employing the  $L_2$  norm to obtain the objective function jointly constrained by the  $L_1$  norm and the  $L_2$  norm, the elastic net regularized generalized inverse beamforming. The combination of the  $L_1$  norm and the  $L_2$  norm can ensure that the convergence result is more robust. Then the iterative shrinkage threshold algorithm is used to solve the elastic network regularized generalized inverse beamforming and obtain the position information of the sound source. Finally, the performance of the proposed method is compared with other noise source localization methods through simulation and experimental data processing. The proposed method has the highest noise source localization accuracy and resolution.

**Keywords:** generalized inverse beamforming; elastic network regularized generalized inverse beamforming; iterative shrinkage threshold; fast iterative shrinkage threshold

**引用格式:**何辉辉, 王欣宇, 吴晓飞, 等. 迭代收缩阈值弹性网正则化广义逆波束形成声源识别方法[J]. 西北工业大学学报, 2025, 43(6): 1162-1172

HE Huihui, WANG Xinyu, WU Xiaofei, et al. The sound source identification of elastic network regularized generalized inverse beamforming based on iterative shrinkage thresholding[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2025, 43(6): 1162-1172 (in Chinese)